Jan Polášek

Theodor von Kármán a aplikovaná matematika

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 28 (1983), No. 6, 301--310

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/137953

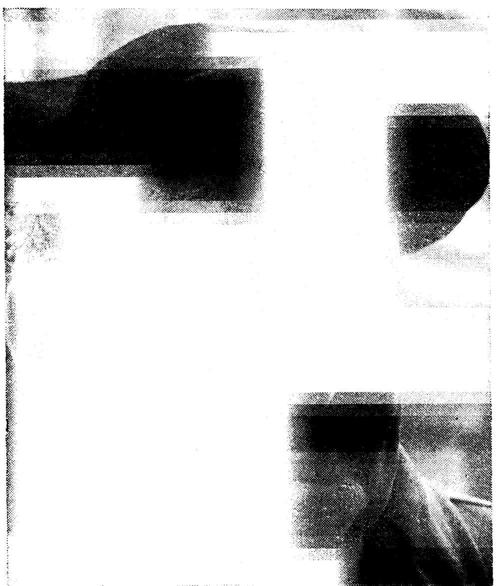
POKROKY MATEMATIKY, FYZIKY A ASTRONOMIE, ROČNÍK XXVIII (1983) ČÍSLO 6

Theodor von Kármán a aplikovaná matematika*)

Jan Polášek, Praha

Předmluva

V květnu letošního roku uplynulo dvacet let od úmrtí Theodora von Kármána, jedné z výjimečných postav aplikované matematiky a přírodních věd dvacátého století. To je též důvod našeho krátkého zamyšlení o jeho přínosu k rozvoji aplikované matematiky a jeho představách o matematickém vzdělání inženýrů.



Theodor von Kármán se narodil 11. května 1881 v Budapešti. Již v útlém mládí se u něho projevovalo mimořádné matematické nadání. Např. v šesti letech dokázal velmi rychle spočítat zpaměti součin dvou šesticiferných čísel. I když jeho otec chtěl, aby studoval dějepis, zeměpis a poetiku, mladý Theodor von Kármán se přece vrátil k matematice. Své znalosti získané studiem dějepisu, zeměpisu a poetiky dokázal ve své vědecké práci velmi dobře využít. Matematiku a fyziku studoval na proslulé univerzitě v Göttingen. Společně s ním studovali na této univerzitě vynikající fyzici a matematici, jako byl Ludwig Prandtl, Felix Klein, Carl Runge, Walther Hermann Nernst a David Hilbert. Pracoval jako vysokoškolský profesor v Göttingen a Aachen. Během své činnosti v leteckém výzkumném ústavu v Aachen (ve funkci ředitele ústavu) postavil druhý aerodynamický tunel v Německu a podílel se význačnou měrou na výzkumu a vývoji jednoplošníků a velmi rychlých letadel.

Když se v Německu dostali k moci nacisté, stalo se pro Theodora von Kármána,

---

*) Při zpracování článku byly využity materiály citované v seznamu literatury, zejména pak práce [1].

právě tak jako pro mnoho jiných, další setrvání v Německu nemožným. V roce 1930 odchází do Spojených států severoamerických. Tam zastával celou řadu vysokých vědeckých funkcí a ve velké míře se podílel na vývoji amerických letadel a raket ve druhé světové válce.

Theodor von Kármán získal za svého života 17 doktorátů, 12 čestných doktorátů a 45 vyznamenání a řádů.

Z jeho nesmírně rozsáhlé činnosti si všimneme jen jedné části, a to jeho vztahu k aplikované matematice a jeho názoru, jaký význam má aplikovaná matematika v moderní vědě a při výchově inženýrů a přírodovědců.

Úvod

Theodor von Kármán se za svého života velmi intenzívně zabýval problematikou, jak co nejlépe aplikovat matematiku v inženýrských vědách. Sám to např. charakterizoval ve své autobiografii *Die Wirbelstrasse* (Vírová stezka) [2] při líčení svých setkání s Ludvikem Prandtlem a Davidem Hilbertem během svého působení v Göttingen. Von Kármánovi bylo v té době asi 30 let. Hilbert reagoval většinou velmi impulsívně na von Kármánovy názory a projevy o aplikované matematice. Nebude jistě bez zajímavosti uvést zde překlad dvou krátkých odstavců z této von Kármánovy knihy:

Hilbertovy teorie byly geniální a přitom vznikaly často zcela intuitivně. Na otázku, proč se tak přiklání k fyzice, Hilbert odpověděl: fyzika je pro fyziky příliš obtížná, proto potřebují pomoci fundované matematiky. Takovými myšlenkami mně Hilbert ukazoval, že popisná neboli kvalitativní sledování přírody, která v 19. století ovládala myšlení vědeckých pracovníků zejména na vysokých školách technických, by se měla nahradit nebo alespoň doplnit kvantitativními metodami. To velmi přispělo k mému přesvědčení, že přírodu lze v podstatě matematicky popsat a přivedlo mne to též k tomu, že jsem po celý svůj život hledal matematická řešení tam, kde mužové praxe viděli jen nepřekonatelný chaos.

Na druhé straně Hilbert nijak neprotežoval aplikovanou matematiku, která byla tehdy jako velká novinka zavedena Felixem Kleinem v Göttingen. V tom se naše názory neztotožňovaly. Jednou vyslechl Hilbert mou přednášku, kterou jsem měl v Göttingen, a ve které jsem se zasazoval za aplikovanou matematiku. Po přednášce jsem se ho ptal, jak se mu přednáška líbila. Hilbert odpověděl: „Aplikovaná matematika se mně stále ještě nezamlouvá, ale je docela příjemné poslechnout si přednášku chytrého člověka". Tento skrytý kompliment však nebyl tak lichotivý jako to, co mi jednou řekl vpravdě abstraktní myslitel Ernst Zermelo: „Kármáne, vy jste jediný ze všech těch aplikovaných hlupců, ze kterého by se snad dalo ještě něco udělat."

Matematika a technické vědy

Von Kármán se vždy hluboce zamýšlel nad vztahem mezi matematikou a technikou. Snad nejvýrazněji to formuloval ve svém slavnostním projevu u příležitosti založení matematického ústavu dne 3. 12. 1929 na slavnostním zasedání göttingenské matemaické společnosti (Göttingener Mathematische Gesellschaft) [3]. Von Kármán vychází zde z předsudků, které měli v té době jak matematici, tak technici. Matematik říká: „To, co technika potřebuje, jsou jen odpadky matematiky". Inženýr říká: „To, co matematika přináší, není obvykle nic více než to, co lze pochopit též z čistě názorných úvah". Potom se von Kármán obrací do minulosti až 2000 let před naším letopočtem, do doby, kdy lidstvo na jedné straně pěstovalo s rostoucím úspěchem matematiku, a na druhé straně rozvíjelo techniku, a to na celé zeměkouli. Jako příklad rozvoje techniky uvádí čínského předchůdce dnešních seizmografů, se kterým Číňané před několika staletími měřili směr a intenzitu zemětřesení. Von Kármán se s tímto přístrojem seznámil při jedné ze svých návštěv Číny, a jak je z jeho pozdějších projevů patrno, velmi na něj zapůsobil. Přístroj je vlastně model čínského chrámu s 8 branami, které míří na různé světové strany. V každé bráně sedí chrámový pes držící v otevřené tlamě kouli. Těchto osm koulí je spojeno s těžkým kyvadlem volně zavěšeným ve středu. Podle toho, který pes vyhodí kouli z tlamy, je možno odhadnout směr a podle délky vrhu také intenzitu zemětřesení.

Co však chybělo technice a matematice až do 17. století? Technice chyběla možnost přenosu energie a matematice chyběl infinitezimální počet. Obrat přineslo až období od 1700 do 1850. Von Kármán nazývá toto období „heroickou" epochou. Heroickou proto, že tehdy bylo ještě možné vykonat s poměrně jednoduchými prostředky „hrdinské činy". Tehdy ještě neexistovala žádná hranice mezi matematikou a technikou. Mnozí velcí mužové té doby byli činní jak v matematice, tak také v přírodních vědách a v technice. Např. v Cambridge za St. John's College je most, jehož návrh i s výpočtem sil pochází od Newtona. V teorii lopatkových strojů má zásadní význam „turbínová rovnice" pocházející od Eulera atd.

Pak však došlo k rozchodu obou sourozenců. Matematika se osamostatnila a stávala se samoúčelnou. Avšak právě tak i technika; což bylo v neposlední míře způsobeno i nutnou orientací techniky zejména na otázky vlastností materiálů a na technologii; jejich studium a rozvoj nepotřebovaly tehdy prakticky žádné matematické úvahy.

Von Kármán se nyní táže, jak se má rozumět tomu, že přes všechnu velikou pomoc, kterou až dosud matematika technickým vědám poskytovala, vznikl koncem 19. století zcela nový trend v aplikované matematice. Trend, který dostal impuls od Felixe Kleina v Göttingen a jehož typickým reprezentantem byl Carl Runge. Uvažme jen, že v té době byly již k dispozici tak mohutné a účinné matematické pomůcky jako je diferenciální a integrální počet, metody řešení diferenciálních rovnic, věty a poučky potenciální teorie, variační počet, rozmanité speciální funkce (jako např. funkce cyklometrické, hyperbolické, eliptické, sférické atd.). Von Kármán dává na to tuto odpověď:

V důsledku duchovního odloučení matematiky a techniky nebo lépe řečeno matematiků a techniků ustrnuly v jistém smyslu slova ty kapitoly matematiky, které obsahovaly užitečné pomůcky a nebyly pak schopny se dostatečně přizpůsobit měnícím se úlohám techniky. Zejména pak se nemohla technika ve svých konstrukcích přidržovat jednoduchých geometrických tvarů, pro které byly vypracovány matematické metody. Nad to se pak dostávaly idealizace fyzikálních předpokladů, které byly přijatelné pro matematické metody, často příliš daleko od skutečnosti. Zde mám na mysli např.

použití potenciální teorie k určení odporu obtékaného tělesa (leteckého profilu). Samozřejmě se dá říci, že takto stanovený nulový odpor je první přiblížení skutečného odporu, avšak prakticky použitelné to není. Pak se ale nelze divit, že se technika čím dál tím více obracela k empirii. Tak vznikla nutnost tyto oba duchovní směry opět sblížit. To se stalo impulsem, který vyšel z Göttingen.

Von Kármán vidí charakteristický znak moderní aplikované matematiky v tom, že se při řešení obtížných technických úloh nesnaží o schematické užití hotových metod (např. vyjádření pomocí integrálů nebo rozvoje známých funkcí), ale obrací se až k výchozí formulaci matematické problematiky, přičemž nezřídka sahá po metodách, o kterých se věřilo, že jsou vhodné jen k řešení specifických matematických problémů (např. takových, které se užívají při řešení existenčních otázek). V této souvislosti poukazoval von Kármán často na svůj velký vzor Carla Rungeho. Tyto své představy demonstroval obvykle na typických příkladech jako:

a) Numerická integrace obyčejných i parciálních diferenciálních rovnic.

b) Postupné aproximace jako typický příklad metody, která se ukázala velmi účinnou v čisté analýze.

c) Přímé metody variačního počtu, to jest hledání a aproximace extremálních funkcí, aniž by se sahalo po Eulerových-Lagrangeových diferenciálních rovnicích. Tyto metody se velmi dobře osvědčily u Hilberta a jeho žáků při řešení existenčních otázek a ve tvaru Ritzovy metody prokázaly v aplikované matematice účinnost, která daleko překročila očekávání.

To, jak mnoho von Kármánovi záleželo na životnosti a životaschopnosti aplikované matematiky, je dobře vidět ze závěru jedné jeho přednášky. Zde se von Kármán poněkud odpoutává od C. Rungeho.

Runge kladl velký důraz na ekonomiku matematické práce, které se snažil dosáhnout zejména obratným sestavováním výpočetních schémat (v tom byl ostatně velmi úspěšný). Von Kármán říkal naopak, že při plném uznání praktické ceny obratných výpočetních schémat varuje před tím, aby se jim přikládal příliš velký význam; to by totiž mohlo snadno svést k odtržení od jádra matematického myšlení a tím k ustrnutí. Bez přímé souvislosti s řešenými úlohami jsou schémata bez života. Navíc svádějí k setrvačnosti, v tom smyslu, že se při nových úlohách opětovně používají ve stejné formě místo toho, aby se těmto novým úlohám přizpůsobily. Svůj postoj k aplikované matematice vyjádřil von Kármán výstižně ve větě, kterou uzavřel jednu ze svých přednášek o vztahu mezi matematikou a technikou:

Aplikovaná matematika zůstane živou větví matematiky jen tehdy, pokud bude sbírat svou potravu z těch společných kořenů myšlení, které obsahují jednotné a nerozdělené prvky čisté a aplikované vědy.

Aplikovaná matematika a výuka

S celou řadou představ von Kármána o souvislosti aplikované matematiky a výuky inženýrů je možno se setkat v knize *Mathematical Method in Engineering* (Matematické metody v inženýrských vědách) [4], kterou vydal v roce 1939 společně s M. A. Biotem. Pro způsob myšlení von Kármána je charakteristické i uspořádání a forma podání látky v této knize. O tom mluví autoři v předmluvě:

Jsou dvě cesty, jak učit umění aplikací matematiky na technické problémy. Jedna spočívá v systematickém výkladu vybraných kapitol matematiky s přiměřeným počtem příkladů aplikací. Druhá cesta vychází z řady charakteristických technických problémů a demonstruje na nich matematický postup jejich řešení.

Autoři se rozhodli právě pro tuto druhou, poněkud neobvyklou cestu.

Zásadní vztahy von Kármána k aplikované matematice popsané v předešlé kapitole se v této knize v plné míře prosazují. Citovaný odstavec především ukazuje, že von Kármán neomezuje aplikovanou matematiku na jednotlivé příklady, ale že v ní vidí umění, a to umění užívat matematiku k řešení technických vědeckých problémů. Jako příklad jeho postupu možno uvést krátký výtah z kapitoly o elementárních problémech dynamiky. Tato kapitola je na začátku knihy a je tedy obzvláště jednoduchá. Čím začíná? Probíráním odporu. Do základního Newtonova pohybového zákona – v jednorozměrném tvaru – zavádějí autoři sílu, která je funkcí jen rychlosti v:

$$m\dot{v} = f(v)\,.$$

Tato rovnice dává podnět k výkladu integrační metody separace proměnných. V následujícím odstavci vede pohybová rovnice matematického kyvadla

$$I\ddot{x} = -c \sin x$$

nenásilně na eliptické integrály, které se tak názorně zavedou. Vlastnostem eliptických integrálů je věnován samostatný dílčí odstavec. Tímto způsobem postupuje von Kármán dál, a to přes tlumené a vynucené kmitání, balistický pohyb pod vlivem tíhového zrychlení a odporu vzduchu s rozborem v hodografové rovině a konečně pak až k pohybovým rovnicím letadla s vysokou stabilitou a malým momentem setrvačnosti. Při řešení posledně jmenovaného problému se naráží na singulární body diferenciálních rovnic prvního řádu a to je podnětem k tomu, aby se provedla diskuse a klasifikace těchto singulárních bodů.

Tato látka zabírá asi 50 stránek formátu A5, to jest asi jednu desetinu celé učebnice.

Z citovaného je jasně patrna hlavní didaktická zásada von Kármána – úzká problémová orientace veškeré práce v aplikované matematice. Matematické metody jsou u něho „šity na tělo" řešeným problémům. Samozřejmě se student v této učebnici učí též běžným matematickým metodám, a to s dostatečnou exaktností, s vyšetřováním existence řešení a s rozbory konvergence. Současně je však vychováván k tomu, aby si stále zachovával názornou představu, aby se u nového problému snažil podchytit zejména jeho matematickou specifičnost a podle toho pak zaměřil jeho konkrétní zpracování a nesnažil se hledat jeho řešení jen ve sbírkách hotových metod a formulí. Von Kármán přitom vede čtenáře, jak to bylo také vidět z citovaných kapitol, přímočaře k netriviálním problémům; jako příklad může sloužit problematika stability letadel. Vychází – jak sám často zdůrazňoval – z jednoduchých geometrických představ a dodává tak čtenáři odvahu zvládnout matematicky i složitější problémy. V tom má jistě svůj původ i podmanivá přesvědčivost, kterou von Kármán působil na své žáky, spolupracovníky a kolegy.

Aplikovaná matematika a výzkum

Von Kármán věnoval převažující část své činnosti výzkumu, a to zejména v teoretické aerodynamice. V této oblasti prosazoval v širokém rozsahu aplikovanou matematiku. Je proto obtížné vybrat z nesmírně velkého množství jeho prací jen několik málo reprezentativních. Omezíme se proto jen na čtyři práce, jejichž výsledky nesou i dnes jméno von Kármána.

1. Kármánova vírová stezka (1911/12).
2. Kármánova rovnice pro výpočet impulsové tloušťky mezní vrstvy (1921).
3. Kármánův zákon o rozložení rychlosti v turbulentním proudu v kanálu nebo v potrubí (1930).
4. Kármánův-Mooreův vzorec pro výpočet osově symetrického nadzvukového obtékání tenkých těles (1932).

Rozebíráme-li von Kármánovy práce z hlediska aplikované matematiky, je nápadné, že v celé řadě z nich se vychází z podobnostních úvah. To se výrazně projevuje též v pracích 1. a 3.

1. Kármánova vírová stezka [5]

Je známo, že při rovinném obtékání kruhového válce i jiných válcových těles skutečnou (vazkou) tekutinou není proudové pole za válcem takové, jak vyplývá z teorie ideální tekutiny. Od povrchu válce se odtrhávají víry, a to střídavě na jedné a na druhé straně. Tyto víry odplouvají s proudící tekutinou. Von Kármán odvodil pro souřadnice nekonečné řady vírů této „vírové stezky“ nekonečný systém rovnic o nekonečně mnoha neznámých. Tento systém linearizoval a pro vyšetřování stability řešení uvažoval jen jediný pár vírů volně pohyblivých a všechny ostatní páry považoval za pevné. Tak dostal čtyři linerání rovnice pro čtyři neznámé (totiž x-ové a y-ové souřadnice obou volných vírů).Z těchto rovnic získal pak exponenciální substitucí a po řadě výpočtů využívajících některých symetrických vlastností a nekonečných řad pro podmínku stability vztah

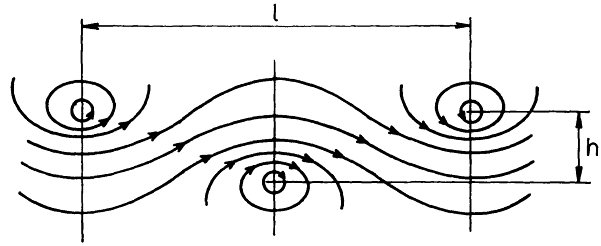
$$\cosh \frac{\pi h}{l} = \sqrt{3}$$

(význam symbolů je patrný z obr. 1). V další práci [6], ve které uvažoval všechny páry vírů volně pohyblivé, odvodil von Kármán známý vztah

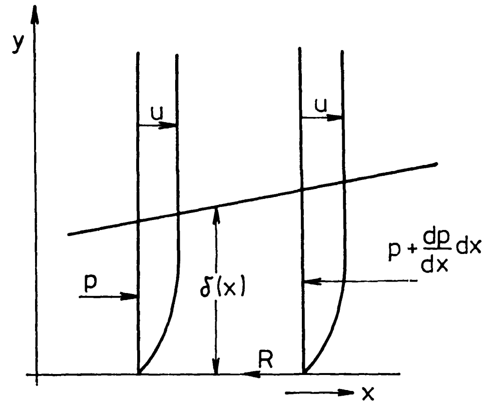
$$\cosh \frac{\pi h}{l} = \sqrt{2}\,.$$

Pod zorným úhlem dnešní aplikované matematiky se jeví jednotlivé kroky von Kármánova řešení relativně jednoduché. Avšak vzájemné působení jednotlivých kroků je výborným příkladem, jak je možné odvážným a šikovným způsobem úspěšně řešit složitý problém z aplikované matematiky.

Stojí za zmínku, že se v průběhu minulých 70 let zabývalo mnoho vědeckých pracovníků problémem stability Kármánovy vírové stezky. Ještě dodnes není vše s konečnou platností vyřešeno. Z metodického hlediska je zajímavé, že celá řada detailů von Kármánova přístupu je i dnes stále používána. Jako příklad je možno uvést práci [7] o stabilitě vírových stezek, která byla vypracována asi před čtyřmi lety v aerodynamickém ústavu (Aerodynamisches Institut) v Aachen. Tato práce je v jistém smyslu pokračováním von Kármánových výzkumů.



Obr. 1.



Obr. 2.

2. Von Kármánova impulsová rovnice (Kármánova rovnice pro výpočet impulsové tloušťky mezní vrstvy)

Podle [8] má tato rovnice ve své původní verzi pro stacionární případ tvar:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\int_0^\delta \varrho u^2 \,\mathrm{d}y - u_0 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int_0^\delta \varrho u \,\mathrm{d}y = -\delta \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} - R\,,$$

(u_0 je rychlost vnějšího proudu předpokládaná ve směru kladné osy x, R je tření na obtékané stěně). Na obr. 2 je skica z původní von Kármánovy práce [8]. Tato rovnice byla základem pro odvození výpočetního postupu, při kterém jsou Prandtlovy parciální diferenciální rovnice mezní vrstvy na tuhém tělese při libovolném rozložení tlaku splněny sice jen v průměru, zato však tento postup vede na obyčejnou diferenciální rovnici pro impulsovou tloušťku mezní vrstvy. Tuto rovnici lze podstatně snadněji řešit — např. nahrazením rychlostního profilu v mezní vrstvě polynomem — než rovnici původní. Základní směry postupu řešení naznačil von Kármán také ve své původní práci [8]. V celé řadě praktických případů se dosáhlo uspokojivých výsledků (viz např. práce jeho žáka K. Pohlhausena [9]).

3. Von Kármánův zákon o rozložení rychlosti v turbulentním proudu v kanálu nebo v potrubí [10]

V této práci vychází von Kármán z předpokladu podobnosti turbulentních kolísavých proudění, tj. předpokládá, že proudová funkce ψ kvazistacionárního turbulentního pohybu v kanálu nebo v potrubí má universální tvar

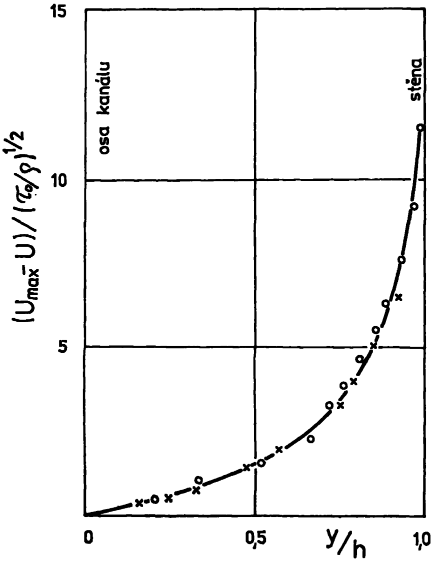
$$\psi = A \, . f\left(\frac{x}{l}, \frac{y}{l}\right),$$

kde jen A a l závisí na vyšetřovaném místě, kdežto funkce f je na vyšetřovaném místě nezávislá a je funkcí jen dvou podobnostních proměnných x/l a y/l. Jako výsledek získává von Kármán vzorec:

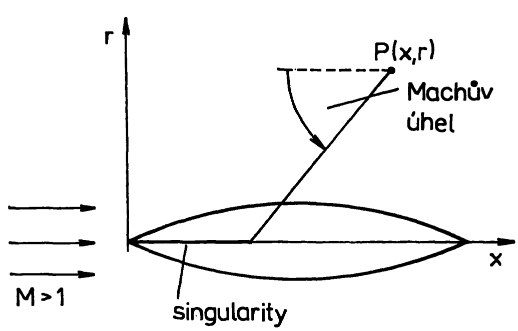
$$\frac{U_{\max} - U}{\sqrt{(\tau_0/\varrho)}} = \ln\left(1 - \sqrt{\frac{y}{h}}\right) + \sqrt{\frac{y}{h}},$$

v němž je U střední hodnota místní rychlosti v kanálu, $U_{\max}$ střední hodnota maximální rychlosti ve středu kanálu, τ_0 střední hodnota smykového napětí na stěně a ϱ (konstantní) hustota proudící tekutiny. Obrázek 3, který je převzat z citované Kármánovy práce [10] i s označením tam užitým, ukazuje srovnání teoretických výsledků s měřeními F. Döncha a I. Nikuradse. Souhlas je velmi dobrý.

Dalo by se snad namítnout, že podobnostní úvahy nepatří k metodám aplikované matematiky, neboť se při nich používá též fyzikálních, a tedy nematematických argumentů. To by snad bylo příliš velké zúžení aplikované matematiky. Spíš je vhodnější názor, že právě redukce rovnic či systémů rovnic na základě správných podobnostních úvah patří k aplikacím matematiky v technických vědách. Tímto způsobem hodnotil podobnostní metody i von Kármán.



Obr. 3.



Obr. 4.

4. Kármánův-Mooreův vzorec

Zde velmi pravděpodobně jde o první případ vyšetřování nadzvukového obtékání rotačního tělesa [11]. Těleso se předpokládá velmi tenké, takže je přípustná linearizace výchozích rovnic. Rozhodující novinkou ze stanoviska aplikované matematiky při řešení nadzvukových proudových polí je v umístění „singularit" na ose tělesa. Zvláštností tohoto postupu je, že úsek osy, jehož singularity mají vliv na rychlost v určitém bodě $P(x, r)$, závisí jen na souřadnicích tohoto bodu, přesněji řečeno, na jeho Machově úhlu (obr. 4).

Označíme-li $g(\xi)$ hustotu rozložení singularit, má vzorec pro potenciál rychlosti $\varphi(x, r)$ [11] tvar:

$$\varphi(x,r) = - \int_0^{x-\alpha r} \frac{g(\xi)\,\mathrm{d}\xi}{(x-\xi)^2 - \alpha^2 r^2},$$

kde $\alpha = (M^2 - 1)^{1/2}$. Pomocí této metody se von Kármánovi podařilo spočítat nadzvukové obtékání kužele a polonekonečného tělesa [11].

Odborně spolková činnost von Kármána

Theodor von Kármán se velmi intenzívně zajímal o vědecky popularizující a spolkovou činnost. Od roku 1923 byl ve vědeckém výboru Společnosti pro aplikovanou matematiku a mechaniku (Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik, GAMM*). Byl též vedoucí osobností při přípravě celé řady mezinárodních kongresů z oblasti mechaniky. Společně s Levi-Civitou měl rozhodující podíl na prosazení a organizaci prvního mezinárodního kongresu o aplikované mechanice v Delftu v r. 1924. O úspěchu tohoto kongresu svědčí i tento výtah ze zprávy o jeho průběhu:

... diskuse byly velmi rozsáhlé a živé a většinou pokračovaly i po jednání při společenských setkáních v pozdních odpoledních a večerních hodinách.

Závěr

Na závěr ještě jeden citát:

Obzvláštní starosti způsobuje matematická výchova inženýrů ... Jsou obavy, že studentům inženýrských oborů se přednáší matematika, která zdůrazňuje vysoký stupeň abstrakce a často nemá vůbec žádný vztah k inženýrským problémům, resp. je taková, že inženýři nejsou schopni ji „převést" na konkrétní případy. Tyto nynější obavy nikterak nejsou nové, také v minulosti se inženýři na jedné straně a matematici na straně druhé přeli o to, jaká matematika je vhodná a přiměřená pro studenty inženýrských oborů a jakým způsobem má být přednášena. Uvedené starosti a obavy jsou zejména dnes obzvlášť veliké.

---

*) GAMM byla založena v roce 1922.

Kdy a na kterém místě vyslovil von Kármán tyto vážné obavy? Z veškerého von Kármánova působení jako vysokoškolského profesora, vědeckého pracovníka a vedoucího velkých výzkumných ústavů je zřejmé, že mu tyto problémy ležely na srdci a že se jimi velmi intenzívně zabýval. Ovšem tento citát pochází ze zprávy o výsledku dotazníkové akce o matematickém vzdělání inženýrů, zorganizované GAMM v roce 1981, tj. sto let po narození von Kármána [12]. Vidíme z toho, že von Kármánovy naléhavé připomínky k rozvoji matematických a technických věd i k matematickému vzdělání inženýrů mají trvalý charakter. Nelze vše vyřešit jedním rázem. Stále se objevují snahy o samostatný, navzájem nezávislý vývoj směřující k izolaci, avšak stále znova se ozývá „hlas volajícího na poušti", který se snaží tento proces sjednotit. Jen vzájemným porozuměním a spoluprací lze docílit velkých výsledků a rozvoje teoreretických a aplikovaných věd. Theodor von Kármán vynikajícím způsobem ukázal, jak těchto cílů dosahovat.

Literatura

[1] MÜLLER, E. A.: *Theodor von Kármán und die Angewandte Mathematik*. GAMM Mitteilungen 1972, Heft 1, 3—20.

[2] VON KÁRMÁN, TH.: *Die Wirbelstrasse. Mein Leben für die Luftfahrt*. Hamburg, Ver. Hoffman und Campe, 1968, 434.

[3] VON KÁRMÁN, TH.: *Mathematik und technische Wissenschaften*. Die Naturwissenschaften, *18* (1930), 12—16.

[4] VON KÁRMÁN, TH., BIOT, M. A.: *Mathematical Methods in Engineering*. New York—London, Mc Graw-Hill Book Company, 1940, 505.

[5] VON KÁRMÁN, TH.: *Über den Mechanismus des Widerstandes, den ein bewegter Körper in einer Flüssigkeit erfährt. I. Teil*. Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Math.-Phys. Klasse (1911), 509—517.

[6] VON KÁRMÁN, TH.: *Über den Mechanismus des Widerstandes, den ein bewegter Körper in einer Flüssigkeit erfährt. II. Teil*. Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Math.-Phys. Klasse (1912), 547—556.

[7] EHRHARD, G.: *Stäbilität zweireihiger Strassen geradliniger und kreisförmiger Wirbel*. Fortschritt-Berichte der VDI-Zeitschriften, Reihe 7, Nr. *49* (1979), 52.

[8] VON KÁRMÁN, TH.: *Über laminare und turbulente Reibung*. ZAMM, *1* (1921), 233—252.

[9] POHLHAUSEN, K.: *Zur Integration der Differentialgleichung der laminaren Grenzschicht*. ZAMM, *1* (1921), 252—268.

[10] VON KÁRMÁN, Th.: *Mechanische Ähnlichtkeit und Turbulenz*. Nachrichten aus der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Math.-Phys. Klasse (1930), 58—76.

[11] VON KÁRMÁN, TH., MOORE, N. B.: *Resistance of slender bodies moving with supersonic velocities, with special reference to projectiles*. Transactions of the ASME (1932), 303—310.

[12] TÖRNIG, W.: *Meinungen von Mitgliedern der GAMM zur derzeitigen Hochschulausbildung in Mathematik*. Mitteilungen der GAMM, Heft 1 (1981), 3—15.

[13] VON KÁRMÁN, TH., ECLSON L.: *The Wind and Beyond*: *Theodor von Kármán Pioneer in Aviation and Pathfinder in Space*. Boston—Toronto: Little Brown and Company, 1967, 376.

[14] VON KÁRMÁN, TH.: *Aerodynamik — Ausgewählt Themen im Lichte der historischen Entwicklung*. Genf', Interavia, 1956, 180