Josef Král; Jaroslav Lukeš; Ivan Netuka; Jiří Veselý
Vzpomínka na profesora Marcela Brelota

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 33 (1988), No. 3, 170–173

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/137703

**Bibliografia učebníc a monografií, ktorých je prof. Salomaa autorom alebo spoluautorom**


A. SALOMAA: *Theory of Automata*. Pergamon Press, Oxford, etc., 1969, 263 str.

A. SALOMAA: *Formal Languages*. Academic Press, New York, etc., 1973, 322 str.

A. SALOMAA, M. SOITTOLA: *Automata-Theoretic Aspects of Formal Power Series*. Springer-Verlag, New York, etc., 1978, 171 str.

G. ROZENBERG, A. SALOMAA: *The Mathematical Theory of L Systems*. Academic Press, New York, etc., 1980, 352 str.

A. SALOMAA: *Jewels of Formal Language Theory*. Computer Science Press, Rockwille, 1981, 144 str.

A. SALOMAA: *Computation and Automata*. Cambridge University Press, Cambridge, etc., 1985, 282 str.

W. KUICH, A. SALOMAA: *Semirings, Automata, Languages*. Springer-Verlag, Berlin, etc., 1985, 374 str.


## VZPOMÍNKA NA PROFESORA MARCELA BRELOTA

Foto J. Lukeš

Nedlouho po ukončení pražské mezinárodní konference o teorii potenciálu nás zastihla smutná zpráva, že 3. srpna 1987 zemřel významný profesor pařížské univerzity Marcel Brelot; překvapila nás, protože krátce předtím nám došel pohled ze Schwarzwaldu ze dne 16. 7., psaný jeho charakteristickým rukopisem, který dokazoval, že je stále v živém styku se vším, co se děje v jeho oblíbené disciplíně. Mnozí se pamatujeme na jeho pobyt v Praze v květnu r. 1970; když stoupal po schodišti do 4. poschodí matematicko-fyzikální fakulty na Malostranském náměstí na svou přednášku, poznamenal vtipně: „Tyto historické budovy bez výtahů jsou velmi účelné zařízení – připomínají starým profesorům, že je nejvyšší čas, aby odešli do penze.“ (Na své další besedy na tehdejší katedře základů matematické analýzy byl pak už ovšem tajně a ilegálně dopravován výtahem na uhlí.) I když později odešel na odpočinek a jeho kardiostimulátor mu připomínal, že musí brát ohled na svůj zdravotní stav, zůstal stále aktivní. Ještě v minulém školním roce bylo možno ho vídat na semináři o teorii potenciálu na pařížské univerzitě, který před léty založil spolu s G. Choquetem a J. Denym; živě vyprávěl o svém novém příspěvku k matematickým modelům biologického boje o život, v němž se vrátil k problematice, ve které kdysi zahájil svou odbornou dráhu jako stipendista u známého italského matematika Vito Volterry.

M. Brelot se narodil 29. 12. 1903 v Chateauneuf sur Loire. Po studijních pobytech v Itálii a v Německu (u E. Schmidta) působil postupně v Alžíru, Bordeaux, Grenoblu a od r. 1953 trvale v Paříži. Vykonal velkou práci, odbornou i pedagogickou, pro rozvoj francouzské školy teorie potenciálu, jejíž výsledky horlivě propagoval na svých zahraničních přednáškových pobytech; dlouhodobě působil v USA, Kanadě, Indii, Japonsku a Argentině. Známá metoda sestrojení řešení zobecněné Dirichletovy úlohy pomocí tzv. horních a dolních řešení bývá dnes nazývána metodou Perron-Wiener-Brelotovou. M. Brelot ukázal v r. 1939, že horní a dolní řešení splývají právě pro ty okrajové podmínky, jež jsou integrovatelné vzhledem k harmonické míře; tím opravil omyl N. Wienera, který se domníval, že tato řešení se mohou lišit pro jednoduché nespojité funkce na hranici. S Brelotovým jménem je spojena řada příspěvků ke klasické teorii potenciálu souvisejících s pojmem superharmonické funkce, jež jsou běžně zařazovány do základních kursů (vč. jeho vlastní učebnice *Éléments de la théorie classique du potentiel*, která byla přeložena do ruštiny v r. 1964 a je svým pojetím dostupná posluchačům na úrovni 3. roku studia našich univerzit). Připomeňme, že superharmonickou funkci na otevřené množině $D \subset R^n$ je možno zavést jako takovou zdola polospojitou funkci $u > -\infty$, jež je na $D$ lokálně integrovatelná a splňuje ve smyslu distribucí nerovnici $\Delta u \leqq 0$, kde $\Delta$ je Laplaceův operátor. M. Brelot (nezávisle na Beurlingovi a Monnovi) upozornil v r. 1939 na význam vnější kapacity v teorii superharmonických funkcí (do té doby se obvykle pracovalo pouze s vnitřní kapacitou). V r. 1941 zavedl polární množiny jako takové množiny $E \subset R^n$, pro něž existuje otevřená $G \supset E$ a taková superharmonická funkce $u$ na $G$, že $u(E) = \{+\infty\}$. Později byly polární množiny identifikovány H. Cartanem s množinami vnější nulové kapacity; dnes hrají v potenciálně-teoretických úvahách běžně roli zanedbatelných množin srovnatelnou s úlohou množin míry nula v teorii integrálu.

V roce 1938 rozvinul M. Brelot nový přístup k jedné ze základních operací teorie potenciálu – k vymetání (anglicky sweeping out process, dnes se v angličtině užívá výhradně francouzský termín balayage; rusky vymětanije, německy Fegen).

Připomeňme, že Newtonův potenciál $U\mu$ kladného náboje (= míry) $\mu$, jehož nosič je kompaktní množina $K \subset R^n$, je pro $n > 2$ definován vztahem $U\mu(x) = \int |x - y|^{2-n} \, d\mu(y)$, $x \in R^n$. Funkce $U\mu$ je superharmonická v $R^n$ (např. pro $n = 3$ platí ve smyslu distribucí $\Delta U\mu = -4\pi\mu$), $U\mu$ je harmonická na $R^n \setminus K$ a není harmonická na žádné otevřené množině, která protne $K$.

Jestliže si $\mu$ představíme v $R^3$ jako kladný elektrostatický náboj a obklopíme $K$ vodivou uzavřenou plochou $S$, kterou uzemníme, vytváří se na $S$, díky elektrostatické indukci, záporný náboj $\nu$, jehož potenciál na části prostoru $E$ ležící vně $S$ vyruší (anuluje) potenciál $U\mu$.

Tedy pro míru $\mu^E = -\nu$, která je nesena plochou $S$, platí $U\mu^E = U\mu$ na $E$, zatímco na vnitřku $S$ potenciál $U\mu^E$ proti $U\mu$ poklesne. „Náboj“ $\mu^E$ si lze tedy představit jako „ekvivalentní vrstvu“ vzniklou přemístěním („vymetením“) $\mu$ z $K$ na $S$.

Vztah $\mu$ a $\mu^E$ je obecně velmi složitý. Brelotův přístup umožnil vyjasnit, jak získat potenciál „vymetené“ míry přímo z potenciálu původní míry bez informací o generujících mírách. Zatímco tedy klasická, fyzikálně motivovaná operace vymetání se zabývá otázkou získání $\mu^E$ se znalostí $\mu$, Brelotovo pojetí ignoruje míry a vlastně se stará o získání funkce $U\mu^E$ z funkce $U\mu$. Ve skutečnosti Brelot pro libovolnou množinu $A \subset \mathbb{R}^n$ (místo vnějšku $E$ naší plochy $S$) a libovolnou superharmonickou funkci $s$ (místo naší speciální superharmonické funkce $U\mu$) definuje superharmonickou funkci $B^A s \leqq s$, která má (podobně jako $U\mu^E$ v naší úvaze) tyto vlastnosti: na $A$ se $B^A s$ „v podstatě" shoduje s původní funkcí $s$ a na doplňku $\bar{A}$ je funkce $B^A s$ harmonická. Funkce $B^A s$ se nazývá výmet funkce $s$ na množinu $A$ a zobrazení $B^A : s \mapsto B^A s$ je tzv. operátor vymetání. Výše uvedený obrat „v podstatě" znamená, že rovnost $s = B^A s$ platí na $A$ všude s výjimkou potenciálně-teoreticky zanedbatelné (tj. polární) množiny. Pro případ, že $A$ je např. „těleso s hladkou hranicí", je rovnost $s = B^A s$ splněna na $A$ všude.

Jako ilustraci uvažujme dva speciální případy. Nechť $U$ je omezená otevřená množina v $\mathbb{R}^n$ a nechť funkci $f$ definovanou na hranici množiny $U$ lze rozšířit na funkci $s$ superharmonickou na $\mathbb{R}^n$. Pak pro $A = \mathbb{R}^n \setminus U$ je na $U$ funkce $B^A s$ Perron-Wiener-Brelotovým řešením Dirichletovy úlohy s okrajovou podmínkou $f$. (Řešení se tedy dostane „zharmonizováním" funkce $s$ na množině $U$.)

Je-li $K \subset \mathbb{R}^n$ kompaktní množina a $s$ je funkce identicky rovna jedné, pak $B^K s$ je tzv. rovnovážný potenciál pro kompakt $K$. Existuje tedy rozložení kladného náboje (= míry) $\mu$ na $K$ takové, že $U\mu = B^K s$, a tedy $U\mu$ se všude, s výjimkou snad polární množiny, na $K$ rovná jedné. „Množství" náboje potřebné k vytvoření takového potenciálu, tedy číslo $\mu(K)$, udává kapacitu kompaktu $K$ (připomeňme si vzorec $C = Q/V$ z fyziky).

M. Brelotem rozvinutá teorie vymetání nalezla dalekosáhlé uplatnění a zobecnění v axiomatických teoriích potenciálu a dodnes patří k nejdůležitějším jejich metodám.

V letech 1939–1940 propracoval M. Brelot pojem tenkosti množiny v bodě. Množina $E \subset \mathbb{R}^n$ se nazývá tenkou v bodě $x_0 \in \mathbb{R}^n$, když buď $x_0$ nepatří do uzávěru $E$, nebo existuje superharmonická funkce $u$ definovaná na nějakém okolí bodu $x_0$ taková, že $u(x_0) < \liminf u(x)$, $x \in E \setminus \setminus \{x_0\}$, $x \to x_0$. (Množiny, jež jsou tenké v každém bodě, jsou právě množiny polární.) H. Cartan si povšiml, že ty množiny $G \subset \mathbb{R}^n$, jejichž komplement je tenký v každém bodě $x_0 \in G$, vytvářejí jistou topologii jemnější, než je výchozí euklidovská topologie. Dnes je tato tzv. jemná topologie základním objektem obsáhlé partie abstraktní teorie potenciálu. Pojem tenkosti nalezl uplatnění v souvislosti s Dirichletovou úlohou při formulaci kritérií regularity a stability hraničních bodů, různé jeho varianty byly zkoumány v souvislosti s teorií ideálních hranic (tzv. Martinova hranice poutala živý zájem M. Brelota), studium souvislosti jemných a úhlových limit přineslo nové metody např. do teorie analytických funkcí. Okruh sem spadajících otázek zpracoval M. Brelot monograficky v díle *On topologies and boundaries in potential theory* (Lecture Notes in Mathematics vol. 175), jež je u nás dostupné v ruském překladu z r. 1974. S Brelotovým jménem je spjat nejelegantnější axiomatický systém vystihující abstraktní vlastnosti řešení eliptických rovnic; předcházely mu axiomatické úvahy Tautze a Dooba. Brelotův prostor je lokálně kompaktní lokálně souvislý topologický prostor $\Omega$, v němž je každé otevřené množině $\omega \subset \Omega$ přiřazen reálný vektorový prostor $\mathscr{H}(\omega)$ spojitých funkcí na $\omega$ (zvaných harmonické funkce) takovým způsobem, že jsou splněny tyto postuláty:

(1) axióm svazku (zaručující, že funkce je harmonická na $\omega$, právě když je harmonická na nějakém okolí každého bodu z $\omega$);

(2) existence báze topologie tvořené regulárními množinami (tj. relativně kompaktními otevřenými množinami $\omega$, pro něž pro každou spojitou okrajovou podmínku $f$ existuje jednoznačně určené spojité prodloužení na uzávěr $\omega$, které je harmonické na $\omega$ a přitom nezáporné, je-li $f$ nezáporná);

(3) Brelotův konvergenční axióm (požadující, aby pro každou neklesající posloupnost harmonických funkcí na oblasti $\omega$ byla limitní funkce buď harmonická na $\omega$, nebo identicky rovna $+\infty$ na $\omega$).

Teorie Brelotových prostorů byla rozvinuta jeho žáky; její výklad je podán např. v Brelotových přednáškách *Axiomatique des fonctions harmoniques* na letní škole v Montréalu z r. 1965. Na Brelotův axiomatický systém navázaly další výzkumy, jež vedly k vytvoření obecnějších axiomatických teorií zahrnujících parabolické rovnice.

Seznam prací prof. Marcela Brelota, zahrnující na půl druhé stovky vědeckých pojednání, se jeho odchodem uzavírá. Je to dílo, které svého autora přežilo. Obsahuje mnoho originálních myšlenek a výsledků, které nám ho budou připomínat trvale. My, kdož jsme měli štěstí setkat se osobně s ním a s jeho paní, která ho nerozlučně provázela na matematické pouti, budeme vzpomínat i na jeho upřímnost a lidské pochopení.

*Josef Král, Jaroslav Lukeš*
*Ivan Netuka, Jiří Veselý*
*Praha*

# NOBELOVA CENA ZA FYZIKU 1987

*Ladislav Havela, Praha*

Rozhodování Královské akademie věd ve Stockholmu obvykle asi nebývá jednoduchá záležitost. Kandidátů, kteří se významnou měrou zasloužili o rozvoj fyziky, bývá mnoho. Letos bylo rozhodování patrně snazší. Nobelova cena byla udělena dvěma pracovníkům laboratoří firmy IBM v Curychu-Rüschlikonu, šedesátiletému prof. K. Alexovi Müllerovi a sedmatřicetiletému dr. J. Georgovi Bednorzovi za objev, který způsobil „supravodičovou horečku", jež letos zachvátila celý fyzikální svět a velmi brzy se přenesla i mezi žurnalisty, podnikatele a politiky.

Udělení Nobelovy ceny je příznakem toho, že se dostáváme do období, kdy odborníci si již zvykli na existenci materiálů, jež jsou supravodivé při teplotách vymykajících se z kompetence fyziky nízkých teplot, a proto se označují jako supravodiče vysokoteplotní. Československá fyzikální veřejnost byla o těchto materiálech informována např. v [1] a [2].

Poněvadž objevu této třídy materiálů byla přisuzována poměrně vysoká míra náhody, je zajímavé se vrátit ke kořenům dnešní situace. Počátky významného objevu obou laureátů lze stopovat až do 70. let. Velká řada laboratoří celého světa tehdy studovala supravodivost intermetalických sloučenin, jež se dnes významně komerčně využívají, nicméně snaha o zvýšení supravodivého přechodu nad teplotu 23,3 K, pozorovanou v roce 1973 u sloučeniny $Nb_3Ge$, zůstala bezvýsledná.

Pracovníci laboratoří IBM v Rüschlikonu, z nichž mnozí mohou pracovat na zajímavých problémech základního výzkumu bez nutnosti bezprostředního aplikačního výstupu, se proto rozhodli hledat