

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Karel Havlíček

O významu a budoucnosti deskriptivní geometrie

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 16 (1971), No. 1, 38--45

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/137595>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1971

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

VYUČOVÁNÍ MATEMATICE A FYZICE

O VÝZNAMU A BUDOUCNOSTI DESKRIPTIVNÍ GEOMETRIE¹⁾

KAREL HAVLÍČEK, Praha

1. Postavení deskriptivní geometrie na vysokých školách je silně závislé na přípravě ze středních škol. Ale hovořit o středoškolské matematice před vysokoškolsky kvalifikovanými odborníky bývá nevděčné. O elementární matematiku se často tito odborníci zajímají teprve tehdy, když jejich vlastní děti začnou navštěvovat střední školy. Jde-li o deskriptivní geometrii, nepřichází v úvahu ani tato možnost, protože se jí ve většině tříd nevyučuje a značná část studentů se jí tak vyhne úplně. Živý zájem o deskriptivní geometrii se však může u rodičů projevit v tom neblahém případě, když se jejich dítě dostane do nemocnice; stačí k tomu spolknutý špendlík nebo jiná drobnost. Nenajde-li lékař při prohlídce rentgenem žádnou závadu, neznamená to ještě, že diagnóza je správná, neboť špendlík může zaujmout polohu promítacího paprsku a zobrazit se tak do nezřetelného bodu. Lékař si měl v tomto případě pořídit nejméně dva snímky pacienta v různých polohách. Vím bohužel i o jednom případě z letošního roku, kdy rentgenový snímek neukázal ani vykloubení ruky z ramene; kdyby si byl lékař opatřil alespoň dva různé snímky ramene („přodorys a nárys“ či „nárys a bokorys“), bylo by se léčení zkrátilo o několik měsíců.

Naproti tomu mám v živé paměti případ téměř dvacet let starý, když prof. A. Jirásek operoval dobře nám známého akademika B. Bydžovského. Šlo o vyjmutí cizího tělesa z paty pacienta, totiž krátkého a tenkého drátku, který se dostal do těla zvláštní náhodou. Po důkladném prostudování několika snímků postiženého místa vyňal tehdy chirurg cizí těleso již při prvním řezu. A. Jirásek ovšem deskriptivní geometrii znal a dobře věděl, že k prostorové lokalizaci cizího tělesa nestačí jeden snímek. Připomeňme si, že toto chirurgické umění má svoji důležitost: kdyby se totiž nebylo podařilo toto rychlé vyjmutí cizího tělesa, bylo by bývalo nutné užít během operace narkózy, což lékaři u starších pacientů ovšem neradi dělají. A našemu pacientovi bylo tehdy už přes sedmdesát let.

Srovnání právě obou uvedených případů neprokazuje bohužel nějaký zvláštní pokrok užití deskriptivní geometrie v lékařství za posledních dvacet let. Bezděčně se přitom vnucuje otázka, do jaké míry tu nesou vinu naše školy. Je pouze známo, že deskriptivní geometrie byla v učebních plánech potlačena na zoufalé minimum.

¹⁾ Předneseno 26. 9. 1970 na VI. konferenci o vyučování matematice a deskriptivní geometrii na vysokých školách technických, pořádané JČSMF v Novém Smokovci.

Za zmínku stojí ještě jeden případ z lékařské praxe. Určení velikosti tuberkulózního ložiska v plicích je prakticky bezcenné, není-li udána distance, totiž vzdálenost středu promítání od průmětny, v našem případě vzdálenost lampy od štítu rentgenu; je nutno připomenout, že tyto přístroje dovolují někdy značné vysunutí lampy.

Slyším ovšem už předem námitku, že na lékařských fakultách se deskriptivní geometrie nepřednášela nikdy. Snad to kdysi ani nebylo nutné, když se deskriptivní geometrii vyučovalo na středních školách v daleko větší míře než dnes. Ale kde zůstali naši technické, kteří lékařské přístroje konstruují? Není nic jednoduššího, než připojit ke každému takovému přístroji podrobný návod k jeho užití nebo seznámit s tím zájemce vhodným výkladem při seminářích a jiných formách školení. Při konstrukci a výrobě rentgenu se jistě uplatňují elektrotechničtí nebo strojní inženýři. Bez elektrotechniků to stejně v budoucnu nepůjde, uvážíme-li, že se dnes kombinuje rentgen s televizí, která přenáší obraz do izolované místnosti, aby chránila zdraví rentgenologa. Při tak složitých přístrojích je zaškolení příslušných pracovníků nutné a jistě by se přitom našla chvilka, aby technik sdělil lékařům ty nejjednodušší zákony prostorové geometrie, které si ze svých studií do života přinesl.



Obr. 1.

Všeobecně vzdělávací význam deskriptivní geometrie nelze podceňovat. Narážíme na ni všude tam, kde se setkáváme s promítáním (např. v biografu) nebo s prostorovou geometrií. Hyperbolický paraboloid se vyskytuje i v dlažbě (obr. 1). Ale trapně

působí, když student techniky, který počítá u zkoušky rovnici kvadratické plochy dané třemi mimoběžkami, si tuto plochu představit neumí a namnoze ani neví, že často sám po takové ploše chodí. Taková „specializace“ nikomu neprospívá; přitom deskriptivní geometrie poskytuje našemu studentovi prostředek k tomu, aby si hyperbolický paraboloid mohl aspoň nakreslit.

Jako pomocný prostředek nevymizí deskriptivní geometrie ještě velmi dlouho ani v řadě jiných oborů. Zásluhou zvěčnělého prof. FR. KADEŘÁVKA víme, že kosoúhlé axonometrie užívají kameníci. Méně už je známo, že ji potřebují také instalatéři; rozvod vodovodu nebo plynovodu ve velkých či složitých objektech si zakreslují rovněž v axonometrických průmětech, protože prostorová představitost tu má značný význam. Nevím však, kde si osvojují tyto znalosti, když se deskriptivní geometrii na středních průmyslových školách nevyučuje.

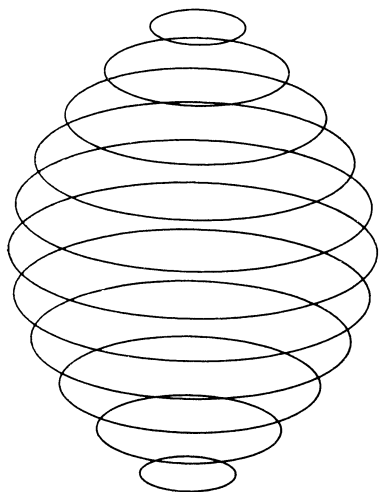
Nelze tu vyčerpát všechny obory, v nichž se metody deskriptivní geometrie až dosud uplatnily. V lékařství to nebyla jen záležitost rentgenu, ale i bezbolestné vyšetřování tělesných vad nebo otevřených ran pomocí osvětlení pacienta speciálními rastry; téže metody užívali sochaři při portrétování osob a užívá se jí i v antropologii. Je to zobecnění konstrukce vrstevnic v obrazech topografických ploch. Obdobné stanovení profilů reliéfů vedlo kdysi francouzské inženýry ke konstrukci důmyslných strojů, jež se používají v mincovnách a k podtisku cenných papírů a bankovek (tzv. guillochage); příslušné obrazy působí plasticky a nedají se padělat.

2. Některé právě uvedené ukázky přesahují už rámec všeobecně vzdělávacího významu deskriptivní geometrie. Šířit se o jejím významu pro práci vysokoškoláka (inženýra, architekta, výtvarníka, astronoma aj.) nemá mezi odborníky jistě smysl, protože vědí, že každý inženýr musí znát i práci středně technických kádrů. Tu je spíš na místě pohovořit si o budoucí úloze deskriptivní geometrie a o jejím dalším vnitřním vývoji. Nepřehánějme přitom její důležitost, přiznejme, že některé její klasické partie ztrácejí dnes význam, že patří minulosti, a odhadněme, které přetrvávají dodnes, a jaké úkoly klade na tento obor dnešní život.

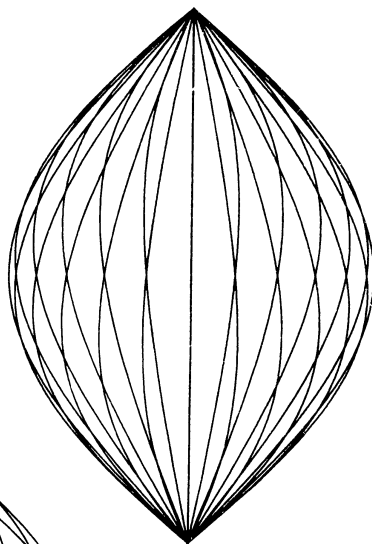
Jedna věc je nesporná. Moderní strojně početní technika se dnes uplatňuje i v deskriptivní geometrii. Názorně se to dá ukázat na práci architektů, pro něž vynášení perspektiv do výkresů zůstane asi ještě dlouho denním chlebem. Není žádným tajemstvím, že takové výkresy zhotovují dnes přístroje, zapojené jako výstupní přídatná zařízení k různým samočinným počítačům, pro něž ovšem příslušné instrukce pro rýsování vytváří programátor se znalostmi deskriptivní geometrie. Z odborných přednášek cizinců v Praze už několik let víme, že touto cestou navrhuji např. architekti v amerických továrnách nové karosérie automobilů. Tyto své návrhy ovšem z konkurenčních důvodů přísně tají; proto nemáme příslušný obrazový materiál. Naproti tomu mohu na základě vlastní zkušenosti poskytnout axonometrické průměty sinusoidu, totiž rotační plochy vzniklé otáčením sinusoidy okolo přímky spojující inflexní body této křivky¹). V obr. 2a, b, c jsou v kolmé axonometrii zobrazeny

¹) Tato rotační plocha je zároveň translační, viz např. R. v. LILIENTHAL: Vorlesungen über Differentialgeometrie, svazek II₁ (Lipsko—Berlín 1913), str. 121 a dále.

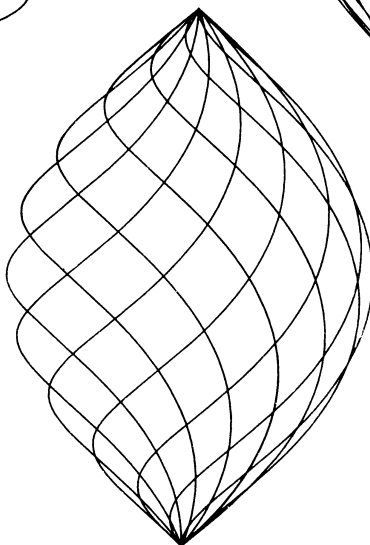
význačné křivky této plochy (rovnoběžkové kružnice, meridiány a jedna soustava dalších technicky důležitých křivek). Nakreslil je před mýma očima na technice v Cáchách stroj německého vývoje, do něhož byl příslušný program vložen pomocí děrné pásky.²⁾



Obr. 2a.



Obr. 2b.



Obr. 2c.

V této souvislosti snad není příliš přehnaná vzpomínka na jarní výstavu Incomex 1966 v Praze, kde švédský stroj DATASAAB D 21 každou hodinu kreslil synoptické mapy na základě průběžných informací z celé Evropy; těchto map užívala tehdy naše meteorologická služba a jen zasvěcenci si mohli všimnout, že naše předpovědi

²⁾ Tyto obrázky byly zhotoveny pro práci dr. R. WODICKY, příslušný strojový program sestavil E. HEYNE. Uvedená práce nebyla dosud uveřejněna.

počasí byly po dobu této výstavy velmi kvalitní. Tato práce má jistě velký význam pro bezpečnost letecké dopravy i jinde, vyžaduje ovšem rychlé zpracování informací a jejich převedení do mapy. Jiný stroj tohoto druhu má geodetický ústav v Praze. Programování pro tyto stroje může v každém případě přinést řadu nových a zajímavých problémů, najdou-li se ovšem zájemci a peníze. Ve srovnání s cizinou jsme ještě stále v tomto oboru pozadu.

Na druhé straně strojně početní technika svou rychlostí a přesností vytlačuje dnes z praxe řadu grafických metod. V deskriptivní geometrii se to týká především fotogrammetrie. Grafické metody stanovení uzlových bodů snímků, z nichž se má zkoumaný objekt rekonstruovat, obchází tato technika úspěšně metodami početními; problém tzv. nebezpečných křivek tu skoro nepřichází v úvahu. Automatizace této práce nevyžaduje už znalost geometrických základů fotogrammetrie. Ty bude nadále potřebovat jen konstruktér potřebných přístrojů (např. speciálních teodolitů) a tvůrce příslušných strojových programů, kdežto zeměměřická praxe se jim, jak se zdá, vyhne. Je možné, že se to týká i jiných oblastí geodézie, ale v té se necítím odborníkem a přenechávám tedy tyto otázky povolanejším znalcům.

Nejen strojně početní technika, ale i analytické metody nabývají postupně převahy tam, kde grafický projev nestačí držet krok s nároky kladenými dnes na přesnost výsledků. To se týká např. hlubších partií kinematické geometrie, i když se při uvádění začátečníka do této nauky vždy s výhodou užije názorných náčrtů.

Pravý opak platí pro nomografii, o které stále nevíme, kam ji zařadit; máme sice aplikovanou matematiku, ale nemáme aplikovanou geometrii v širším slova smyslu. Deskriptivní geometrie může jistě vydatně pomáhat při konstrukci nomogramů z prostorových útvarů. Ale i když se dnes při konstrukci nomogramů nabízí využití výše uvedené strojové techniky, přece nomografie sama ohrožena není, protože nomogram vyrobený i touto cestou bude vždy mnohem lacinější než konstrukce samočinného počítače pro stejný účel.

Za uplatnění analytických metod je třeba se přimloutav i v přednáškách z deskriptivní geometrie na vysokých školách. Jde tu hlavně o využití diferenciální geometrie při zobrazování speciálních technických křivek a ploch. Přímkové plochy mají např. řadu společných vlastností, jež analyticky odvodíme nejen solidně, ale i rychle. Řešení jednotlivých úloh v zobrazení těchto ploch se pak vlastně jeví jako příklady této teorie. Prorýsování takových příkladů bych zásadně nevynechával, ale opomenutí analytické metody by bylo stejně jednostranným přístupem k věci, jakým je propočítávání rovnice hyperbolického paraboloidu bez minimální prostorové představy (viz odstavec 1). Máme-li se vyvarovat nezdravé specializaci, musíme obě metody skloubit. Setrvávání na starých koncepcích, které se dobře uplatňovaly před padesáti lety, by dnes mohlo škodit a postupně ubrat i hodiny geometrie na našich technikách.

Pokud jde o případnou redukci látky z deskriptivní geometrie na našich vysokých školách, bude zřejmě na různých oborech situace různá. Všeobecně snad lze vynechat složitější partie z teorie osvětlení ploch, totiž konstrukce izofot a izofeng. Naproti tomu však bych ponechal základy technického osvětlení, protože jde o aplikaci

dvojobrazové metody v kosoúhlém promítání a toto použití má základní důležitost. Zároveň se tím studujícím poskytují nutné znalosti zákonů osvětlení ploch, jež někdy hrubě porušují i naši výtvarníci.

3. Promítání v prostoru čtyřrozměrném nás přivádí k další otázce.

Až dosud jsme zde hovořili o deskriptivní geometrii jako o vědě pomocné, tj. o vědě, která slouží jiným oborům lidské činnosti. Nedotkli jsme se prozatím vnitřního vývoje této disciplíny samé a její vnitřní vědecké problematiky.

Proces zobecňování metod a pojmů, dnes v matematice běžný, lze jistě přenést i do deskriptivní geometrie, která tak jako celá geometrie je také součástí matematiky a na jejím vývoji by se měla podílet. Do tohoto programu jistě patří i uplatňování metod deskriptivní geometrie v prostorech vícerozměrných. Jsou zde ovšem některé choulostivé otázky.

Aplikovatelnost vícerozměrné deskriptivní geometrie by neměla hrát rozhodující roli. Víme přece ze zkušenosti, že i základní výzkum v matematice se leckdy vyvíjel bez ohledu na potřeby současné praxe a že teprve později se ukázala užitečnost takových teorií v aplikacích. I když si tedy dnes např. myslíme, že budoucí výtvarní umělci nebudou nikdy vytvářet architekturu čtyřrozměrného prostoru, přece nemůžeme na základě toho odmítat středové či jiné promítání v tomto prostoru. Musíme však být opatrní v jiné věci. Svědomitost nám káže neprohřešit se proti společnosti odtržením naší vědy od života. Žádná věda nesmí být samoúčelná; nemá smysl promítat jen pro to, aby se promítalo. Zvyšování počtu rozměrů v deskriptivní geometrii v zásadě neodsuzují, ovšem kritériem zde zůstává, přináší-li taková práce nové vědecké výsledky nebo metody, nikoli jen nové obrázky. Nevidím žádný zvláštní pokrok v tom křivku nebo plochu, jejíž geometrické i jiné vlastnosti známe, jenom nakreslit, a to metodami rovněž známými, byť by to bylo ve vícerozměrném prostoru.

Pro snahu o uplatnění lineárních zobrazovacích metod v neeuklidovském (např. hyperbolickém) prostoru platí do jisté míry podobná slova jako pro promítání ve vícerozměrných prostorech. Toto zobecnění už není ovšem zcela bezprostřední, protože geometrické zákony, k tomu potřebné, se tu v mnohém podstatně liší od poměrů v prostorech euklidovských.

4. Od tohoto programu se ostře odlišuje jiný směr vývoje deskriptivní geometrie, který prozíravě formuloval už před čtyřiceti lety E. MÜLLER: „Každé zobrazení, které lze sledovat konstruktivně (kreslířsky, i když užitím libovolného kreslicího nářadí), patří do oblasti deskriptivní geometrie.“*) Přitom pojem zobrazení chápal čistě matematicky v nejširším abstraktním pojetí; rozuměl tím „zákonitě přiřazení prvků jakékoli množiny prvkům jiné množiny“. Klasickým příkladem toho je cyklografie, přiřazující kružnicím ležícím v rovině body v prostoru. Toto zobrazení bylo zvláště plodné, přineslo výsledky v elementární geometrii kružnic i v geometriích parabolických. Zobecnění cyklografie na kulovou geometrii je nasnadě a tato geo-

*) E. MÜLLER: Vorlesungen über darstellende Geometrie, II. Band: Die Zyklographie (herausgegeben von J. L. Krames), Lipsko—Viedeň 1929, str. 1 úvodu.

metrie je zase v úzkém vztahu ke geometrii přímkové, jejichž výsledků užívá i kinematická geometrie v prostoru; připomeňme aspoň vztah šroubového pohybu k lineárnímu komplexu přímek.

Müllerův program zařazuje výzkumnou práci v deskriptivní geometrii zcela přirozeně do současného rozvoje celé matematiky a může nám poskytovat ještě dlouho četné možnosti. Není třeba se omezovat pouze na konstruktivní zvládnutí množin bodů a kružnic nebo jiných geometrických útvarů, je možno přejít např. k zobrazení množin transformací. Dovoľuji si upozornit aspoň na příklad tetraedrické grupy, která poskytuje touto cestou jistou konfiguraci v projektivní rovině, a to snadno konstruovatelnou.

Od konfigurací není daleko k některým kombinatorickým otázkám v geometrii a k základům geometrie vůbec. Desarguesova věta o perspektivních trojúhelnících (resp. čtyřstěnech atd.), a tedy i příslušná konfigurace, je ve svém jádru jen záležitostí promítání. Bylo by iluzorní chtít tuto problematiku vyčlenit z deskriptivní geometrie a směšně by dokonce bylo chtít nám v deskriptivní geometrii zakazovat např. poznatek, že nedesarguesovskou rovinu nelze vnořit do prostoru, zvláště když důkaz tohoto tvrzení se opírá jen o metody klasické deskriptivní geometrie; a přitom jde o problematiku dnes ve světě vysoce aktuální. Tolik na adresu odpůrců deskriptivní geometrie, kteří by ji nejradyji úředně zrušili. Přiznávám ovšem, že k těmto otázkám deskriptivní geometrie dosud celkem poměrně málo přispěla, ale to neznamená, že k tomu nebude mít co říci nikdy.

5. Je vidět, že v deskriptivní geometrii nejde jenom o obrázky. V tomto směru natropilo u nás mnoho škod časté zaměňování deskriptivní geometrie s tzv. technickým kreslením. Byly to povrchní soudy, pedagogicky velmi pochybené. Normování výkresů je ovšem v technice nutné a užitečné. Nikdo nebude jistě nic namítat proti normalizaci šroubů, která mimo jiné výhody nám dovoluje i zakreslení šroubů bez prokreslování šroubovic. Inženýr architekt se však jejímu výkresu asi nevyhne při tvůrčím návrhu šroubového schodiště. Prostě *normy nejsou konstrukce*. Poznali jsme, že sebedokonalejší normalizace rentgenu nebude lékařům nic platná, nebudou-li umět tvůrčím způsobem užít nejzákladnějších vlastností dvojobrazové metody z deskriptivní geometrie. Toto odlišení technického kreslení od deskriptivní geometrie je ovšem třeba vštěpovat už každému začátečníku, tedy hned na středních školách.

Přítom zkušenost nás učí, že prostorovou představivost si člověk těžko osvojuje až v dospělosti, zatímco v mládí to nečiní tak velké potíže. Obzvláště to můžeme dnes pozorovat u běžných absolventů středních průmyslových škol, kteří jsou převážně vychováni právě jen v technickém kreslení; na vysoké škole pak vidí na rysech z deskriptivní geometrie jen změř čar na papíře a uniká jim, co se přitom děje v prostoru, tj. uniká jim konstruktivní stránka věci. Nesmí nás ovšem zmást výjimky; i mezi těmito studenty jsou jednotlivci, kteří toto studium zvládnou hravě, ale my zde mluvíme o celkovém stavu školství. Na druhé straně je samozřejmé, že v rámci dnešní vědeckotechnické revoluce zbývá pro deskriptivní geometrii v rozvrhu na vysokých školách málo hodin. Tím spíš by měly vysoké školy technické patřit mezi

první instituce, které by důsledně podporovaly a požadovaly podstatné rozšíření výuky deskriptivní geometrie na středních školách.

Tím přicházíme k poslední velmi neutěšené otázce, kdo totiž bude deskriptivní geometrii na středních školách vyučovat. Směrná čísla posluchačů deskriptivní geometrie na universitách klesají; byly už i pokusy o zrušení učitelské kombinace matematika — deskriptivní geometrie, zatímco naprosto nevhodná kombinace matematika — tělesná výchova je administrativními zásahy silně podporována, ne-li přímo prosazována. K tomu je nutno přičíst i nezdravou feminizaci našich učitelských sborů, projevující se poslední dobou nápadně i v deskriptivní geometrii. Pro malý počet hodin deskriptivní geometrie shánějí pak tyto absolventky stěží plné úvazky na školách, a když se náhodou dostanou na průmyslovou školu, učí tam zase hlavně jen technickému kreslení. Pohybujeme se tak v začarovaném kruhu a nenacházíme z něho východisko. Tím zaniká poslední konstruktivní charakter tohoto vyučování, pro který právě vídeňský prof. E. KRUPPA razil nový termín *konstruktivní geometrie*. Slouží-li jiné partie matematiky k posílení logického myšlení inženýrů a vůbec techniků, rozvíjí deskriptivní geometrie jejich prostorovou představivost, tvůrčí fantazii a především konstruktivní cit.¹⁾ Ale s touto výchovou se musí začít brzy, už v mládí.

V úvahu přichází ještě jedno řešení, které dnes realizují některé vysoké školy pedagogického směru v cizině. Každý učitel matematiky musí totiž znát i deskriptivní geometrii, aby jí mohl vyučovat. Zařadit deskriptivní geometrii do osnov matematiky je zcela přirozená myšlenka. Je nutno dát jen pozor, aby se toto vyučování neredukovalo na tzv. „volné promítání“, jak se děje u nás, protože při tomto promítání zaniká dvojobrazová metoda, která je v aplikacích právě tak důležitá.

¹⁾ Srovnej se závěrem 1. odstavce úvodu v knize A. URBANA: *Deskriptivní geometrie I*, Praha 1965, str. 11.