

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Mirko Rokyta

Setkání s profesorem Gustavem Choquetem

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 37 (1992), No. 1, 30--42

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138030>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1992

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

- [vLS] J. VAN LEEUWEN and A. A. SCHOONE: *Untangling a Traveling Salesman Problem in the Plane*, Technical Report RUU-CS-80-11, University of Utrecht (1980).
- [VSD] A. VERGIS, K. STEIGLITZ and B. DICKINSON: *The Complexity of Analog Computation*, *Math. and Comp. in Simulation* 28 (1986), pp. 91–113.
- [V] V. G. VIZING: *Complexity of the Traveling Salesman Problem in the Class of Monotonic Improvement Algorithms*, *Eng. Cyb.* 4 (1978), pp. 623–626.
- [WSB] P. WEINER, S. L. SAVAGE and A. BAGCHI: *Neighborhood Search Algorithms for Guaranteeing Optimal Traveling Salesman Tours Must be Efficient*, *J. Comp. Sys. Sci.* 12 (1976), pp. 25–35.

(Tituly označené * boli doplnené pri preklade.)

Preklad *Daniel Olejár*, október 1990.

Setkání s profesorem Gustavem Choquetem

na katedře matematické analýzy MFF UK v Praze 25.10.1990

(Z magnetofonové nahrávky přepsal, přeložil a upravil Mirko Rokyta)

Uvádějící: *Jsem velmi rád, že profesor Gustav Choquet přijal naše pozvání. Doufám, že diskuse s ním bude pro vás všechny zajímavá, profesora Choqueta budou také možná zajímat názory našich studentů. Pokud se týká jazyka, navrhneme angličtinu, ale můžeme rovněž hovořit francouzsky.*

Prof. Choquet: *Budu respektovat většinu, máme demokracii.*

Tedy budeme mluvit česky? ... Požádal jsem prof. Choqueta, aby řekl pár slov úvodem, takže prosím.

Je obtížné říci několik slov úvodem a přitom nevynechat nic podstatného. Nejprve snad něco o francouzském vzdělávacím systému.

Základní školu navštěvují žáci mezi 6 a 11 rokem. Pak následuje střední vzdělání, které se dělí do dvou stupňů: collège a lycée. Collège studenti ukončí asi ve 14 letech a mohou pokračovat studiem lycea (lycée, něco jako vaše gymnázium), které ukončí asi v 17 letech. Někteří ovšem také až ve 20 ... Absolventi lycea získávají titul bakaláře a (což je pro Francii specifické) každý, kdo má titul bakaláře, má právo studovat na univerzitě. Nevím, jestli je to správné, ale je to tak.

Bakalářských titulů je mnoho: A, B, C, D, E, F, G, ... asi dvacet či třicet. Ty základní jsou zaměřeny na matematiku a fyziku a spousty dalších jsou v technických směrech. Náš současný ministr vzdělávání vznesl před časem požadavek, aby 80% všech mladých lidí získalo titul bakaláře. Většine rozumně uvažujících lidí se toto procento zdá vysoké, nehledě na to, že fixovat dopředu počet absolventů školy je nesmyslné. Dnes má tento titul jen asi třetina mladých lidí, ale už teď máme problémy, protože

i třetina je příliš mnoho. Kdyby 80% všech mladých lidí mělo titul bakaláře a všichni chtěli studovat dál, univerzity by se příliš zvětšily a jejich úroveň by šla zákonitě dolů.

Ve školství u nás platí to, čemu my říkáme demokratické principy: v collège, v lycée i na univerzitách jsou všichni promícháni. Dobří se špatnými — naprosto náhodně. Osobně se domnívám, že nejde o skutečnou demokracii. Demokracie znamená dát každému, co potřebuje a dovést ho tak vysoko, jak jen může. Ne všichni jsou však schopni dosáhnout stejné úrovně ve stejnou chvíli. Různí lidé mají různé sklony či rozdílný talent a proto není rozumné, aby všichni absolvovali stejný program, a to ani během základní školy. Myslím, že to, co teď povídám, může být důležité i pro vás, protože jednou můžete stát před podobným problémem: V souladu s požadavky stále většího počtu lidí se mnoho středoškolských učitelů snaží, přestože to není oficiálně povoleno, utvořit zvlášť třídy ze studentů lepších a zvlášť z těch, jejichž vývoj není tak rychlý či kteří mají odlišné zájmy. Tato různost zájmů je pochopitelná: Do lycejí přicházejí i lidé z venkova nebo ti, jejichž rodiče jsou dělníci, a prostředí takových domácností přirozeně není nakloněno abstraktnímu studiu. Ideálem takových rodin je dobré technické vzdělání a tímto názorem jsou chlapci a děvčata často silně ovlivněni, přestože se snažíme je usměrnit.

Vydejme se teď na univerzitu. Univerzitní studium matematiky se dělí do tří stupňů. První stupeň je dvouletý; můžeme mu říkat přípravný stupeň. Hlavní náplní studia je pokročilejší kalkulus včetně diferenciálních rovnic, integrování (nikoli lebesgueovského, ale např. riemannovského), nějaké algebry, vektorových prostorů konečné dimenze . . . Následuje stupeň druhý, který může trvat jeden nebo dva roky. Absolventi jednoletého druhého stupně obdrží diplom, zvaný „lycenciát“, na jehož základě už mohou pracovat například v průmyslu, popřípadě jako učitelé na collège. Lepší studenti absolvují dva roky druhého stupně, ve kterých dochází k tzv. atomizaci studia: studijní program je rozdělen do menších úseků. Jde např. o kurs integrování, kurs algebry, topologie atd. Základy matematiky jsou tak rozděleny do 6 jednotek, z nichž ti nejlepší studenti absolvují během dvou let druhého stupně 4 nebo 5. Opravdu dobří studenti dosahují v tomto dvouletí slušných výsledků. Horší je to s těmi, kteří nejsou příliš motivováni.

Podle mého názoru je tento systém atomizace špatný. Proč to tvrdím? Vezměme si například obecnou topologii (což zahrnuje i vektorové prostory a operátory na Banachově prostoru). Studenti, kteří studují tento úsek, dělají to bez jakékoli souvislosti se zbytkem analýzy, neboť tento zbytek analýzy neznají. Totéž se týká všech ostatních jednotek. Na konci každé jednotky, která trvá jeden semestr, je zkouška. Po ní je možno látku zapomenout. Student tedy přijímá matematiku jako když se maluje obraz, který sestává z jednotlivých detailů. Celek vynikne až při pohledu z jisté vzdálenosti. Nevím, zdali je tento přístup vhodný pro lidský mozek. Myslím, že výsledky nejsou dobré; studenti nevidí matematiku jako celek, netuší, proč se co zavádí, proč se věci dělají právě takto a jaké jsou aplikace. Uveďme například větu Hahnovu-Banachovu. Lze ji přednést velmi brzo, protože její důkaz je lehký. Přednesete-li ji ale dřív, než ji studenti skutečně potřebují, naučí se své poznámky k důkazu a co dál? Máte k dispozici krásnou větu, ale pokud ji nezačnete hned k něčemu používat, studenti jí neporozumí a nepochopí, proč je taková věta nutná.

Systém atomizace je velmi těžké opustit, líbí se totiž jak studentům, pro které předmět končí hned po absolvování zkoušky, tak profesorům: ti totiž přednášejí svoji specializaci, což od nich nevyžaduje tolik přípravy; mohou dva či tři roky přednášet totéž. Takže pokud jste tento systém nezavedli, nedělejte to.

Pokud jde o mne, myslím si, že by bylo lepší vrátit se k systému, kdy např. velká část analýzy je přednesena jedním profesorem vcelku. Odráží to přirozený vývoj částí analýzy i způsob, jakým se lidé učí.

Třetí stupeň univerzitního studia je začátkem výzkumné činnosti. Nemyslím tím skutečný výzkum, ale to, že přednášky jsou specializované a na vysoké úrovni. Přednáší se například Lebesgueův integrál a jeho aplikace na Fourierovy řady a Fourierovu transformaci atd. V průběhu třetího stupně musí studenti udělat dvě zkoušky a napsat práci, asi tak deset či dvacet stran. Nejde samozřejmě ještě o PhD, jde o to něco samostatně sepsat a pak to ústně vysvětlit a obhájit. Tyto dvě věci, tedy umění psát a umění mluvit, patří rovněž k tomu, co by se studenti měli během třetího stupně naučit. Není to tak jednoduché, jak by si někdo mohl myslet. Umět vysvětlit věc tak, aby byla pochopitelná, je velmi těžké. Někteří studenti jsou docela dobří, mají-li něco nastudovat či přečíst, ale běda když dojde k tomu, aby něco vysvětlili. Sami totiž nikdy nemluvili. Na přednáškách obvykle mluví profesor sám a studenty ke slovu nepustí. Má to svůj důvod: je totiž obtížné poslouchat v interpretaci začátečníka něco, co sami velmi dobře znáte. Takže mohu dát studentům jednu radu: když budete mluvit před svým profesorem, snažte se být dobře připraveni, aby váš pedagog příliš netrpěl.

I psát je ovšem velmi obtížné. Prezentovat výsledek, sdělit, proč dělám to či ono, zdůraznit závěry ... Je to jisté umění. Nesouhlasím například úplně se způsobem práce bourbakistů. Styl bourbakistů může být přijatelný pro jisté části matematiky, ne však pro všechny.

Podívejme se nyní na postgraduální studium, krátce PhD. Před několika lety bylo ve Francii dvojí PhD: jedno bylo součástí třetího stupně univerzitního studia a další, tzv. státní, souviselo s napsáním disertační práce. Pokud se student rozhodl pro „třetistupní“ PhD, musel s ním být hotov během roku či dvou. V tom případě trval třetí stupeň tři roky. Téma PhD zadával většinou profesor, ale vyskytly se i studenti, které už v době studia zaujal jistý problém a vybrali si téma sami. To se stávalo zřídka, ale například Alain Comb, pozdější nositel Fieldsovy medaile, patřil k těmto výjimečným případům.

Státní PhD bývalo na velmi vysoké úrovni, možno říci, že nejvyšší na světě, vyšší než v USA či v Německu. Trvalo však velmi dlouho, což bylo nevýhodné. Měli jsme pak málo studentů např. z USA, neboť „třetistupní“ PhD nemělo v USA přílišnou váhu a zůstat zde dalších pět let, potřebných k absolvování státního PhD, studenti nechtěli. V současnosti už ono „třetistupní“ PhD nemáme a řádné postgraduální studium trvá po absolvování univerzity asi tři roky. Je zhruba na úrovni USA a obecně opět na téma, navržené profesorem.

No a co dál? Má-li někdo PhD, může se stát asistentem na univerzitě. Nebo také jít do průmyslu a vydělávat dvakrát tolik. Či může dělat základní výzkum. Odborný pracovník se (pokud publikuje několik článků dobré kvality v mezinárodně uznávaných

časopisech) může habilitovat a stane se vedoucím pracovníkem. To se děje tak pět (či víc) let po získání PhD.

Tolik tedy úvodem.

Malou poznámku než začne diskuse. Naše setkání je poměrně výjimečné i tím, že je mezinárodní. Je zde samozřejmě profesor Choquet, ale je tu i účastník ze SSSR, z Polska a zahlédl jsem tu i někoho ze Švédska. Rovněž je výjimečné proto, že profesor Choquet nám donesl kávu a čaj. Bavili jsme se rovněž o koňaku, ale já jsem navrhl odložit koňak na pozdější dobu. Takže máme jen čaj a kávu.

Nejsem předsedajícím v žádném smyslu tohoto slova, takže se můžete ptát sami.

Odpovědi na otázky

Otázka (studenti, pracovníci fakulty, hosté): *Pokud jsem dobře porozuměl, jsou collège a universita ve Francii rozdílné instituce.*

Odpověď (prof. Choquet): To, čemu říkáme collège není totéž jako college v USA, je to škola, kam se chodí ve věku od jedenácti do patnácti let.

Aha, takže nejprve collège, potom lyceum a pak univerzita.

Ano.

A bakalář se dělá ...

Na konci lycea.

Takže je tomu jinak než v anglosaských zemích.

Ano ... Střední vzdělání je rozděleno do dvou stupňů: collège a lycée. Já osobně nemám rád toto dělení. Vede totiž mimo jiné k tomu, že collège a lycée mají samostatné budovy. A jakmile mají dvě školy každá svou budovu, lidé, kteří v nich učí, rovněž nejsou titíž. Za mých dob jsme měli collège a lycée ve stejné budově a profesory, kteří učili na obou úrovních. Dokonce i nejlepší profesori občas chtěli učit nižší třídy. Teď to není možné nebo to není tak jednoduché.

Slyšela jsem, že studenti francouzských škol nejsou známkování, ale obdrží na konci školního roku jakýsi certifikát o tom, na jaké jsou úrovni ve srovnání s jinými studenty ve třídě. Je to pravda?

Podívejte se, Francie je země demokracie. (Někdy až nucené demokracie, ale to sem nepatří.) Demokracie říká, že všichni lidé by si měli být rovni. Protože by si měli být rovni, neměli by být známkování. Když jsem byl mladý, neexistovalo toto pojetí demokracie, a tak jsme mívali na konci roku ceremonii, při které dostávali nejlepší studenti knihy, diplomy atd. Ti nejlepší byli šťastní, ti horší už méně, museli od rodičů snášet výčitky jako: „Pročpak jsi nepracoval tolik jako ostatní?“

Teď už nemáme žádné známky a na konci roku se nerozdávají žádné knihy. Nějak se to musí vyřešit. Myslím si, že řešení je v oceňování rozdílných zásluh. Víte, idea známkování studentů vychází z mylné myšlenky, že všechny lidské bytosti mohou být

klasifikovány, seřazeny jako dobře uspořádaná množina. Ale, jak víte, jsou i částečně uspořádané množiny a jsou i extrémny, kdy žádné dva prvky nelze srovnat. (Ale to je jen extrém.)

Jsou jistě i studenti, kteří ve všech hodinách vypadají jako když spí, dokonce i při tělocviku. Důvody toho mohou být různé včetně rodinných. Ale když vyloučíme takové patologické jevy, každý student má jisté zásluhy, které mohou být vhodně oceněny. Takže pokud nebudete měřit všechny stejným metrem, můžete uspokojit každého. Jediné dokonalé měřítko totiž neexistuje.

Ohledně postupu z ročníku do ročníku: Na collège, což jsou nižší třídy střední školy, bylo před několika lety pravidlem, že žák postupoval z ročníku do ročníku víceméně na přání rodičů. Profesori sice mohli doporučit, že není vhodné, aby ten který student postoupil do vyšší třídy, ale rodiče měli poslední slovo. Nebylo to v pořádku. Představte si, že někdo nezvládl první ročník a přesto postoupil do druhého, ten pak rovněž nezvládl a takto nezvládl všechny ročníky collège. A na konci ho čekala závěrečná zkouška. Žádná jiná zkouška mezi ročníky nebyla. Jen na konci studia. A pokud ji někdo neudělal ve čtyřech po sobě jdoucích letech, znamenalo to neabsolvování collège. Proč někteří studium nezvládali? Někdy proto, že jejich biologické dispozice nebo jejich mentální vývoj neodpovídal přesně požadavkům daného ročníku. A takový student by neměl postupovat dále. Pokud neuspěje v prvním ročníku, není naděje, že by uspěl ve vyšším. V současnosti postupujeme takto : protože opakovat ročník není psychologicky vhodné, rozdělí se každý neúspěšně zvládnutý ročník do dvou let. V těchto rozdělených ročnících se postupuje pomaleji, za rok se studenti naučí jen polovinu programu pomocí speciálních pedagogických metod. Pak postoupí do druhého roku téhož ročníku. Někdy se stává, že až deset procent těch, kteří by jinak beznadějně propadali, postupně úspěšně projdou. Deset procent není mnoho, ale jakýsi výsledek to je. Někdy se nedělí rok do dvou, ale dva po sobě jdoucí roky do tří let, v nichž se pak učí ještě pomaleji a pedagogičtěji. Takové experimenty dělali např. v Grenoblu a měli s tím velký úspěch.

[ke studentům] Vy jste univerzitní studenti? Ze kterého ročníku? Chtěli byste změnit něco v organizaci učení? To není kritika systému, jen organizace. Organizace se může vždy kritizovat.

Faktem je, že se organizace již mění. Byla nám dána jakási svoboda ve výběru předmětů, myslím, že by to mohlo pokračovat.

Vy jste před chvílí naznačil, že ten systém dělení studia na volitelné předměty ve Francii nefunguje moc efektivně. Já si myslím, že i když máte zcela fixovaný syllabus toho, co by studenti měli studovat od prvního do pátého ročníku, stále to ještě nemusí fungovat. Napřve třetím ročníku se tady používají věci nejen z ročníku druhého, ale i z ročníku prvního, které už studenti většinou zapomněli a všechno záleží na tom, zda student najde své poznámky z prvního ročníku. Myslím, že systém, ve kterém studenti mají spousty svobody ve výběru sice není dokonalý, ale silně pochybuji o tom, že nějaký takový systém existuje.

Ovšemže neexistuje ideální systém. I kdyby se každý učitel staral jen o jednoho studenta, nemůže předem znát jeho skryté možnosti. Myslím si, že vzdělání by mělo

připustit různé orientace. Na našich středních školách a ani na univerzitách tomu tak není.

Vezměme to takhle: když jsem byl mladý, navštěvovalo střední školu jen velmi málo studentů. Z naší vesnice jen dva: já a moje sestra. Dva z tisíce. Neříkám, že tehdy chodily na střední školu jen děti bohatých rodičů, to nebyla nutná podmínka. Byly to však děti, které pocházely z jisté intelektuální atmosféry, byly schopny hovořit, ovládali francouzštinu skutečně dobře.

Teď je to jiné: na střední školu jdou všechny děti, a tak se na ni dostanou i studenti, kteří učitele nechápou, protože nerozumí tomu, co říká. Ve Francii opouští základní školu asi 20% dětí, kterým my říkáme „iliterální“. Znamená to, že jsou schopny číst všechna písmena, ale stojí je to takové úsilí, že než dočtou odstavec, zapomenou, o čem byl. Je to něco jiného než analfabet. Analfabet je zcela neschopen číst, procento takových je velmi nízké.

A škola musí být schopna poskytnout odlišným typům dětí odlišný přístup. Ve starším systému středních škol a univerzit byla látka pro všechny studenty takřka stejná. Vesměš převažovala teorie. Nyní se naše ministerstvo vzdělání (přestože dobře zná obtíže s tím spojené) snaží dělat přesně totéž ne pro malé procento lidí, ale pro procento téměř dvacetkrát vyšší. Není to nejvhodnější řešení. Podle mého názoru by střední škola měla být organizována tak, že téměř od samého začátku (nebo po roce experimentu) by měli studenti dostat možnost výběru různých směrů. Já vidím alespoň dva takové směry: jeden, který odpovídá starému, klasickému stylu a který by mohl obsahovat latinu, řečtinu, francouzštinu, něco z kultury atd., a druhý — technický. Ovšem, i zde by mělo být trochu teorie, ale jen nezbytně nutné teorie. K porozumění věci, techniky. Ve Francii tyto dva směry pro střední školy pomalu vyvíjíme, ne však dostatečně rychle.

Co je překážkou? Tyto technické školy se totiž považují za něco podřadného. Máte žáka, který zcela zřejmě není schopen studovat klasický směr vzdělání, více by mu vyhovoval směr technický. To by však jeho rodiče nepřenesli přes srdce, cítili by se zahanbeni. Rovněž kvalita učitelů na těchto školách není příliš vysoká, místo na takové škole se totiž nepovažuje za příliš dobré.

Na univerzitách je to víceméně podobné. Převládá větev víceméně klasicky teoretická a nemáme silnější směr pro techniky, pro přípravu inženýrů na vysoké úrovni. Francie potřebuje asi dvojnásobek inženýrů, než má nyní. Máme samozřejmě školy pro inženýry, jako je École Polytechnique a máme i mnoho velmi dobrých technických škol, ale tento počet stále nedostačuje. Jediná možnost jsou univerzity.

Váš systém vůbec neznám, takže nemohu srovnávat.

Je ve Francii dostatek matematiků?

Ano i ne. Na středních školách schází deset tisíc učitelů matematiky, takže je spousta tříd, které musely být sloučeny. Důvod je tento: Kdo úspěšně dokončí třetí ročník univerzity, může začít pracovat a průmysl i soukromé firmy nabízejí až dvojnásobný výdělek, než by měli čerství absolventi jako učitelé matematiky. U vás, jak mi bylo řečeno, tento problém není. Ale dojde-li i zde k liberalizaci průmyslu a k uvolnění mezd, muže i u vás tento problém vyvstat. Ve Francii obecně existuje velký rozdíl

mezi výplatami učitelů, ať už učí kdekoli, a výplatami v průmyslu. Takže to je první část odpovědi: ne, nemáme dostatek učitelů, kteří by učili matematiku na středních školách.

Na universitách jsme měli před deseti lety možná až příliš mnoho matematiků. Každý rok byl vydáván oficiální seznam absolventů PhD, kteří čekali na pedagogické místo na univerzitě. Bývala jich stovka a byli velmi dobří.

V současné době je tomu jinak. Pokud se zajdete podívat na přednášku třetího cyklu, zjistíte, že jen třetina posluchačů jsou Francouzi. Zbylé dvě třetiny jsou cizinci. S postgraduálním studiem je to podobné. A cizinci — jde většinou o lidi ze severní Afriky nebo Vietnamu — se po skončení studia většinou vrací domů. Myslím, že by se měly zlepšit pracovní podmínky a platy na univerzitách (ačkoli jsou poměrně dobré, i když ne tak dobré jako v USA). Pak nastane příliv velmi dobrých lidí.

Francie měla tradičně dobré matematiky. Není tomu tak proto, že by Francouzi byli nějak lepší než ostatní. Důvod je ten, že už od střední školy se u nás učí poměrně hodně matematiky a rovněž je tradicí, že i profesionální matematici se z velké části podílejí na koncepci výuky středních škol. V USA se toto neděje, a to je jeden z důvodů, proč mají střední školy v USA tak nízkou úroveň. Jednu z nejnižších na světě. Účast univerzitních učitelů na výuce ve středních školách je podle mne extrémně důležitá. Například i Lebesgue nebo Borel se velmi zajímali o výuku na střední škole a napsali knihy pro střední školy. I mnoho mých vrstevníků se zúčastnilo kongresů o výuce na středních školách atd. Ve střední Evropě je to tradice. Myslím, že i tady je tomu tak. Je to jeden z důvodů, proč střední Evropa má střední školy na tak vysoké úrovni.

Pro mnoho našich aspirantů je velkou překážkou studia ve Francii jazyk. Podle jakýchsi předpisů musí každý ovládat slušně francouzštinu, aby se mohl stát postgraduálním studentem. Je to skutečně nutné?

Ne, neexistuje žádná překážka, není na to zákon.

Takže je možno se stát postgraduálním studentem bez znalosti jazyka?

Ano. Snad jen s výjimkou Číny. S Čínou máme široké kontakty a protože čínština je dost odlišná od naší řeči, má naše vláda s čínskou vládou dohodu, že Číňané, kteří chtějí u nás studovat, se nejprve učí francouzsky v Číně a po příjezdu do Francie musí ještě absolvovat speciální jednoletou jazykovou přípravku.

A Češi nepatří do této kategorie?

Ne, ne. Kromě toho, kdokoli na univerzitě rozumí anglicky. A pokud pošlete dobrého studenta, bude u nás vždy vítán.

Jen malou poznámku. Možná se situace již změnila, ale když jsem se asi před 16 lety ucházel o stipendium ve Francii, musel jsem jít na francouzskou ambasádu a předvést, že jsem schopen se dohovorit alespoň trochu francouzsky. Byla to jedna z podmínek obdržení stipendia.

Samozřejmě, jakmile chcete po někom peníze ... To pak jste zaměstnanec a zaměstnavatelem je stát. A stát chce jisté záruky. Možná, že se to změní ve dvou, třech

letech, pak bude patrně stačit mluvit francouzsky nebo anglicky. Ale nyní, když žádáte o stipendia, musíte mluvit francouzsky. Samozřejmě, jste-li dostatečně bohatý a přijedete do Francie s vlastními penězi, můžete mluvit, jakou řečí chcete.

V analýze existuje věta Lebesgueova-Radonova-Nikodýmova. Slyšel jsem, že jste se osobně setkal se všemi třemi těmito matematiky.

Ano. Lebesguea jsem potkal jen jednou. Když jsem začínal s matematikou, toužil jsem Lebesguea spatřit. Zašel jsem na jeho přednášku do Collège de France. Asi za rok nato pak Lebesgue zemřel, byl už tehdy velmi nemocný. Mohu vám říct, jakým způsobem přednášel: v průběhu prázdnin si rozmyslel téma a při procházkách si dělal poznámky do deníků. Těch popsal několik, měl je očíslované 1, 2, 3, ... Pak přišel do posluchárny s jedním z nich, začal v něm listovat a někdy nemohl najít správnou stranu. Napsal větu a pak nemohl najít důkaz, který mezitím zapomněl. Někdy bylo těžké mu porozumět. Nicméně, byl to skvělý člověk. Ale na to jsem přišel až později. Vydal jsem kompletní Lebesgueovo dílo a měl jsem díky jeho synovi možnost číst jeho korespondenci s ostatními kolegy, což bylo mimořádně zajímavé.

A teď anekdotu o Radonovi. Bylo to v Rakousku, v Salzburgu či ve Vídni, už si nepamatuji. Měl jsem tam přednášku a několikrát jsem se zmínil o Radonových mírách. Na konci přednášky měli posluchači poznámky a komentáře a jeden z nich mi řekl, že je rád, že jsem mluvil o Radonových mírách, protože si už myslel, že se na ně zapomíná. „Ne, ne,“ řekl jsem, „to je velice důležitý pojem, zejména pro studium lokálně kompaktních prostorů. A jaké je vaše jméno, prosím?“ „Já jsem Radon,“ řekl.

A teď o Nikodýmovi. Když jsem byl v Polsku, byl jsem v Krakově. Nikodým a jeho žena bydleli v Krakově. Nikodým mluvil velmi dobře francouzsky a jeho žena také. Vůbec všichni tamější matematikové mluvili perfektně francouzsky. Po mém příjezdu se Nikodým o mne staral, řekl mi: „Nezkoušejte se učit polsky, nemá to cenu.“ Není to pravda, umím říct polsky „děkuji“. A „na shledanou“ ... (Tím ovšem nemyslím, abychom se už teď loučili.)

Otto Nikodým byl skvělý člověk, o 26 let starší než já. Zajímal se o teorii míry, hlavně o abstraktní přístup k míře. Neměl rád Radonův přístup, míry na topologickém prostoru, dával přednost abstraktnímu přístupu; věty, které dokázal, jsou slavné.

Bavil se o tom někdy s profesorem Dieudonné, který je znám svým striktním přístupem k abstraktním mírám?

Ne, protože se nikdy nedostal do Paříže. Z Polska odešel do Londýna a potom do USA, na jednu malou, tichou univerzitu v Ohiu a tam se usadil.

Znají ti mladí tady Dieudonného? Asi ne. A bourbakisty? Znáte je? Používáte jejich knihy? Předpokládám, že studujete hlavně z českých knih.

Myslím, že Bourbaki nebyl vydán v Československu, mám jen dvě či tři knihy, zakoupené v Rusku. Tady nejsou příliš rozšířené.

Kdybych měl radit mladým univerzitním studentům (ale může se to hodit i maturantům), řekl bych jim: číst je velmi důležité. Nejen poslouchat přednášky, ale i sám si číst — články i knihy. Nikoli nutně od začátku do konce, někdy může přinést víc čtení na přeskáčku. Sledovat, co říká autor od A až do Zet nemusí být totiž nejlepší. Když

chcete oponovat, což je jeden z dobrých způsobů, jak se učit, musíte mít jiný úhel pohledu a ten můžete získat čtením v jiném pořadí, než v jakém byla kniha psána.

Jak moc se musí profesor na univerzitě řídit nějakým programem?

V USA, hlavně v prvních ročnících vysoké školy, jsou přednášky číslovány. Má-li kurs číslo 923, ví student přesně, kde je sepsán a může si ho vyhledat. Takže profesor či docent musí přesně sledovat psanou verzi. I kdyby byl génius a měl originální nápady. Ve Francii tomu tak nikdy nebylo. Jestliže profesor učí např. obecnou topologii, nemusí učit podle žádné knihy. Může učit, co chce. Samozřejmě, neměl by přednášet třeba topologické grupy s diskrétní topologií místo obecné topologie, to by nebylo fér. Musí přednášet obecnou topologii, ale způsobem, který si sám zvolí. To je jedna z věcí, která se mi na našem systému líbí, že tento systém připouští úplnou svobodu volby.

Totéž ve výběru cvičení. Ve Francii nevede cvičení profesor, na to je spousta asistentů. První ročník pařížské univerzity má 200 studentů a na cvičení je vyčleněno řekněme 10 asistentů. Tito asistenti se každý týden setkávají s profesorem, který jim poví, jak je daleko a co by se mělo cvičit. Asistenti, kteří nemusí být nutně na nejvyšší úrovni, musí připravit cvičení a dát je profesorovi k schválení. Před třídu pak předstupují asistenti. Každý asistent má tedy asi 20 studentů, které cvičí. V principu by každý asistent měl každý týden dávat úlohu. Je to jako před 40 lety, úlohy byly každý týden. Dnes však se rozmáhá syndikalismus tvrdící, že postačí jedna úloha za 14 dnů.

Byl jste členem skupiny Bourbaki?

Ne, ne.

Je skupina stále aktivní?

Ano. Skupinu Bourbaki zformovalo kdysi 6 mladých matematiků (dnes jsou stále mladí, ale už to nejsou titíž lidé). Zakladatelé skupiny byli velmi mladí, měli tehdy kolem 25–30 let. Jejich cílem bylo původně zlepšit existující systém knih diferenciálního a integrálního počtu a postavit je na solidní základ. Mnohokrát se sešli a prodiskutovali to. A zjistili, že když chcete například vysvětlit od základů větu Bolzanovu-Weierstrassovu, dojdete až k teorii množin. Ale začnete-li od teorie množin, musíte mluvit i o obecné topologii atd. Stanovili si tedy mnohaletý plán, který zahrnoval napsání knih o algebře, obecné topologii, vektorových prostorech . . .

Jakmile někdo dosáhne padesáti let, musí tuto skupinu opustit. Což znamená, že již nemůže spolupracovat, účastnit se diskusí a ústně vyjadřovat své názory. Může však spolupracovat korespondenčně, poštou.

Já jsem s nimi nespolečně pracoval. Jen dvakrát jsem se účastnil radou. Ptali se mě například, jak zavést kapacitu a integrální reprezentaci. Víceméně pak jednali podle mé rady, ale ne zcela. Proto úplně nesouhlasím s tím, jak integrální reprezentaci vykládají. Už je však příliš pozdě napravit to.

Bourbakisté napsali mnoho knih, nevím, snad 20, včetně posledních svazků o Lieových grupách — to jsou velmi dobré knihy. Ale je spousta dalších matematických disciplín, o kterých se nezmínili, např. teorie pravděpodobnosti. Z mnoha důvodů.

Jedním z nich byla od samého začátku i Dieudonného opozice vůči abstraktní teorii míry (míry bez topologického kontextu): Dieudonné trval na tom, že v důležitých

případech prostory stejně mají topologii. Tvrdil, že když vezmete množinu s mírou, můžete na ni vždycky zavést topologii, při které to bude Radonova míra. Někteří členové skupiny oponovali: na množině existuje libovolně mnoho měr. Ale: uvažujeme-li jen ty míry, které mohou být na množině vytvořeny, je to v konečném čase jen konečně mnoho měr. Mějme tedy množinu s konečně mnoha mírami. Pak je vždycky možné kompaktifikovat onu množinu tak, že všechny míry budou Radonovy. Proto stačí uvažovat jen Radonovy míry. Takové byly některé jejich argumenty.

Bourbakistům činila potíže teorie pravděpodobnosti a její požadavky takové svobody manipulace s mírou, že topologie s tím nemá nic společného. To byl jeden z důvodů, proč nepublikovali nic o pravděpodobnosti. Bylo to taky proto, že v jejich týmu nebyl nikdo, kdo by pravděpodobnost dobře znal. Po krátký čas byl členem Paul André Meyer, velmi dobrý znalec pravděpodobnosti, který napsal jednu z hezkých knih — o cylindrických mírách. Meyer byl však ve skupině jen krátce, takže žádnou samostatnou knihu o pravděpodobnosti bourbakisté nenapsali.

Je tomu ovšem taky proto, že si záhy uvědomili, že svět matematiky je natolik široký, speciálně v poslední době, že počet knih, které by měly být napsány a počet věcí, které je třeba vysvětlit, roste exponenciálně; počet publikovaných knih roste však jen lineárně. Rozhodli se tedy vydávat jen knihy, které zajímají většinu členů jejich skupiny. Stále ještě pracují, ale jen na věcech, které je zajímají. Mezi jejich knihami rovněž nenajdete knihy o teoriích, které jsou už dobře zpracovány, jako je teorie grafů, teorie her atd.

Mám otázku jiného typu. Zdá se mi, že pro vás osobně byla geometrická intuice velmi důležitá ve vaší práci. Mám pravdu?

Ano, jistě. Moje práce je založena na intuici. Jsem básník. Práce mého mozku, když něco vymyslím či dělám matematiku, je podobná práci básníka či malíře. To jest vidím věci, jejich geometrickou podstatu. Například jsem schopen si představit konvexní kompaktní množinu nekonečné dimenze. Místo toho, abych postupoval rigorózně krok za krokem (což je pochopitelně možné), dělám místo toho velké kroky; sice nepřilíš bezpečné, ale jsem tak schopen velmi rychle dosáhnout cíle. Pak se vrátím a dívám se, zda všechny ty velké kroky byly v pořádku.

Znáte nějakého významného matematika, který taktó nepostupuje?

Aha, vy si myslíte, že všichni matematici musí pracovat tímto způsobem. To není pravda, ale hodně z nich tak pracuje. Já například vidím jednotlivé kroky jako velké skály v údolí. Takže já vidím věci, jejich geometrickou podobu.

Často jsem se ptal algebraiků, jak oni pracují. Oni vidí struktury. Můžete tomu taky říkat geometrický styl.

Co si myslíte o nestandardní analýze jako matematické disciplíně na straně jedné a na druhé straně jako o prostředku výuky elementární analýzy? V USA proběhly experimenty, o kterých určitě víte, při kterých po elementární logice přešli přes nekonečně malé přímo ke kalkulu.

To je mnoho otázek najednou, pokusím se je zodpovědět. Je tu někdo, kdo neví, co to je nestandardní analýza? Už Aristoteles či Platón hovořili o nekonečně malých

veličinách, ale také o diskrétním a spojitém. V nestandardní analýze jsou reálná čísla, která jsou nekonečně velká a přitom konečná, a také reálná čísla nekonečně malá. A axiomy. Jako příklad typického axiomu nestandardní analýzy lze uvést tento: Když ε je nekonečně malé, všechna čísla menší než ε jsou rovněž nekonečně malá.

Dnes existují mnohem jednodušší axiomatiky než ty původní, jsou slabší, ale jednodušší. Například na konferenci „Spojité a diskrétní“ byla navržena tato koncepce: Vezměme reálná čísla a zaveďme na nich kvalitativní vlastnost omezenosti. Říkejme tedy například: „ a je omezené“. Aby to bylo smysluplné, budeme mít axióm, který říká: existují čísla, která nejsou omezená. Bylo by totiž zvláštní, kdybychom požadovali, aby všechna čísla byla omezená. Druhý axióm je: Je-li a omezené a $|b| < |a|$, je i b omezené. To je zcela přirozené. A třetí axióm: Jsou-li a i b omezená, je i $a + b$ a ab omezené. To je všechno. A stačí to k tomu, abyste dospěli k překrásným závěrům. Je to axiomatika, která je mnohem slabší než původní axiomatika Helsonova. Není v rozporu s axiomy teorie množin, a proto je možné tyto skvělé věci uvažovat.

Teď k mému názoru. Patřil jsem k prvním matematikům ve Francii, kteří podporovali rozvoj nestandardní analýzy. Mnoho matematiků ji tehdy odmítalo. Dnes ji studuje hodně lidí, třeba ve Strasbourgu. To, co tam studují, je založeno na podobném axiómu, jako jsem tu popisoval: Když si vezmu přirozená čísla $0, 1, 2, 3, 4, \dots$ (nazvěme je „naivní čísla“), pak jediný axióm říká: tato naivní čísla nevyčerpají množinu všech přirozených čísel. Tedy: existují přirozená čísla, která nejsou naivní.

Myslím si, že to má matematickou budoucnost. Vyskytly se už i jakési aplikace na parciální diferenciální rovnice. Veličiny, které fyzici považují za malé, resp. velké, se reprezentují nekonečně malými, resp. velkými a zacházíte s nimi podle normálních algebraických pravidel. Má to tedy jistou budoucnost, ale abychom to zas nepřeháněli. Já neberu nikdy nic moc dogmaticky.

Ohledně učení. Představte si, že byste už žákům základní školy vyprávěli o nekonečně velkých a nekonečně malých číslech. Řekli by: Tak mi nějaké ukažte. Takže když je učíte nestandardní analýzu, byť s velmi slabou axiomatikou, neabsorbují to. Nejsem si jist, zdali by se měla nestandardní analýza vyučovat. Asi ne dříve než na univerzitách. Jsem proti tomu, aby se učila už na středních školách.

Opakem velmi abstraktního způsobu je velmi konkrétní způsob vyučování. Používáte například při vyučování kalkulu software jako Mathematica, který usnadňuje manipulaci s výrazy? Mathematica např. explicitně integruje.

Já software nepoužívám, nepatří zrovna k věcem, které bych měl rád. A ostatní? Nemyslím, že ho v Paříži někdo užívá. Ale mohlo by to být užitečné.

Když totiž rozumíme velmi dobře tomu, co to je Lebesgueův integrál, dospějeme k názoru, že to je zřejmá věc. Zajímavější je však toto: studenti (je-li tomu tady stejně jako ve Francii) například rozumějí velmi dobře obecné topologii. A mají ji rádi. Ale lebesgueovské integraci, která není tak abstraktní, nerozumějí. Možná, že použití softwaru by mohlo být užitečné. Vy ho používáte?

Zatím ne.

Ale zkuste to. Jistěže.

Jaký je váš názor na postavení matematické analýzy v současné matematice? Upřesním to: Jste-li například na mezinárodní matematické konferenci a sledujete nositele Fieldsových medailí, vidíte jasně, které matematické disciplíny bývají odměňovány. Těžko mezi nimi najdete funkcionální analýzu, pravděpodobnost či teorii míry a integrace atd. Je tedy pozice matematické analýzy horší, než byla dříve, anebo tyto mezinárodní kongresy nejsou typickým případem?

Podívejte se, já si myslím, že výběr odpovídá složení komise. A jak je komise složena, nevím.

Ale mou první domněnku jste potvrdil, děkuji.

Je pravda, že se teď bouřlivě rozvíjejí všechny obory, které používají více či méně algebraické struktury, diferencovatelné struktury či variety a ještě více, pokud jde o směs těchto disciplín s teorií grup. To je fakt. Ty všechny obory budou však stále potřebovat analýzu a analýza je stále plná nádherných věcí. Dělejme tedy nadále analýzu.

Ale co se týká Fieldsových medailí, máte pravdu, že výběr kandidátů je orientován víceméně jedním směrem. A i mimo něj jsou velmi dobří matematici.

Pokud se týká role abstrakce v analýze: Například ve třicátých letech bylo populární mluvit o Banachových prostorech, pak se diskutovalo o topologických lineárních prostorech a v šedesátých letech byla pozornost zaměřena na konkrétní věci opět v Banachových prostorech. Způsoby abstrakce se tedy čas od času mění. Myslíte, že je to přirozené ve smyslu, že se to dá vysvětlit, anebo je to otázka vkusu či potřeb aplikace; jaký je tedy váš názor?

Směry vývoje matematiky nejsou diktovány shora, volí si je lidé, kteří tu kterou věc mají rádi. Jakmile se objeví skupina velmi dobrých matematiků, která se rozhodne mít ráda ten který obor, stane se tento obor důležitým. Když bourbakisté psali knihu o topologických vektorových prostorech, učinili na konci historickou poznámku, která pravděpodobně pochází od Dieudonného, že totiž do Banachových prostorů byly vkládány jisté naděje, ale teď se zdá, že neskýtají nic smysluplného. To bylo napsáno dávno, možná před 40 lety.

A vidíte: teorie Banachových prostorů nyní prožívá explozi. Ve světě je mnoho velmi důležitých center pro výzkum Banachových prostorů. Před 20 lety byl centrem Jeruzalém a Polsko, potom se centrum přemístilo do Paříže, což se pochopitelně může opět změnit. Banachovy prostory jsou teď velice důležitou disciplínou. A ačkoli má úzké propojení k mnoha jiným částem analýzy, je důležitá i proto, že je to hezký předmět zkoumání. Koneckonců, proč si myslíme, že teorie čísel je důležitá teorie? Nemůžete říci, že díky aplikacím. To se začíná říkat až v poslední době. Ale v dobách Hardyho? Myslím, že to byl Hardy, který prohlásil, že je hrdý na to, že jeho obor, teorie čísel, je obor, kde o žádné větě neslyšel, že by měla aplikaci. O dvacet let později se ukázalo, že neměl pravdu. Teď se rozvíjí teorie Banachových prostorů a proč ji tedy neuvažovat jako obor pro sebe, jako zajímavou disciplínu? Jako tomu bylo s teorií čísel před nějakým časem.

Ale je fakt, že např. teorie diferencovatelných variet či Lieových grup se bouřlivě rozvíjí díky fyzice. I když Lieovy grupy, které se vyskytují v kvantové teorii, jsou velmi speciální, potřebují obecnou teorii.

Obávám se, že čas uhání.

Ano, tím jsem si jist. Ale zpovídáný není nikdy tak unavený jako zpovídající.

Budu něco jako Žantovský: navrhuji poslední dvě či tři otázky. Nejsou? Chtěl bych tedy poděkovat prof. Choquetovi a ... toto je konec.

Poznámka: Vzhledem k rozdílům mezi mluvenou a psanou řečí bylo nutno přeložený text nahrávky upravovat. Přestože jsem se při tomto procesu snažil o co nejvěrnější interpretaci, mohlo občas dojít k nepřesnostem či významovému posuvu. Odpovědnost za tyto chyby jsem připraven nést.

Chtěl bych rovněž poděkovat J. Lukešovi, J. Veselému, O. Johnovi a O. Kowalskému z MFF UK Praha za to, že kritickým čtením textu přispěli k jeho vzniku.

M. Rokyta

Geofyzikální a geologické představy o příčinách zemětřesení

Dana Procházková, Zdeněk Roth, Praha

1. Úvod do studované problematiky

Charakteristické krátkodobé pohyby půdy, které se označují jako zemětřesení, jsou u nás vzácné; nicméně čas od času se vyskytují a někdy po nich zůstávají škody na majetku. Zemětřesení s intenzitou rovnou nebo větší než 6° MSK (používaná makroseizmická dvanáctistupňová stupnice) se v posledních šesti letech vyskytla v těchto oblastech: Přímda, Aš–Skalná–Kraslice, Komořany–Duchcov, Trutnov–Náchod, Šumperk–Kouty n. Des., Opava, Český Těšín, Stupava–Pernek–Modra–Dobrá

RNDr. DANA PROCHÁZKOVÁ, DrSc. (1945), vedoucí vědecká pracovnice, Plickova 565, 149 00 Praha 4.

Doc. RNDr. ZDENĚK ROTH, DrSc. (1914), vedoucí vědecký pracovník ÚUG, Malostranské nám. 19, 118 00 Praha 1.