

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Richard Courant

Vzpomínky na Hilberta a Göttingen

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 28 (1983), No. 2, 61--70

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138071>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1983

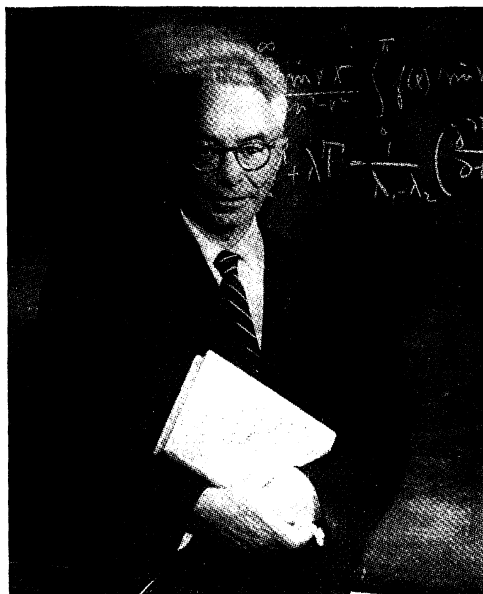
Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Vzpomínky na Hilberta a Göttingen

Richard Courant



Richard Courant (1888—1972)

jedním ze zakladatelů Institutu pro matematické vědy na této univerzitě a jeho ředitelem od roku 1953 až do svého odchodu z aktivního života v roce 1958. Zemřel v roce 1972.

Konstatovat, že Courant na Göttingen velmi rád vzpomínal, je málo výstižné. Byl totiž hluboce přesvědčen, že styl matematického života, který v Göttingen na počátku tohoto století poznal a za nějž byl rozhodující měrou zodpovědný David Hilbert, je ideálem, o který by měl každý matematický ústav usilovat.

Poznámka vydavatele (nakl. Springer): Richard Courant se narodil 8. ledna 1888 v Lublinci v tehdejší Německu (Lublinitz, dnes Lubliniec v PLR, pozn.překl.). Do Göttingen přišel v roce 1907, pod Hilbertovým vedením napsal svou diplomovou práci a promoval v roce 1910.

Göttingen a tamější matematický život Couranta od samého počátku okouzly. Ačkoliv se mu nabízely jiné možnosti, zůstal dále v Göttingen. Nejprve přednášel, stal se profesorem a nakonec ředitelem Matematického institutu, jehož vývoj až lo roku 1933 a nástupu nacismu hluboce ovlivňoval.

V roce 1934, po ročním pobytu v Cambridge, odešel Courant na univerzitu do New Yorku (NYU), kde působil zpočátku jako hostující profesor a později jako ředitel Graduate Center of Mathematics. Byl

RICHARD COURANT: *Reminiscences from Hilbert's Göttingen*. The Mathematical Intelligencer, Volume 3, Number 4, 1981. Edited for publication by JOHN EWING. (pozn.: Redakce PMFA použila z technických důvodů méně náročné grafické úpravy článku.)

© Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1981

Následující článek je záznam přednášky, kterou Richard Courant proslovil 13. ledna 1964 na kolokviu katedry historie vědy a lékařství na univerzitě v Yale. Je to neformální a velice osobní pohled na prostředí a muže, které Courant nejvíce obdivoval – na Göttingen a na Hilberta.

Rád bych začal několika všeobecnými poznámkami, které se týkají historie vědy. Myslím, že vědecký život je velmi křehká rostlina, mnohem zranitelnější než většina dalších složek tvořících proud dějin. Úpadek nebo rozkvět vědy stejně jako umění a hudby závisí velmi významně na mnoha lidských faktorech, jejichž vliv je nestálý a poměrně krátkodobý. Nemohu hovořit o širokých otázkách obecných dějin. Budu pouze uvažovat a na příkladech ilustrovat jeden ze zvlášť významných rysů rozvoje vědy. Jde mi o rozhodující roli, kterou v rozvoji vědeckého života doposud hráli a pravděpodobně i v budoucnosti budou hrát velké vědecké individuality, takoví lidé, kolem jejichž radioaktivních osobností vědecký život přímo krystalizuje.

V epoše, kterou zahájila Velká francouzská revoluce, nese velký počet těchto vědeckých osobností podstatnou část zodpovědnosti za obrovský rozvoj vědy a techniky v Evropě i mimo ni. Úroveň dosahovaných výsledků však v každém jednotlivém případě během jedné či dvou generací poklesla. Středisky vědecké aktivity se také pozoruhodně rychle stávala různá města v různých zemích. Přesto je celkový pokrok dosažený od založení École Polytechnique v době Francouzské revoluce až do současné éry komercializace, sdělovacích prostředků a masové publicity skutečně mimořádně velký.

Bude-li chtít mladá generace odolávat úpadkovým tendencím, které jsou přítomné v každé civilizaci a v každém vývojovém období, musí být potlačovány, je pro ni životně důležité zachovat si smysl pro pochopení dějin a tradic a uvědomit si v této souvislosti roli vůdčích vědeckých osobností z nedávné minulosti (myslím takové osobnosti jako Rutherford, Niels Bohr, Harald Bohr, Arnold Sommerfeld, Ludwig Prandtl a mnohé jiné).

Měl jsem osobně to velké štěstí být v těsném osobním i vědeckém kontaktu s některými z těchto mimořádných lidí. Už od studentských let jsem patřil k jedinečnému vědeckému středisku, které vzniklo na univerzitě v Göttingen. Bylo inspirováno a zpočátku vedeno Felixem Kleinem, a v době, kdy jsem byl jeho členem, bylo prodchnuto nekonečnou energií a nadšením Davida Hilberta. Nástup nacismu znamenal konec jeho činnosti.

Matematický institut v Göttingen nestál vůbec izolovaně; byl to organický střed širokého vědeckého úsilí sahajícího daleko za hranice matematiky. Chtěl bych nesystematicky, neformálně a zcela osobně popsat některé rysy starého Göttingen, jak si na ně vzpomínám a které jsou převážně spojeny se jménem a osobností velkého matematika a učitele mladé generace Davida Hilberta.

Sám jsem přišel do Göttingen v pozdním létě (myslím že to bylo v roce 1907) na radu jednoho z matematiků, jehož jméno pravděpodobně mnozí z vás znáte, dr. Otto Toeplitze, který byl tehdy v Göttingen soukromým docentem. Mnozí z mých kolegů, s nimiž jsem studoval, byli poměrně velmi chudí. Někteří žili v podkrovních pokojích, kde v zimě zamrzala voda v primitivních umyvadlech, a chtěl-li se člověk alespoň trochu umýt, musel led ráno pracně rozbíjet. Často si nemohli dovolit každý den teplé jídlo. Ale

žádná obtíž nemohla ovlivnit nadšení, které sdíleli všichni a které prostupovalo celý kroužek soustředěný kolem Hilberta.

Téměř ihned po příchodu do Göttingen jsem ke svému štěstí získal přístup do tohoto kroužku. Již v prvních dnech jsem se setkal s lidmi jako Carathéodory, Erhard, Schmidt, Toeplitz, Hellinger, Alfréd Haar, Hermann Weyl (byl to tehdy povznesený mladý student, který nikdy zcela nepatřil ke skupině, jejímž členem jsem byl já – skupiny a kliky také existovaly ve starém Göttingen) a Erich Hecke, který přišel za mnou z univerzity ve Vratislavi. Velmi brzy se objevil také Harald Bohr, který pak často přijížděl na delší návštěvy a s nímž jsem se důvěrně spřátelil. Přicházelo také mnoho Maďarů a Američanů. Mimořádnou osobností mezi postgraduálními studenty byl Theodor von Kármán. Když jsme ho poznali, neměl ještě šlechtický titul. Byl se svou rodinou povýšen do šlechtického stavu právě v době, kterou jsme společně trávili v Göttingen. Přijíždělo stále mnoho návštěvníků, mezi nimi Mittag-Leffler, Poincaré, Holmgren, Steinhaus, Schauder, Levi-Civita a mnoho jiných. Také Bernays, Koebe, Zermelo, Felix Bernstein, Prandtl, Debye, Schreier a Paul Ehrenfest, jeden z vůdčích osobností fyziky té doby.

Staršími profesory byli Hilbert, Minkowski, Klein a Runge. Klein byl vlastně již na odpočinku, ale zůstal stále velice aktivním organizátorem a znalcem života v Göttingen. Po přestávce způsobené I. světovou válkou se objevila řada dalších skvělých lidí; mezi nimi fyzik James Franck, Heisenberg, Max Born, astronom Kienle, biolog-genetik Kühn, Pascual, Jordan, Pauli a mnozí jiní, na které si v této chvíli nevzpomínám. Další přijížděli pravidelně každý rok a stali se téměř členy našeho kroužku: například Pavel Alexandrov z Moskvy a jeho žák Kolmogorov, dále Uryson, který později tragicky zahynul při odvážném koupání v moři, a také průkopník moderní topologie L. E. J. Brouwer, na nějž se, jak se zdá v pozdějším vývoji matematiky téměř zapomnělo. V Göttingen žil také Lexis, zakladatel moderní matematické statistiky, která tehdy ještě nebyla považována za tak rozsáhlou a všeho se týkající disciplínu. Ačkoliv byl ekonom, měl samozřejmě kontakt s matematikou. Byli zde rovněž filozofové, například Husserl a zejména Nelson, jehož velice zajímavá osobnost hrála často významnou roli. Mezi filozofy a matematiky bylo velmi mnoho vzájemných kontaktů. Všichni dohromady tvořili mimořádně barvitou a nadšenou skupinu lidí, ve které měl každý více nebo méně důvěrný vztah k ostatním.

Po smrti Minkowského byl do Göttingen pozván Edmund Landau. Byl jsem tehdy Hilbertův asistent, a Hilbert měl ve zvyku diskutovat se svými asistenty a přáteli všechna tajemství fakultní politiky. Rád si dával radit od své ženy a asistentů, ne však od svých kolegů. Tehdy byl velký problém rozhodnout, koho povolat do Göttingen jako nástupce Minkowského. Minkowski zemřel velmi tragicky, náhle a zbytečně na zánět slepého střeva, který lékaři včas nezjistili. Na jeho místo byli tři kandidáti – všimněte si, jak zodpovědně tehdy vědci jednali – tři prvotřídní kandidáti: Perron, Hurwitz a Landau. Hurwitz nebyl zdravý a také se nechtěl stěhovat z Curychu, takže otázka byla, zda to bude Perron nebo Landau. Jejich publikace a vůbec vše, co oba doposud udělali, bylo pečlivě posouzeno nejen jedním, ale poměrně velkým počtem kompetentních členů fakulty. Oba byli hodnoceni stejně dobře, ale nakonec byl přijat Landau. Jeho výběr byl zdůvodněn velmi konkrétně: Landau je ten z obou kandidátů, který je méně ochotný s mnoha věcmi souhlasit a nechat se k něčemu přimět; pro fakultu je velmi dů-

ležité, aby na ní nebyli jen lidé, kteří se vším souhlasí a poslouchají. Tak se tedy dostal do Göttingen Landau a ne Perron. Tento zajímavý a pravděpodobně velice moudrý způsob výběru by mohl být dobře použit v mnoha podobných situacích i dnes.

Doktorát jsem dělal samozřejmě u Hilberta; chtěl jsem být vlastně fyzikem, ale fyzikové byli tehdy lidé velice málo inspirující, zatímco přitažlivost Hilberta a Minkowského byla strhující. Právě když jsem přišel do Göttingen, rozhodli se Hilbert a Minkowski zabývat se fyzikou. Tehdy bylo ve fyzice mnoho nového. Albert Einstein před nedávnem publikoval své první články o speciální teorii relativity a v Göttingen žil také velice dobrý fyzik Abraham, který napsal první moderní učebnici elektrodynamiky. Byl zájem o to studovat Maxwellovu teorii elektrodynamiky a prozkoumat její matematickou podstatu. Založili tedy fyzikální seminář, kde měl každý účastník referovat o některé partii teorie elektromagnetismu a zdůraznit přitom matematické souvislosti mezi jejími pojmy a důkazy. Byla to velmi užitečná akce a navíc úplně první, se kterou jsem přišel v Göttingen do styku. Byl to onen známý seminář, na kterém Minkowski objevil souvislost Einsteinovy speciální teorie relativity a Lorentzovy grupy. Celá tato Minkowského teorie vznikla původně na semináři. Bylo pro nás, všechny mimořádně inspirující pozorovat, jak se nám týden po týdnu postupně zjevovala před očima. Tehdy také dozrál Hilbertův názor na vzájemný vztah mezi matematikou a fyzikou, který získal během své předchozí práce a jehož se pak držel až do své smrti.

Je velmi těžké stručně vysvětlit, čím Hilbert všechny tak fascinoval a inspiroval. Byl typickým představitelem starých dobrých časů, starších, než jsem já osobně poznal, kdy si střední vrstvy žily v klidu a pohodě. Ekonomická situace byla tehdy nejen v Německu ale i v celé Evropě velmi dobrá, byla to doba mezi válkami. Hilbert vyrůstal v tehdejším východním Prusku, v Královci, kde se narodil a prožil celý svůj život Kant. Byl synem vyššího soudce a pravděpodobně neměl žádné osobní ani ekonomické problémy. Žil zcela oddán svým intelektuálním zálibám a z nich převážně matematice. Jako mladík psal také verše a romány, na to však brzy zapomněl. Zcela pohlcen vědou se stal v Královci soukromým docentem. Soukromý docent byl někdo, kdo mohl přednášet studentům, ale nebyl za to přímo placen. Žil v Královci se svou ženou. Neměli žádný majetek, ale měli se poměrně dobře, nouzi netrpěli. Každý soukromý docent měl tehdy jedno hlavní zaměstnání, totiž sledovat každého profesora: jak je starý, jak je na tom se zdravím, prostě jaké jsou možnosti, že po něm vznikne volné místo. Vzpomínám si, jak Hilbert se svou ženou dramaticky a naprosto nevinně popisovali, že každý den ráno při snídani četli v novinách jenom zprávy o zdravotním stavu profesorů matematiky v celé Evropě. Byla to však velice zdravá doba a tak přestože již dosáhl významných vědeckých úspěchů, zůstal Hilbert v Královci celých 12 let. Jednoho dne četl v novinách o smrti matematika jménem Meyer a uvědomil si, že to rozpoutá lavinu událostí – na jeho místo přijde někdo jiný, jehož místo se uvolní. A skutečně tak se dostal Hilbert do Göttingen.

Čtete-li staré kroniky, zjistíte, že profesor byl v Göttingen polobůh, který si velice dobře uvědomoval své společenské postavení a ještě více než on si je uvědomovala jeho manželka. Hilbertův příchod do Göttingen způsobil velký společenský rozruch. Manželky starších profesorů se potkávaly a říkaly si: „Slyšely jste již o tom novém profesorovi matematiky? Přeprací tu všechny společenské pořádky. Slyšela jsem, že ho tuhle večer viděli hrát v hospodě se soukromými docenty kulečnick“. Tehdy bylo považováno za

zcela nemožné, aby se profesor snížil k osobnímu přátelství s mladšími kolegy. Hilbert však zcela zlomil tuto tradici a to právě mimořádně podnítilo vědecký život. Mladí studenti k němu přicházeli na čaj nebo na večeři. Paní Hilbertová pro ně a pro asistenty pořádala bohaté dinner-party. Se svými studenty a s každým, kdo se chtěl přidat, chodíval na dlouhé procházky v lesích, během nichž se diskutovalo o matematice, politice a ekonomii. Vzájemný kontakt byl vždy velice bezprostřední. Jednou s námi také šli nějací neobvykle vyhlížející lidé – byli to Rusové, kteří právě přijeli – Uryson, Alexandrov a Kolmogorov. Tímto způsobem jsem se s nimi poprvé setkal. Později jsme se stali dobrými osobními přáteli, náš vztah byl velice přirozený a volný.

Hilberta jste mohli také navštívit v jeho zahradě. Trávil tam většinu svého času a mezi zahradničením občas odcházel k velké tabuli, asi 6 metrů dlouhé a kryté stříškou, aby ji mohl používat i za deště, a tam v přestávkách mezi okopáváním záhonů s květinami přemýšlel o matematice. Náhodou jsem měl pokoj v pátém patře, odkud jsem ho mohl celý den v jeho zahradě pozorovat. Měl také jízdní kolo a na něm občas zkoušel různé kousky. Vedl se svými kolegy a studenty zcela neškodný a příjemný život, který inspiroval každého, kdo s ním přišel do styku.

S Hilbertem se stýkalo skutečně mnoho lidí. Především byl jedinečně podnětný přednášející. Po formální stránce nebyly jeho přednášky perfektní. Často se stávalo, že si nepřipravil dost materiálu, na konci hodiny mu došla látka, musel improvizovat a při tom tápal a klopýtal. Jeho přátelé a studenti si z něj dělali legraci a dávali mu všemožné ironické dárky k narozeninám, které mu měly pomoci vyplnit stanovenou dobu přednášky. Také dělal chyby a zapléтал se v důkazech a tak jste mohli pozorovat, jak zápasí často s velmi jednoduchými matematickými problémy a hledá správnou cestu. To vše nás inspirovalo mnohem více než kdyby přednášky byly formálně zcela perfektní.

Když na to teď myslím, největší dojem na mě udělala šíře jeho zájmů. Svého prvního úspěchu dosáhl ještě v Královci, když dokázal větu, která vyřešila starý problém invariantů, s nímž zápasila většina tehdejších algebraiků. Otázkou bylo, jak dokázat, že za jistých podmínek existuje pouze konečný počet nezávislých invariantů. Byl to jeden z velkých problémů doby a mnoho matematiků se jej snažilo vyřešit. Hilbert větu dokázal jakoby si hrál s Kolumbovým vejcem – problém obrátil. Vyhnul se konstrukci konečného systému invariantů, avšak dokázal jeho existenci. Dokázal totiž, že předpoklad existence nekonečně mnoha nezávislých invariantů vede ke sporu. Jeho postup byl nazván existenčním důkazem a skutečně vyřešil celý problém tak, jak byl formulován. Nebylo to však přesně to, co měli ostatní matematici na mysli. Někteří říkali: „Jistě, ale to, co Hilbert udělal, není matematika, ale teologie“. Podobný názor stále zastává mnoho lidí, kteří tvrdí, že podobné čistě existenční a nekonstruktivní úvahy by neměly být považovány za matematicky plnohodnotné. Hilbert sám cítil, že by měl skutečně sestavit i konstruktivní důkaz. Nikdy se toho nevzdal a nakonec se mu to podařilo. Jeho první velký výsledek byl tedy v oblasti algebry.

Po svém příchodu do Göttingen se začal věnovat teorii algebraických čísel a výsledkem jeho mimořádně originálního a intenzivního úsilí byla známá kniha o algebraických číslech. Byla publikována jako zpráva Matematické společnosti a stala se biblí, o níž se od té doby opírá rozvoj teorie algebraických čísel. Byl to mimořádný úspěch. V teorii čísel dokázal Hilbert velmi mnoho, ale nebyl z těch lidí, kteří se dokážou věnovat jen

jedné úzké specializaci nebo jen jedné širší, rozsáhlejší oblasti. Chtěl proniknout do celého širokého spektra matematických věd.

Nedokázal bych vám podat přesnou chronologii všech Hilbertových matematických úspěchů a také nemohu dnes o všech hovořit. Každý z nich by si zasluhoval velice podrobnou diskuzi a výklad. Jeho nejznámější a snad i nejsilnější výsledek byl důkaz tak zvaného Dirichletova principu. Způsob, jakým vyřešil Waringův problém, podnítil vývoj teorie čísel v Anglii (Hardy, Littlewood a také Ramanujan); byl to skvělý výkon, který mimořádně ovlivnil mnoho matematiků.

Hilbert nebyl ten typ vědce, který ví o všem, co se ve vědeckém světě děje. Také nečetl všechny publikované práce ani neměl malý katalog, kde by si mohl najít všechno, co v matematice existuje. Naopak, jeho silnou stránkou, ale zároveň jeho nedostatkem bylo umění velmi pozorně naslouchat a získat inspiraci. Často však zapomínal, odkud původně tato inspirace přišla. Vzpomínám si na dva významné příklady, které to ilustrují. Jednou cestoval se svými kolegy vlakem z nějakého kongresu a přitom se dozvěděl, že matematik F. Schur objevil neúplnost Eukleidova systému axiomů, prý k němu přidal nějaké další axiomy, takže je celá otázka základů geometrie stále otevřená. Hilbert tomu ihned věnoval pozornost. Za několik týdnů však zapomněl, co přesně slyšel, začal studovat základy geometrie a výsledkem jeho úsilí byla fundamentální kniha o základech geometrie, která se stala jednou z klasických matematických publikací naší doby. Samozřejmě dalece přesahovala Schurovy výsledky a vůbec vše, co v této oblasti kdokoliv udělal. Když jsme však Hilbertovi později připomněli, že podnět přišel od Schura, nemohl si už vůbec vzpomenout.

Podobná věc se mu stala, také po matematickém kongresu, s teorií integrálních rovnic. (Myslím, že tehdy měly matematické kongresy ještě nějaký smysl. Takového kongresu se zúčastnilo kolem 200 lidí, ne 3000 jako dnes. Ale všechno se změnilo.) Opět ve vlaku se Hilbert od někoho dověděl, že ve Švédsku jistý Fredholm dokázal něco velice zajímavého v oblasti integrálních rovnic. Později mu to znova připomněly práce švédské matematicky Helgy von Koch a články týkající se nekonečného systému rovnic, které napsal Poincaré. To všechno v něm probudilo nějakou skrytou energii. Velmi brzy zapomněl zdroj svého nadšení a začal psát základní a velice významné články o integrálních rovnicích. Dalo by se tedy říci, že Hilbertova teorie integrálních rovnic, jeden z jeho největších úspěchů, byla vlastně inspirována jeho špatnou pamětí.

Je pozoruhodné, že dobrá paměť spolu s hlubokými a rozsáhlými znalostmi mohou být často velkou překážkou. Tycho de Brahe měl k dispozici tak mnoho údajů a věděl toho tolik, že mu to možná zabránilo dospět k objevům, které udělal Kepler, ačkoliv ten věděl mnohem méně, avšak neznal všechny nezajímavé detaily. Kolumbus mohl objevit Ameriku jen proto, že měl málo vědomostí a nevěděl, že to, co podniká, nemůže být cesta do Indie. Každý vzdělaný člověk mohl poznat, že Hilbert měl v sobě trochu tohoto ducha agresivního dobrodruha: „Je mi jedno, co všichni tito lidé udělali, já to udělám znovu a nezávisle na nich.“ To bylo celkem v pořádku, ale mezi jeho studenty a asistenty vznikl díky tomu pocit, že není třeba příliš dbát na výsledky druhých. Každý vědec má konec konců jistou povinnost věnovat pozornost také ostatním a přiznat jim jejich zásluhy. Skupina soustředěná v Göttingen kolem Hilberta byla známá nedostatkem smyslu pro odpovědnost v tomto ohledu. Nazývali jsme náš postup – dozvědět se něco, zapo-

menout, kde jsme se to dozvěděli, udělat to sami znova, možná lépe, a publikovat výsledky bez korektní citace – proces „nostrifikace“, což byl v naší skupině velice důležitý pojem.

Právě rozmanitost celé matematiky byla pro Hilberta po celý jeho život mimořádně důležitá. Byl velice konkrétní a intuitivní matematik, který vymyslel a vědomě používal následující postup: Chceš-li vyřešit nějaký problém, musíš ho zbavit všeho, co není podstatné. Zjednodušit ho, specializovat jak to jen jde bez narušení podstaty. Když to uděláš, problém bude jednoduchý, nejjednodušší jak může být, aniž by ztratil cokoliv ze své závažnosti, a v této podobě ho vyřešíš. Zobecnění je trivialita, které už nemusíš věnovat příliš mnoho pozornosti. Tento princip byl mimořádně užitečný jemu i těm, kteří se ho od něj naučili: bohužel už upadl v zapomnění.

Hilbert byl hluboce přesvědčen, že je třeba respektovat konkrétní problémy a zabývat se jimi spolu s metodami a otázkami, které z nich vyplývají. Na druhé straně byl zcela otevřen nejabstraktnějším a téměř teologickým matematickým úvahám. Vzpomínám si na jedno z jeho typických rčení (protože nemám zvlášť dobré znalosti z historie, uvedu raději fiktivní letopočet). Řekl: „Co se týče matematiky byl rok 1872 jedním z nejpozoruhodnějších roků. Především Cantor založil svou obecnou teorii množin, když dokázal, že systém reálných čísel není spočetný. To byl jistě mimořádný úspěch. Dále na mě stejně hluboce zapůsobil způsob konstrukce elipsoidu v prostoru jako zobecnění konstrukce elipsy pomocí dvou pevných bodů a provázku, samozřejmě mnohem komplikovaněji, který objevil Otto Staude.“ Staudův objev byla velmi důmyslná a zajímavá geometrická práce a Hilbertovi se zdál stejně důležitý jako teorie množin. Pravděpodobně je to pravda; filozoficky vzato jsou obě oblasti matematiky ve své podstatě stejně významné. Avšak vývoj matematické módy nedal Hilbertovi za pravdu. Zeptáte-li se dnes kteréhokoliv studenta, bude možná znát konstrukci elipsy pomocí provázku, ale zkonstruovat elipsoid bude umět tak jeden z pěti set a zcela správně možná jeden ze dvou tisíc studentů. Hilbert byl hluboce přesvědčen, že smysl matematiky je právě v tom, že obsahuje ve svém širokém spektru obě tyto tak vzdálené oblasti.

Hilbert byl jedním z prvních a velmi nadšených zastánců teorie množin. Vzpomínám si, že krátce před svou smrtí přijel do Göttingen Henri Poincaré a měl tam několik přednášek: jedna z nich byla o šíření elektromagnetických vln kolem země, jiná se týkala základů matematiky. Právě tato přednáška byla prudkým útokem proti kantorismu, proti axiómu výběru a větám podobného typu jako věta o dobrém uspořádání. Zermelo právě tehdy dokázal, že každou množinu lze dobře uspořádat a na oné přednášce seděl velmi blízko přednášejícího. Poincaré chtěl být zdvořilý (dokázal být katastrofálně nezdvorný, jestliže se snažil být přátelský) a přitom hřimal proti Cantorovi a proti všem snahám rozvíjet matematiku v tomto směru. Nakonec prohlásil: „Dokonce téměř duchaplný důkaz pana Zermela se musí škrtnout a vyhodit oknem“. Zermelo, velice vášnivý a zvláštní člověk, se zmítal mezi zoufalstvím a vztekem, a večer toho dne by býval při večeři Poincarého zastřelil, být trochu šikovnější; naštěstí byl velice nešikovný. Hilbert naproti tomu považoval všechny oblasti matematiky včetně nejabstraktnější teorie množin za stejně přijatelné. Napadal jakékoliv snahy stanovit hranice ve smyslu: „Až sem můžeš jít, ale dál nesmíš“, a nazýval je hyperpruským postojem. (Ve starém Prusku jste mohli vidět všude na ulicích a v parcích velké tabule, na nichž bylo napsáno, že je zakázáno jít sem

nebo tam, plivat na zem a podobně.) Přímo zuřil, když se někdy dozvěděl, že má být zakázáno něco, co není zločinné jednání. Mnoho svých osobních zápasů vedl za myšlenku, že každý má mít možnost zastávat vlastní názory a věnovat se svým zájmům. V této souvislosti vám budu vyprávět jednu příhodu. Jedním z pravidelných návštěvníků a přátel Göttingen byl velký holandský topolog L. E. J. Brouwer, kterému se jako prvnímu podařilo zasadit topologii do rámce přesné a deduktivní analýzy. Byl to velmi zajímavý člověk a velký nacionalista v obecném smyslu, který je vždy nacionalistou té země, kde právě žije. Po I. světové válce se stal zapáleným německým nacionalistou, ačkoliv sám byl Holanďan. První poválečný mezinárodní matematický kongres byl v Torontu; následující pak v Bologni. Tehdy chtěli matematici ze zemí spojenců udělat smířlivé gesto, pozvali také matematiky z Německa a Hilberta požádali, aby kongresu v Bologni předsedal. Hilbert pozvání přijal, ale skupina nacionalistů se postavila proti a nakonec se vše stalo otázkou cti. Byl to fantastický zápas, můžete se o něm dočíst ve starých novinách. Brouwer byl jedním z vůdců v boji proti mezinárodní spolupráci a Hilbert se na něj proto velmi rozzlobil. Prohlásil: „Nemůže mi zakázat jet do Bologne a udělat co chci; takoví vlastenci jsou nám k ničemu.“ Byl tehdy vážně nemocen a tak dopis, kterým vyloučil Brouwera z redakce časopisu *Mathematische Annalen*, musel místo něj napsat Harald Bohr. Tím Brouwera velice urazil; být tehdy redaktorem tohoto významného časopisu neznamenal téměř nic, ale být z redakce vyloučen, to už bylo něco. Uspíšilo to vzájemný boj a nepřátelství prostoupilo velkou část matematického života. V podstatě to všechno vzniklo kvůli Hilbertovu názoru, že nikdo nemůže zakazovat něco, co je evidentně rozumné. Hilbert za něj bojoval zuby nehty.

Chtěl bych ještě říci několik poznámek o šíři Hilbertových zájmů. Jak jsme již o tom hovořili, Hilbert se velmi zajímal o fyziku. Jeho přítel Arnold Sommerfeld tehdy založil velké středisko teoretické fyziky v Mnichově. „Musím se dozvědět něco o fyzice“, řekl Hilbert (právě vznikala teorie relativity), „a chci se také dozvědět něco o kvantové teorii, ale k tomu musím mít nějakého asistenta jako soukromého učitele. Tihle matematici jsou příliš abstraktní, aby dokázali vysvětlit fyziku“. Proto měl stále u sebe nějakého asistenta, kterého mu poslal Sommerfeld. Nejlepší a nejnámější z nich byl Otto Stern, který později získal Nobelovu cenu. Nebyl příliš matematicky fundován, ale velmi dobře chápal podstatu a nutnost zjednodušování. Byl dlouhá léta Hilbertovým učitelem fyziky. Hilbert pak znal z fyziky hodně a jeho velkou touhou bylo vědět o všem, co je v ní nového. Později přišel do Göttingen Niels Bohr (od něho se Hilbert nic nenaučil – vzájemně komunikovat s Bohrem byl problém sám o sobě). Hilbert měl kolem sebe stále nejlepší lidi. V té době byli v Göttingen Max Born a Franck a ti spolu s ním založili speciální fyzikální seminář o struktuře hmoty. Termín „struktura hmoty“ vznikl vlastně na tomto semináři. Účastnilo se ho mnoho fyziků a diskutovalo se o všech otázkách týkajících se kvantové teorie a různých oblastí kvantové mechaniky. Jedním z významných účastníků semináře byl Heisenberg; také Jordan, Born a Pauli se ho účastnili. Bylo to skutečně heroické období moderní teoretické fyziky. Tento seminář a Hilbertův inspirující zájem hrály v rozvoji teoretické fyziky mnohem větší roli, než dnes obvykle ví i fyzik zabývající se o dějiny fyziky.

Hilbert měl mnoho dalších zájmů, kterým věnoval svůj čas. V Göttingen žil úžasný biolog a jeden z prvních německých genetiků, Kühn. Hilbert ho přesvědčil, aby uspořá-

dal pro studenty teologie, filologie, další zájemce a zejména jeho vlastní kroužek, kurs přednášek o genetice. Sám byl pravidelný a nadšený účastník tohoto kursu. Zanedlouho se však dostali k moci nacisté a tím všechno skončilo. Hilbert se zajímal také o filozofii, o historii, prostě o všechno. Vždy byl ochoten uznat, že existují oblasti, jejichž hranice dosud nepřekročil, a stále se je snažil poznat. Hudbu objevil, až když mu bylo přes padesát let. Náhodou dostal od někoho poměrně dobrý gramofon a tak si začal kupovat gramofonové desky, aniž se díval na tituly. Jedna z nich byla shodou okolností od Mozarta a Hilbert si všiml, že je to něco úplně jiného. To vzbudilo jeho zájem a během půl roku se stal znalcem klasické hudby a nevynechal jediný koncert.

Hilbert zůstával stále přístupný, otevřený kritice, různým názorům a každému studentovi. Přestože byl velikán ducha a skutečně mimořádná vědecká osobnost, každý s ním mohl hovořit jako rovný s rovným – měl-li ovšem co říci. Tím si Hilbert získal velice mnoho lidí.

Bylo zajímavé pozorovat Hilberta jako učitele. Mnoho studentů chtělo u něj dělat doktorát a tak musel dříve či později zkoušet. To však nikdy nebral moc vážně. Někdo tedy podal disertační práci na téma, které Hilbert určil. Když to nebylo nic mimořádného a hlavně proto, že bylo příjemnější dělat si vlastní věci než číst, co někdo jiný napsal, dal jí Hilbert k posouzení některému ze svých asistentů. Velmi rychle si všichni asistenti všimli, že Hilbert práce nečte a nečetli je také. Tímto způsobem přijal Hilbert mnoho disertačních prací, často nepředstavitelně špatných nebo pošetilých, a doktorát u něj získalo mnoho studentů. Všechny tyto disertace jsou shromážděny ve složkách a člověk má skutečně zvláštní pocity, když je prohlíží. Například dvě dívky, které ničemu nerozuměly a měly to zpočátku u Hilberta velmi špatné, ho jednou v neděli přijely navštívit a přinesly jeho psovi nádhernou jitrnici. Hilbertovo srdce hned změklo. Nepřimělo ho to sice detailně prostudovat jejich disertace, ale nehledě na to za krátký čas obě dívky získaly své tituly. Takové věci se stávaly často.

Také při ústních zkouškách bylo těžké poznat, jestli kandidáti něco umějí nebo ne. Ve starém římském právu je jedna velmi stará zásada – „In dubio, absolvo“ (jsou-li pochybnosti, obviněný musí být zproštěn viny). Hilbert byl často v pochybnostech a tak bylo velmi těžké neudělat u něj zkoušku. Nějaká standardní stupnice hodnocení vědomostí neexistovala. Na druhé straně disertační práce některých Hilbertových studentů byly skutečně skvělé, například práce, kterou podal k doktorátu Erhard Schmidt, je jedním ze skvostů matematické literatury a dělá čest svému autorovi. Co se týče hodnocení vědecké práce, jak již bylo vidět v příhodě s Brouwerem, bral Hilbert redigování časopisu *Mathematische Annalen* velmi vážně a články k publikaci odmítal naprosto bez slitování. Pokud byli redaktory časopisu on, Carathéodory a podobní lidé, *Mathematische Annalen* byly snad nejnáročnějším matematickým časopisem na světě a publikovat v něm znamenalo skutečně hodně. K této činnosti se stavěl Hilbert velice odpovědně na rozdíl od zkoušení studentů. Vždy žertoval na účet francouzského systému, který se snažil zavést tak zvané objektivní hodnocení studentů – nedávalo mu to žádný smysl.

Dovolte mi říci nakonec ještě něco o studentech. Kolem Hilberta a vůbec v Göttingen žila poměrně velká skupina studentů, kteří byli zcela oddáni studiu a poznání. Nesnažili se najít si zaměstnání a ani na to nemysleli; kromě vyučování na gymnáziu se tehdy matematikům nabízelo velice málo pracovních možností. Učit na gymnáziu nebylo tehdy

tak zlé jako být dnes učitelem na střední škole v nějakém malém městě na středozápadě nebo západě Spojených států (slyšel jsem, že prý už to není tak hrozné), ale kromě vyučování zbývalo skutečně velice málo. Tito studenti byli spojeni hlubokými osobními vztahy a byli si navzájem velice oddáni. Měli bohaté kontakty se svými profesory, s asistenty a jeden s druhým. Mnoho času trávili filozofickými a vědeckými debatami, snažili se rozřešit tajemství života a odhalit politické, etické a náboženské zákonitosti. Žili v úžasné atmosféře odpovědnosti a serióznosti. Přesto se dokázali také bavit, sportovat, ačkoliv doba byla těžká a lidé žili skromně. Proč to všechno říkám: když se začal zvyšovat počet studentů, nebylo již možné eliminovat všechny, kteří nepatřili do úzké intelektuální společnosti, a tak postupně vznikalo rozdělení studentů na ty, kteří měli kontakty s asistenty a profesory, a na anonymní masu ostatních. Také studentské akademické společnosti se poměrně rychle rozštěpily na různé skupiny, což později do značné míry ovlivnilo úspěch nacistů. Studenti, kteří pouze studovali a nebyli členy užší společnosti, viděli, jak jiní jsou zváni na večere do domů svých profesorů nebo na plavecké výlety se svými asistenty, a cítili, že jsou vlastně mimo. Začali tvořit značně velkou skupinu často poměrně inteligentních, ale zklamaných a nespokojených lidí. Z tohoto rezervoáru nespokojenosti čerpali později nacisté intelektuální podporu.

Podle mého názoru právě skutečnost, že se většině studentů splnilo velmi málo z jejich snů o vzdělání a intelektuálním povolání, ovlivnila podstatně další vývoj. V roce 1933 začali náhle mnozí studenti — většinou ti, které jsme vlastně ani neznali — nosit na semináře, přednášky a všude po univerzitě odznaky nacistické strany. Bylo to velké překvapení pro učitele i pro starší studenty, vysvětlitelné právě rozštěpením studentů na dvě izolované skupiny.

Myslím, že už hovořím příliš dlouho, ale stále se dotýkám jen povrchu věci; řekl jsem velice málo podstatného o tom mimořádně pozoruhodném jevu, jakým bylo staré Göttingen. Neřekl jsem dosud nic o aplikované mechanice. Žil tam také Prandtl, největší z vědců zabývajících se tehdy klasickou mechanikou. Byl to velmi skromný a v jistém smyslu ostýchavý člověk, který měl na vývoj mechaniky nesmírný vliv; vlastně založil celou moderní aerodynamiku a dynamiku kapalin. Nezmínil jsem se také o stylu, který používal Landau, nejextrémnější zastávce abstraktní matematiky. (O dvacet let později by byl pravděpodobně jedním ze členů společnosti Bourbaki.) Napsal známou knihu o základech kalkulu, která je obdivuhodná, ale zcela absurdní jako učebnice pro studenty. Vždy hluboce pohrdal vším, co sebe méně souviselo s aplikacemi. Prandtl jednou napsal nádherný článek o mazadlech a olejích, o dlouhých molekulách a o jejich funkci v inženýrských problémech mazání. Byla to vynikající práce, ale tyto amzáci oleje vám ovšem zašpiní kalhoty, když nejste dost opatrní. Landau byl v tomto ohledu velice opatrný. Kdykoliv někdo mluvil o věci, která mu třeba vzdáleně připomněla aplikaci, vždy prohlásil: „Ah! Schmieröl!“ (Ach, zase ta kolomaz! *pozn. překl.*). Toto rčení se stalo v jeho ústech narážkou na Prandtla a ostatní zabývajících se mechanikou.

Takže vidíte, že ve starém Göttingen byly zastoupeny všechny skupiny, všechny vývojové směry, ale k otevřenému boji mezi nimi nikdy nedošlo. Zažili jsme mnoho přátelských potyček, jak to bývá na každé fakultě a v každém kolektivu, ale všechny byly vcelku konstruktivní.

Přeložil Pavel Veselý