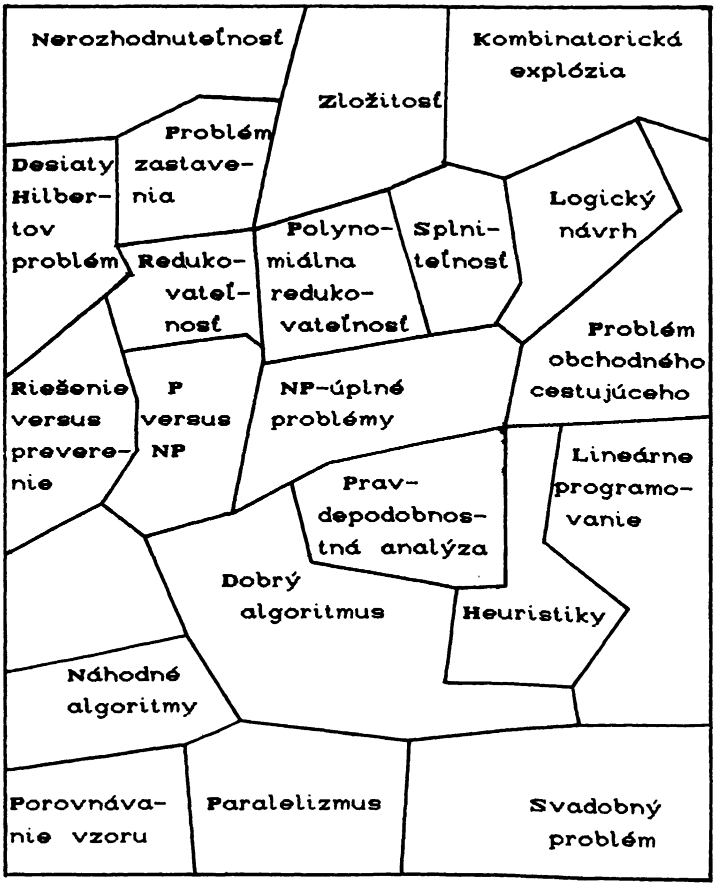
Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Jan Novotný

Netradiční pohled na Lorentzovu transformaci

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 34 (1989), No. 6, 335--347

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/137852`



Netradiční pohled na Lorentzovu transformaci

Jan Novotný, Brno

1. Úvod

Třebaže je speciální teorie relativity známa a rozvíjena již přes tři čtvrtě století a má stále bohatší a přesnější experimentální podklad [1], přece se její postuláty i některé důsledky stávají čas od času předmětem pochybností a námitek, které někdy proniknou i na stránky fyzikálních časopisů. Jejich hlavním zdrojem je patrně hluboká zakořeněnost klasického (tj. předrelativistického) pohledu, který je v nás stále znovu utvrzován běžnou zkušeností i praxí a může se podvědomě mísit i do zdánlivě čistě relativistických úvah a vyvolávat tak dojem jejich vnitřní rozpornosti. Je však i zdroj fyzikálně podstatnější, který dodává některým námitkám i jisté věcné jádro. Týká se nejasnosti v rozlišování, co je v teorii relativity testovatelnou předpovědí, která může být potvrzena či vyvrácena experimentem, a co je důsledkem přijaté konvence, která testování nepodléhá.*)

Při výkladu základů speciální teorie relativity se často prolíná einsteinovská metoda synchronizace hodin světelnými signály, která má ráz konvenční procedury, se dvěma postuláty: principem relativity a principem konstantní rychlosti světla, na něž máme tendenci pohlížet jako na experimentálně ověřitelné hypotézy. Zvláště u druhého principu je ovšem ihned patrna jeho těsná souvislost s einsteinovským pravidlem synchronizace**).

V tomto článku chci ukázat, že ke vztahům vyjadřujícím Lorentzovu transformaci lze dospět bez odvolaní na zmíněné dva postuláty, a to pouze na základě dohodou stanovených definic současnosti a vzdálenosti. Podané odvození si nečiní nárok na to, aby bylo považováno za pedagogicky či fyzikálně nejpřirozenější. Nemyslím ani, že by bylo možné nebo potřebné shodnout se na „nejlepším" odvození, protože právě konfrontace různých přístupů zpravidla vede k hlubšímu pochopení. Domnívám se však, že zde popsaný přístup má některé přitažlivé stránky, jejichž hodnotu mohou čtenáři uvážit sami. Z pedagogického hlediska umožňuje dospět ke vztahům pro Lorentzovu transformaci, aniž se kdekoli dostaneme do rozporu s vžitými představami. Začátečník tak může dospět k základním vztahům relativistické kinematiky, aniž narazí na psychologickou bariéru, kterou představuje přijetí postulátu o stejné rychlosti světla v různých inerciálních soustavách. Z fyzikálního hlediska nám tento postup pomůže jasněji oddělit smysl speciální teorie relativity od přijatých konvenčních definic.

2. Ideální hodiny

Předpokládáme, že čas lze měřit pomocí ideálních hodin, tj. periodických procesů, které umožňují stanovit stejné časové intervaly pro pozorovatele pohybujícího se spolu s hodinami. Diskrétní následnost intervalů se dá natolik zjemnit, že je možné ve shodě s intuicí považovat časový údaj za spojitou proměnnou. Jednotka a počátek odečítání času mohou být libovolné, ale všechny ideální hodiny vykazují „společný rytmus", tj. pohybují-li se hodiny α a β společně, je mezi jejich údaji t_α a t_β relace

$$t_\alpha = Kt_\beta + D\,, \tag{1}$$

kde K a D jsou konstanty. Právě pozorování tohoto společného rytmu a úspěchy při

*) To ovšem není pouze problém teorie relativity. H. Poincaré [2] řekl o klasické mechanice: „Obtíže ... jsou většinou dány tím, že díla o mechanice jasně nerozlišují, co je experiment, co matematické vyvození, co konvence a co hypotéza."

**) L. Brillouin [3] se o něm vyjádřil takto: „Toto pravidlo je libovolné a dokonce metafyzické. Nelze je dokázat ani vyvrátit experimentálně, tvrdí, že signály šířící se z východu na západ a ze západu na východ mají stejné rychlosti, zatímco Michelsonův pokus dovoluje změřit pouze aritmetický průměr těchto dvou rychlostí."

vysvětlování malých odchylek od něho vnějšími vlivy, které narušují ideálnost, vedly k pojmu ideálních hodin.

3. Definice současnosti a vzdálenosti

Dále předpokládáme, že je možno vysílat, přijímat a odrážet elektromagnetický signál (dále budeme pro stručnost a ve shodě s tradicí užívat slova „světlo").

Jedinou experimentálně potvrzenou vlastností světla, o niž se budeme v dalším opírat, je princip, že ve vakuu „světlo nemůže předehnat světlo" (na rozdíl např. od toho, že kulka vystřelená z pušky v jedoucím vlaku může předehnat kulku vystřelenou ze stejné pušky ve stejném směru z nějakého místa před lokomotivou). To znamená, že dva světelné signály vyslané ve stejnou dobu z bodu α dorazí ve stejnou dobu do libovolného bodu β bez ohledu na druh světla a na pohyb jeho zdroje.

Užijeme světelných signálů k synchronizaci hodin v různých místech, tj. k definici současnosti. Nechť pozorovatel α v čase t_0 emituje signál, ten je v bodě β přijat a odražen a v čase t_k opět registrován v bodě α. Pak okamžiku přijetí signálu v bodě α definitoricky přiřadíme časový údaj na hodinách v bodě β

$$t = \frac{t_0 + t_k}{2}, \tag{2}$$

což je einsteinovská synchronizace hodin.

Dále definujeme vzdálenost L bodů α, β v čase t jako

$$L = \frac{t_k - t_0}{2}. \tag{3a}$$

Veličina L se nazývá radiolokační vzdáleností. Je měřena ve stejných jednotkách jako čas, např. vzdálenost mezi body α, β je (světelná) sekunda, vrátí-li se odražený signál za 2 sekundy.

Definice (2), (3a) jednoznačně určují t, L, je-li mezi body α, β vakuum, tj. platí-li princip, že světlo nepředhání světlo. Veličiny t, L mohou tedy být zavedeny bez jakéhokoli odvolání na teorii relativity.

Cena definic, jako jsou (2), (3a), závisí ovšem na jejich praktické použitelnosti. Je patrno, že uvedené definice jsou jak nejpřímějším, tak i nejpraktičtějším způsobem synchronizace hodin a určování vzdáleností mezi kosmickými objekty v rámci Sluneční soustavy*).

I když radiolokační metoda podle (3a) umožňuje uskutečnit měření vzdáleností pomocí měření času, vzdálenost zůstává veličinou odlišnou od časového intervalu. Časový interval se vztahuje k jednomu pozorovateli, zatímco vzdálenost ke dvěma. Je přirozené vyjádřit tuto odlišnost tím, že zvolíme pro měření časového intervalu a pro měření vzdálenosti odlišné jednotky. Proto namísto (3a) budeme psát

*) Obrázek v článku [4] srovnává marnou snahu vztyčit tuhou tyč od Země k Měsíci s vysláním a přijetím radarového signálu.

$$L = c\,\frac{t_k - t_0}{2}\,, \tag{3b}$$

kde c je pevně určená konstanta. Lze ji nazvat „rychlostí světla", je ovšem třeba mít na paměti, že je definována a nikoli získána měřením. To je ostatně v souladu s dnes přijatou definicí metru jako dráhy, kterou světlo urazí v určeném čase.

4. Inerciální systém

Mějme soubor pozorovatelů*) dostatečně hustě — v abstrakci spojitě — vyplňujících prostor, kteří jsou vybaveni ideálními hodinami. Nechť je definována jistá metoda synchronizace hodin a měření vzdáleností mezi pozorovateli. Uvedený soubor pozorovatelů s hodinami nazveme inerciálním systémem, jsou-li splněny tyto požadavky:

I. Pozorovatelé se volně pohybují.
II. Hodiny pozorovatelů jsou trvale synchronizovány.
III. Vzdálenosti pozorovatelů se nemění s časem.
IV. Metrika prostoru definovaná těmito vzdálenostmi je eukleidovská.
V. Pro pohyb volných částic platí zákon setrvačnosti.

Požadavky I–V jsou velmi přirozené z hlediska klasické fyziky. Při jejich podrobnější diskusi činí potíž zejména termín „volný pohyb". Míníme tím pohyb nepodrobený vnějším vlivům. Izolaci od těchto vlivů nelze ovšem často prakticky provést, a proto se spokojujeme s tím, že jsme schopni na tyto vlivy provést korekci, aniž potřebujeme volný pohyb přímo realizovat (např. korekci na rotaci Země v pozemských laboratořích). Nikdy si ovšem nemůžeme být jisti, nakolik se na lokálním pohybu částice podílí „zbytek vesmíru" (otázky spojené s Machovým principem). Proto mají slova „volný pohyb" jasný smysl pouze v rámci určité teorie, v níž předpokládáme, že dovedeme vnější vlivy separovat.

Protože jsme nespecifikovali způsob synchronizace a měření vzdáleností, je logicky možné, že systém inerciální z hlediska jednoho způsobu (např. definic (2), (3)) nebude inerciální z hlediska způsobu jiného (např. užívání tuhých tyčí a přenášení hodin). Zkušenost a experiment ovšem ukazují, že existuje inerciální systém S, v němž synchronizace hodin a měření vzdálenosti pomocí „radiolokačních" definic (2), (3) dává stejné výsledky jako měření vzdálenosti pomocí tuhých tyčí a synchronizace přenášením hodin, které je (vzhledem k danému systému) dostatečně pomalé. Tento systém je přirozené pokládat za východisko našich úvah, třebaže tuhé tyče a přenášení hodin nehrají v dalším postupu žádnou roli a na místě S by mohl vystupovat libovolný system splňující I–V vzhledem k definicím (2), (3).

Fyzik, který považuje „mechanický" postup za základní, interpretuje shodný výsledek použití definic (2), (3) tak, že rychlost světla je v systému S ve všech směrech stejná

*) Slova „pozorovatel" užíváme ve shodě s tradicí hlavně pro názornost výkladu a nespojujeme je s žádnými efekty psychologického rázu. Místo o pozorovateli bychom mohli mluvit o částici se zanedbatelnou hmotností a rozměry.

a rovna c. Naproti tomu považujeme-li tyto definice za základní, je pro nás rychlost světla ve všech směrech rovna definitoricky a uvedená shoda představuje informaci o vlastnostech tuhých těles a hodin v S.

5. Světelné hodiny

Zaveďme systém S' tvořený pozorovateli, kteří se pohybují vůči systému S konstantní rychlostí $\mathbf{v}$. Protože podle podmínky V platí v S princip setrvačnosti, splňují tito pozorovatelé podmínku inerciálnosti I. K jakým výsledkům dojdou, budou-li synchronizovat hodiny a měřit vzdálenosti? Abychom podali odpověď pro mechanickou metodu, museli bychom znát chování hodin a tuhých těles za jejich pohybu vůči S. Naproti tomu popis šíření světla v S je znám a při užití definic (2) a (3) se můžeme vyhnout úvahám o tuhých tělesech. Abychom se vyhnuli také úvahám o chování hodin, potřebujeme hodiny založené pouze na šíření světla – výměně světelných signálů mezi volnými pozorovateli, kteří se od sebe nevzdalují. Dostáváme tak „hodiny bez hodin" – světelné hodiny, jejichž teorii rozvinuli zejména Wheeler a Martzke [5]. Světelné hodiny tedy realizují pozorovatelé α a β vybavení zrcadly, jimiž si neustále „vracejí" světelný signál a při tom každé odražení signálu jedním z pozorovatelů (např. α) představuje „tik" hodin. Přiblížením α a β lze učinit časovou stupnici libovolně jemnou.

Vzniká teoreticky zajímavá otázka, zda pozorovatel systému S může určit tento systém pouze pomocí výměny světelných signálů mezi volnými pozorovateli.

Nechť α použije k sestavení světelných hodin volného pozorovatele β, který se vůči S pohybuje jistou nenulovou rychlostí. Výměnou světelných signálů mezi α a β jsou realizovány hodiny $H(\alpha, \beta)$, které udávají jistý čas t_H odlišný od času t systému S. Užívá-li pozorovatel α v definicích (2), (3) času t_H, nemůže zjistit vzdalování pozorovatele β, protože určování vzdáleností složek α, β světelných hodin pomocí těchto hodin samotných má tautologický charakter. Vztah mezi časy t a t_H je však zřejmě nelineární, a proto požadavek V splněný v systému S nemůže platit v systému užívajícím času t_H. Splnění požadavku V tedy vyžaduje, aby β bylo vůči α v klidu v S. Odpověď na předchozí otázku je tedy kladná.

Použijeme-li světelných hodin a definic (2), (3), je výsledek synchronizace hodin a měření vzdáleností v S' otázkou kinematiky rovnoměrného a přímočarého pohybu. Rozřešení této otázky, provedené v dalším odstavci, je jádrem našeho příspěvku.

6. Radiolokační transformace

Zaveďme v S synchronizovaný čas t a kartézskou soustavu souřadnic x, y, z. Pozorovatelé systému S' nechť se pohybují vzhledem k S rychlostí $\mathbf{v}$ ve směru osy x. Velikost rychlosti v závisí na zvolených jednotkách času a vzdálenosti, veličinou na této volbě nezávislou je poměr v/c. Synchronizace a radiolokace podle (3) je možná jen v případě, že

(4) $$\frac{v}{c} < 1\,,$$

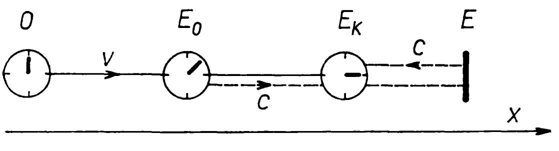
což budeme v dalším předpokládat.

Vyberme v S' pozorovatele O', který je v čase $t = 0$ v počátku O systému S. Tento pozorovatel realizuje světelné hodiny výměnou světelných signálů s jiným pozorovatelem systému S'. Poněvadž se vzdálenost složek světelných hodin v čase t nemění, trvají jednotlivé tiky těchto hodin v tomto čase stejnou dobu. Mezi časem t a časem t' na zmíněných hodinách je tedy vztah formálně identický s (1). Nastavíme-li v okamžiku koincidence O a O' čas $t' = 0$, je tím zvoleno $D = 0$ a t' se liší od t pouze kalibračním faktorem K, tj.

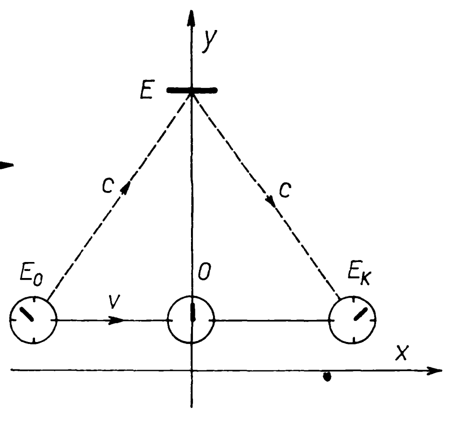
(5) $$t' = Kt\,.$$

Jak tento faktor určit? Na všech hodinách systému S lze nastavit synchronizovaný čas t. Chceme-li však studovat výsledky synchronizace v S', není vhodné přenášet do S' výsledek získaný synchronizací v S, tj. klást $K = 1$. Opíráme-li se při konstrukci hodin a měření času a vzdáleností pouze o volný pohyb a šíření světla, nemůžeme poradit pozorovateli O', aby si sestrojil „stejné hodiny" jako pozorovatelé v S. Pouze přihlédnutí k mikrofyzice by umožnilo volbu stejných jednotek času a délky v S a v S'. Při našem přístupu musíme zatím ponechat konstantu K neurčenu. Obdobně nebudeme předpisovat systému S' ani jednotku vzdálenosti; to se projeví tím, že budeme ve vztahu (3b) užívat veličiny c' obecně různé od c.

Nechť pozorovatel O' je spojen s počátkem souřadnicového systému v S', jehož osa x' se kryje s osou x, a nechť synchronizuje hodiny (tj. zavádí čas t' v celém systému) a měří vzdálenosti (tj. souřadnici x') podél této osy. Z hlediska systému S je tato situace znázorněna na obr. 1. Obrázek znázorňuje čtyři události U, E_0, E, E_k v systému S. Každá událost je charakterizována prostoročasovými souřadnicemi x, t. $U(0, 0)$ je přechod hodin O' počátkem systému S, $E_0(x_0, t_0)$ vyslání světelného signálu z O', $E(x, t)$ jeho odražení a $E_k(x_k, t_k)$ opětné přijetí pozorovatelem O', jehož hodiny jsou na obr. zakresleny v různých okamžicích. Událost E zde slouží jako „nezávisle proměnná" – její souřadnice x, t mohou nabývat libovolných hodnot. Pozorovatel O' přiřadí této události souřadnice x', t', kde podle (2), (3b), (5) je



Obr. 1.



Obr. 2.

$$(6)\qquad x' = \frac{c'}{2}(t'_k - t'_0) = \frac{Kc'}{2}(t_k - t_0)\,,$$

$$(7)\qquad t' = \frac{1}{2}(t'_0 + t'_k) = \frac{K}{2}(t_0 + t_k)\,.$$

Další výpočet lze rozdělit do tří kroků (viz obr. 1).

a) Určení x_0, t_0

$$(8)\qquad c(t - t_0) = x - x_0\,,\quad x_0 = \frac{v(ct - x)}{c - v}\,,$$

odtud

$$vt_0 = x_0\,,\qquad t_0 = \frac{ct - x}{c - v}\,.$$

b) Určení x_k, t_k

$$(9)\qquad c(t_k - t) = x - x_k\,,\quad x_k = \frac{v(ct + x)}{c + v}\,,$$

odtud

$$vt_k = x_k\,,\qquad t_k = \frac{ct + x}{c + v}\,.$$

c) Určení x', t' dosazením (8), (9) do (6), (7)

$$(10a, b)\qquad x' = \frac{Kc'}{c}\frac{x - vt}{1 - (v/c)^2}\,,\quad t' = K\frac{t - (vx/c^2)}{1 - (v/c)^2}\,.$$

Dále uvažujme o pozorovatelích systému S' rozložených v čase $t = 0$ podél osy y kolmé na x. Nechť pozorovatel O' provádí měření vzdálenosti k těmto pozorovatelům. Situaci z hlediska S znázorníme opět obrázkem (obr. 2). Jednotlivé události mají stejný význam jako v předchozím výkladu, jejich prostoročasové souřadnice x, y, t jsou však nyní $U(0, 0, 0)$, $E_0(-v\,\Delta t/2, 0, -\Delta t/2)$, $E(0, y, 0)$, $E_k(v\,\Delta t/2, 0, \Delta t/2)$, kde Δt je časový interval mezi vysláním a přijetím signálu pozorovatelem O' měřený v systému S. „Nezávisle proměnnou" je nyní y.

Podle Pythagorovy věty je

$$(11)\qquad y = \sqrt{\left[\left(\frac{c\,\Delta t}{2}\right)^2 - \left(\frac{v\,\Delta t}{2}\right)^2\right]} = \frac{c}{2}\sqrt{\left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right]}\,.$$

Pozorovatel O' určí podle (3b) vzdálenost

$$(12)\qquad y' = \frac{Kc'}{2}\Delta t$$

a po dosazení z (11)

$$(13)\qquad y' = \frac{Kc'}{c}\frac{y}{\sqrt{[1 - (v/c)^2]}}\,.$$

Při odvození vztahu (10) jsme pro jednoduchost kladli $y = z = 0$ a při odvození (13) $t = 0$, $x = z = 0$. Vzhledem k libovolnosti prostorového a časového počátku mohou ovšem souřadnice neurčované v popisovaných experimentech mít i libovolnou konstantní nenulovou hodnotu. Pro osu z lze provést obdobnou úvahu jako pro osu y, takže výsledná transformace je

$$x' = \frac{Kc'}{c}\frac{x - vt}{1 - (v/c)^2}, \qquad t' = K\frac{t - (vx/c^2)}{1 - (v/c)^2}, \tag{14}$$

$$y' = \frac{Kc'}{c}\frac{y}{\sqrt{[1 - (v/c)^2]}}, \quad z' = \frac{Kc'}{c}\frac{z}{\sqrt{[1 - (v/c)^2]}}.$$

Přepíšeme-li rovnici pro pohyb světelného signálu

$$\mathrm{d}l^2 = \mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}y^2 + \mathrm{d}z^2 = c^2\,\mathrm{d}t^2 \tag{15a}$$

do souřadnic (14), dostáváme po kratším výpočtu

$$\mathrm{d}l'^2 = \mathrm{d}x'^2 + \mathrm{d}y'^2 + \mathrm{d}z'^2 = c'^2\,\mathrm{d}t'^2\ ; \tag{15b}$$

z toho je patrno, že x', y', z' mají význam kartézských souřadnic v systému S' a c' má význam rychlosti světla v tomto systému v libovolném směru (nikoli pouze ve směru os, jak jsme zatím předpokládali). Vzhledem k elementu délky $\mathrm{d}l' = |c' \,.\, \mathrm{d}t'|$ má tedy systém S' eukleidovskou metriku (předpoklad IV). Proto čas t' odpovídá času synchronizovanému světelnými signály a vzdálenost $\Delta l' = \Delta x'^2 + \Delta y'^2 + \Delta z'^2$ je měřena radiolokací pro jakoukoli dvojici různých bodů systému S' ve zcela obecných polohách. Splnění I–III je zřejmé a V je splněno díky linearitě rovnic (14). S' je tedy inerciální systém ve smyslu našich předpokladů I–V. Transformace (14) je transformací mezi inerciálními systémy S a S' za předpokladu, že se v nich synchronizace hodin a měření vzdáleností provádí podle pravidel (2) a (3). Nazvěme ji *radiolokační transformací.* Neurčené konstanty K, c, c' v transformačních rovnicích odpovídají libovolnosti jednotek času a délky v systémech S a S'.

Na závěr tohoto odstavce zopakujme, že odvození (14) se opíralo o elementární vlastnosti volných pohybů a šíření světla v S a neobsahovalo žádné odvolání na postuláty teorie relativity.

7. Lorentzova transformace

Stanovme konstanty ve vztazích (14) tak, abychom dosáhli co největší symetrie mezi oběma systémy. Především požadujme, aby pozorovatelé v S i v S' měřili stejné vzdálenosti ve směrech kolmých na pohyb. Vzhledem k (13) to znamená, že

$$\frac{Kc'}{c\sqrt{[1 - (v/c)^2]}} = 1\,. \tag{16}$$

Dále budeme požadovat, aby se hodiny pozorovatelů v S zpožďovaly v čase systému S' stejným způsobem, jako se zpožďují hodiny pozorovatelů v S' v čase systému S. Na rozdíl od prvního požadavku zní tento požadavek na první pohled paradoxně, díky relativnosti současnosti v systémech S, S' je však možno jej splnit. Naproti tomu nelze dosáhnout toho, aby se nezpožďovaly hodiny žádného ze systému. Úvahu stačí provést pro hodiny O a O'. Zpožďování O' je dáno vzorcem (5), zatímco pro zpožďování $O(x = 0)$ dostáváme z (10b):

$$t = \frac{1 - (v/c)^2}{K} t' . \tag{17}$$

Porovnáním (5) a (17) dostáváme

$$K = \frac{1 - (v/c)^2}{K} \tag{18}$$

a z (16) a (18) plyne

$$K = \sqrt{[1 - (v/c)^2]} , \quad c = c' . \tag{19a, b}$$

Symetrie vyjádřená vztahem (19b) – stejná rychlost světla v obou systémech – je tedy již důsledkem předchozích požadavků*).

Dosazením (19a, b) do (14) dostáváme *Lorentzovu transformaci*

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{[1 - (v/c)^2]}}, \quad t' = \frac{t - (vx/c^2)}{\sqrt{[1 - (v/c)^2]}}, \tag{20}$$
$$y' = y , \quad z' = z .$$

8. Diskuse

Získali jsme Lorentzovu transformaci, vyvozovanou obvykle na základě postulátů teorie relativity, „bez relativity“, tj. bez kombinací dohodnutých definic (2), (3) a elementárních poznatků, které uznával i předrelativistický fyzik. Toto odvození je technicky nesporně jednoduché: potřebovali jsme pouze kinematiku rovnoměrného přímočarého pohybu (dráha = rychlost × čas), Pythagorovu větu a řešení soustav lineárních rovnic o dvou neznámých. Otázka jeho ideové jednoduchosti je sporná – zde patrně záleží na psychologii čtenáře.

Podané odvození by ovšem bylo možno obměnit tak, že bychom se při něm odvolávali na postuláty teorie relativity. Definice (2), (3b) a rovnost $c = c'$ by se považovaly za důsledek principu konstantní rychlosti světla a rovnice (18) vedoucí k určení koeficientu K za důsledek principu relativity. Pokud však nemáme k dispozici nic jiného než

*) Naopak požadavek stejné rychlosti světla v S i v S' spolu se symetrií zpožďování hodin by vedl k rovnosti příčných vzdáleností a spolu s rovností příčných vzdáleností k symetrii zpožďování hodin.

šíření světla a pohyb volných částic, je toto zdůvodnění tautologií, poněvadž oběma principům lze vyhovět vhodnou volbou jednotek času a délky. Ani při tomto omezení však není Lorentzova transformace bez fyzikálního obsahu. Vyjadřuje symetrii mezi systémy S a S' z hlediska popisu šíření světla a pohybu volných částic. Jestliže pozorovatelé systémů S a S' synchronizují své hodiny a měří vzdálenosti podle (2), (3b), dosáhnou vzájemné symetrie popisu takovou volbou jednotek, při níž budou jejich prostoročasové souřadnice spojeny Lorentzovou transformací.

Bude snad užitečné upozornit na tuto skutečnost: v homogenním a izotropním prostředí (např. ve vzduchu) můžeme provést všechny předchozí úvahy až po transformaci (20), a to tak, že nahradíme rychlost světla rychlostí zvuku. S bude klidový systém daného prostředí. V systému S' spojeném s S „Lorentzovou transformací" ve tvaru (20) se bude zvuk šířit izotropně stejnou rychlostí jako v S. Taková transformace nemá ovšem širší použití, poněvadž je vázána na dané prostředí, které zaujímá jen jistou oblast v prostoru a v čase. Kromě toho pohyb látkového prostředí (vítr) lze v S' snadno prokázat.

Naproti tomu o „nositeli" elektromagnetického vlnění, hypotetickém éteru, se předpokládalo, že je trvale v klidu v globálně zadaném systému S. Lorentzova transformace pro světlo by tedy měla univerzálnější význam než obdobná transformace pro zvuk, i kdyby platila nějaká verze éterové teorie. Dalo by se pak říci, že existují dvě význačné transformace od S k S' – Lorentzova transformace a transformace Galileiho, a že každá z těchto transformací je transformací symetrie pro část fyzikálních zákonů. V souvislosti s tím by existovaly různé způsoby synchronizace a měření vzdáleností, „mechanický" a „optický", jejichž výsledek by se shodoval v „absolutním" systému S (který je právě touto shodou určen). Z hlediska pozemské zkušenosti bychom pak zřejmě považovali Galileiho transformaci za fundamentálnější.

Skutečnost je ovšem taková, že žádná pozorování a pokusy nedovolují určit absolutní pohyb S' (éterový vítr), a proto Lorentzova transformace, která je podle předchozího transformací symetrie pro jisté fundamentální přírodní děje, musí být transformací symetrie pro celou fyziku. To je vlastně nové znění principu relativity a teprve postulováním tohoto principu se dostáváme na půdu speciální teorie relativity. Podle ní Lorentzova transformace odpovídá vztahům mezi vzdálenostmi a dobami v S a S', ať už jsou měřeny jakoukoli fyzikálně podloženou metodou, kdežto Galileiho transformace zůstává pouze návodem na změnu souřadnic, který musí být pozorovatelům v S' nadiktován z S a nespojuje tedy „přirozená" data v S' s obdobnými daty v S.

Historickým vývojem způsobené lpění na Galileiho transformaci bránilo odhalit skutečnou a univerzální symetrii přírodních zákonů, jak to vyjadřují úvodní slova Einsteinovy práce [6]:

„Je známo, že Maxwellova elektrodynamika v té podobě, jak je dnes obvykle vykládána, v aplikaci na pohybující se tělesa vede k asymetrii, která patrně nepřísluší samotným jevům."

Požadavek univerzální symetrie zákonů přírody vzhledem k Lorentzově transformaci je novou a základní myšlenkou teorie relativity. Tato myšlenka je ekvivalentní postulátům teorie relativity, a je proto možné, jak se obyčejně postupuje, vyvodit Lorentzovu transformaci z těchto postulátů.

Naše cesta k Lorentzově transformaci se explicitně neopírá o postuláty teorie relativity a vyhýbá se tak potížím, které může jejich přijetí intuici činit. I když další budování teorie relativity na základě invariance přírodních zákonů vůči Lorentzově transformaci v sobě přijetí postulátů zahrnuje, tyto zákony formulované v inerciálním systému S neobsahují již nic intuitivně těžko přijatelného. Např. trajektorie relativistických částic v mlžných komorách nejsou asi o nic podivnější než trajektorie, které by vznikaly podle newtonovské dynamiky. Ani na Maxwellově elektrodynamice není nic nepřirozeného.

Je ovšem nepochybné, že to byly hlavně výsledky experimentů, které přiměly fyziky, aby se zřekli newtonovských představ o prostoru a o čase. Proto asi většina studentů i učitelů bude vždy preferovat vyvození Lorentzovy transformace z experimentálně podložených postulátů teorie relativity. Jedním z motivů pro tuto studii však bylo, že jsem se u řady dobrých fyziků setkal s nedůvěrou ne tak ve výsledky teorie relativity jako ve vlastní schopnost tyto výsledky „přijmout za své" a tvořivě jich využívat. Nelze snad vyloučit, že výklad zde podaný pomůže některým z nich překonat intuitivní zábrany.

9. Poznámka k literatuře

Nebudeme se zabývat širokým spektrem různých odvození Lorentzovy transformace. Dvě taková odvození a stručný, ale hluboký přehled hlavních přístupů je obsažen ve Votrubově monografii [7]. My si všimneme pouze postupů, které se podstatněji blíží našemu výkladu.

Einsteinovská synchronizace a užívání radiolokačního měření vzdáleností je základem Milneho kinematické relativity [8]. Tato teorie je teorií kosmologickou*). Srovnávají se v ní různé míry času, vzhledem k nimž je radiolokační vzdálenost kosmologických objektů veličinou relativní. Lorentzova transformace odpovídá speciální volbě časové proměnné, při níž se tyto objekty vzdalují bez zrychlení. Kromě tohoto „elektromagnetického času" hraje u Milneho důležitou roli „mechanický čas", v němž vzdálenosti kosmologických objektů zůstávají konstantní. Obě časové míry, spojené nelineární rovnicí, odpovídají jistým symetriím fyzikálních zákonů, a proto se Milneho teorie podstatně odlišuje od speciální teorie relativity.

Lze snad říci, že náš postup je v Milneho teorii implicitně obsažen ve složitějším kontextu, který pozdější vývoj fyziky neakceptoval.

„Metodou koeficientu k" nazval svůj přístup k základům speciální teorie relativity H. Bondi [10]. Jak ukazuje již název jeho knihy, kladl si podobné cíle jako já v tomto článku. Vychází z faktu, že vzdaluje-li se volný pozorovatel β pozorovateli α ve směru jejich spojnice, přijímá světelné signály, které vyslal α s periodou T, s odlišnou periodou kT (Dopplerův jev). Pro určení vztahu koeficientu k a rychlosti pozorovatele β vzhledem k α se užije principu relativity ve spojení se vztahy (2), (3b) tímto způsobem: Nechť α a β byli ve stejném místě v čase 0 (na hodinách obou pozorovatelů) a nechť pozorovatel α

*) Její kritická diskuse je uvedena v [9]. Jak je zde ukázáno, Milneho teorie byla kritizována pro nereálnost radiolokace v kosmologických rozměrech. Na její obhajobu se však uvádí, že nemáme ani jinou přímou metodu měření kosmologických vzdáleností.

vyslal v čase T (na svých hodinách) signál, který mu pozorovatel β okamžitě vrátil. Podle předchozího výkladu pozorovatel β odrazil signál v čase kT a podle principu relativity jej pozorovatel α přijal v čase k^2T (každý na svých hodinách). Podle (2), (3b) jsou doba t chodu signálu od α k β a vzdálenost L pozorovatele β od α v době odražení signálu pozorovatelem rovny

$$t = \frac{k^2T + T}{2}, \quad L = \frac{k^2T - T}{2c} \tag{21a, b}$$

(Bondi ovšem klade $c = 1$), takže vztah mezi rychlostí v a koeficientem k je

$$\frac{v}{c} = \frac{L}{ct} = \frac{k^2 - 1}{k^2 + 1}, \quad k = \sqrt{\frac{c + v}{c - v}}. \tag{22a, b}$$

Z hlediska našeho přístupu vzniká koeficient k zčásti zpožďováním hodin β za synchronizovanými hodinami systému S, zčásti Dopplerovým jevem v užším slova smyslu, takže je

$$k = \frac{K}{1 - v/c}. \tag{23}$$

Po dosazení (22b) dostaneme přirozeně pro K hodnotu (19a). Další postup Bondiho se opírá o výsledek (22) a o definice (2), (3), takže se podobá našemu postupu, i když se odlišuje způsobem provedení.

V některých ohledech je blízké našemu přístupu Bartuškovo zpracování [11]. Bartuška využívá nejen vztahů (2), (3b), ale i světelných hodin. Otázku kalibrace těchto hodin v S' řeší tak, že hodiny H' se pohybují kolmo na spojnici pozorovatelů α', β', kteří je odrážením signálu tvoří, a porovnávají se s hodinami H v S, jejichž α, β v nějakém čase koincidují s α', β'. To ovšem odpovídá volbě koeficientu K ve tvaru (19a). Z hlediska Bartuškova výkladu jsou hodiny H' (α', β') stejné jako $H(\alpha, \beta)$, protože se v jistém okamžiku kryjí (jsou stejně velké) a jejich chod je založen na stejném zákonu (stejná rychlost světla v S i v S').

Bondi i Bartuška tedy kombinují definice (2), (3) s jedním z relativistických postulátů — u Bondiho je to princip relativity, u Bartušky princip konstantní rychlosti světla. Namísto obou principů já užívám takové volby jednotek času a vzdálenosti, která vede k symetrii mezi systémy S a S'. Lze snad říci, že je to pokus dovršit snahu o vyvození Lorentzovy transformace z minimálního empirického základu a v maximálním souladu se „zdravým rozumem“.

Jsem zavázán řadě kolegů za cenné připomínky k starším variantám článku, mnohdy i velmi kritické k celé koncepci, ale přesto inspirující. Za všechny bych rád jmenoval alespoň doc. M. Černohorského, dr. L. Dvořáka a dr. M. Lence.

Literatura

[1] Mansouri R., Sexl R. U.: *A Test Theory of Special Relativity*. GRG 7, *10* (1977).
[2] Poincaré H.: *Science and Hypothesis*. Dover. Publ., New York 1952, s. 89.
[3] Brillouin L.: *Novyj vzgljad na teoriju otnositel'nosti*. Mir, Moskva 1972, s. 100.

[4] SYNGE J. L.: *A Plea for Chronometry*. The New Scientist, 19. 2. 1969.
[5] MARTZKE R. F., WHEELER J. A.: ve sborníku Gravitacija i otnositel'nosť, Mir, Moskva 1965, s. 122.
[6] EINSTEIN A.: *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*. Ann. d. Phys. *17* (1905).
[7] VOTRUBA V.: *Základy speciální teorie relativity*. Academia, Praha 1977, s. 112, 124.
[8] MILNE E. A.: *Kinematic Relativity*. Oxford 1948.
[9] BONDI H.: *Kosmologia*. PWN Warszawa 1965, s. 160.
[10] BONDI H.: *Relativity and Common Sense*. Doudleday, New York 1964 (ruský překlad Otnositel'nosť i zdravyj smysl, Mir, Moskva 1967).
[11] BARTUŠKA K.: *Deset kapitol ze speciální teorie relativity*. SPN, Praha 1980.

jubilea & zprávy

Rukopisy článků k osobním výročím nebo k výročím institucí musí být redakci dodány 9 měsíců před datem výročí, mají-li být publikovány včas.

PROFESOR MARKO ŠVEC SEDEMDESIATROČNÝ

Dňa 10. októbra 1989 sa dožíva 70 rokov profesor RNDr. Marko Švec, DrSc., významný československý matematik, odborník svetového mena v teórii diferenciálnych rovníc a vynikajúci vysokoškolský učiteľ, ktorý vychoval celé generácie technikov, prírodovedcov a matematikov.

Marko Švec sa narodil v Kmeťove, okr. Nové Zámky. Gymnaziálne štúdium absolvoval v Nových Zámkoch a Šuranoch a potom študoval matematiku a fyziku na Prírodovedeckej fakulte Slovenskej univerzity v Bratislave. Po úspešnom ukončení štúdia r. 1944 pôsobil do roku 1949 ako stredoškolský profesor na gymnáziách v Topoľčanoch a v Bratislave. V roku 1949 prešiel na Elektrotechnickú fakultu Slovenskej vysokej školy technickej v Bratislave, kde pôsobil do r. 1955 ako odborný asistent, do r. 1966 ako docent a v rokoch 1966—68 ako profesor. Od r. 1968 je profesorom na Katedre matematickej analýzy na Prírodovedeckej fakulte a od r. 1980 na Matematicko-fyzikálnej fakulte Univerzity Komenského v Bratislave. V rokoch 1969—72 a v r. 1974 pôsobil ako expert organizácie UNESCO na Univerzite v Bahii v Brazílii. Titul RNDr. získal na Přírodovedeckej fakulte Slovenskej univerzity v Bratislave v r. 1949, vedeckú hodnosť kandidáta fyzikálno-matematických vied mu udelila prírodovedecká fakulta Univerzity Jána Evangelistu Purkyně v Brne r. 1957 a vedeckú hodnosť doktora fyzikálno-matematických vied zase Vedecká rada tej istej univerzity r. 1965.

Marko Švec dosiahol rad vynikajúcich výsledkov. Zaoberal sa predovšetkým teóriou lineárnych diferenciálnych rovníc, kde značné úsilie venoval skúmaniu asymptotických a oscilatorických vlastností rovníc vyššieho rádu ako druhého.

Veľmi cenné výsledky dosiahol pri skúmaní existencie riešenia okrajovej úlohy na neohraničenom intervale pre nelineárnu diferenciálnu rovnicu n-tého rádu. V týchto úlohách sa Schauderova veta používa s istými ťažkosťami. Prof. M. Švec zaviedol pojem q-konvergencie, čo je modifikácia bodovej alebo slabej konvergencie. Pomocou nej dokazuje, že isté integrálne operátory sú spojité vzhľadom na q-konvergenciu a zobrazujú vhodné množiny na q-kompaktné množiny. Tým dostal existenciu pevného bodu týchto operátorov, ktorý predstavuje riešenie okrajovej úlohy.