

Názory na výuku matematiky na středních školách (v USA)

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 43 (1998), No. 3, 248--260

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/137580>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1998

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

- [2] MAXWELL, J. C.: *On Faraday's Lines of Force*. Transactions of the Cambridge Philosophical Society, Vol. X, Part I (1855–56).
- [3] MAXWELL, J. C.: *On Physical Lines of Force*. Philosophical Magazine, Vol. XXI (1861–62).
- [4] THOMSON, W.: *On a Mechanical Representation of Electric, Magnetic and Galvanic Forces*. Camb. and Dub. Math. Jour. (Jan. 1847).
- [5] MAXWELL, J. C.: *A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field*. Royal Society Transactions, Vol. CLV (1864).
- [6] GIBBS, J. W., WILSON, E. B.: *Vector Analysis*. Dover, New York, reprint 1960.
- [7] HEAVISIDE, O.: *Electromagnetic Theory*. Dover, New York, reprint 1925.
- [8] CROWE, M. J.: *History of Vector Analysis*. University of Notre Dame Press, Indiana 1967.
- [9] KLINE, M.: *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*. Oxford University Press, Oxford 1972.

Názory na výuku matematiky na středních školách (v USA)

Tento článek je první ze série příspěvků založených na odpovědích odborníků „z teorie i praxe“ na otázky týkající se výuky matematiky na střední škole. Odborníci z řad matematiků, didaktiků a učitelů matematiky odpovídali na tyto otázky:

1. Když se zamyslíte nad tím, co by z matematiky měli znát absolventi středních škol, čemu dáváte největší váhu?
2. Jaké základní rysy by podle vás měly mít všechny osnovy vyučování matematice na středních školách?
3. Jak poznáme, že je výuka matematiky na středních školách dobrá?
4. Co považujete za nejdůležitější kvality středoškolského učitele matematiky v oblastech matematického vzdělání, vztahu k matematice a přístupu ke studentům?
5. Co byla první věc, která ve vás vzbudila zájem o matematiku?

Respondenti byli vybráni z okruhu lidí, které známe, nebo nám byli doporučeni, kteří se nad tímto problémem už zamýšleli a věnovali mu jisté úsilí. Snažili jsme se získat co nejširší spektrum názorů a rad. Všichni respondenti zodpověděli všechny otázky; my jsme potom vybrali k otištění ty odpovědi, které reprezentují celé spektrum

Views on High School Mathematics Education. Notices of the AMS, Vol. 43 (1996), No. 8, 873–886.

© 1996 American Mathematical Society
Přeložila HELENA DURNOVÁ.

vyjádřených názorů a myšlenek. Domníváme se, že porozumění mezi učiteli matematiky všech stupňů je základním předpokladem soudržnosti a úspěchu celé iniciativy. Základní podmínkou porozumění je otevřený dialog všech zúčastněných.

Podnětem pro vznik série článků věnovaných tomuto tématu byla snaha Al Cucoa a Waynea Harveye, pracovníků Centra pro rozvoj vzdělávání (Education Development Center, Inc.), a zájem matematiků o vyučování matematice na středních školách. Jejich snahy vyústily v projekt financovaný Národní vědeckou nadací (National Science Foundation) a nazvaný „Společně na talenty: Podpora spolupráce matematiků a učitelů matematiky“. Vyvrcholením tohoto projektu bude celonárodní setkání matematiků, učitelů matematiky a editorů edice K-12 na jaře příštího roku. Názory těchto skupin na základní otázky (např. na otázky kladené v tomto článku) jsou diametrálně odlišné. Na tuto konferenci budou navazovat oblastní a celonárodní setkání profesních organizací. Další informace o tomto projektu jsou na internetové adrese <http://www.edc.org/LTT/BOS/>.

Pokračování najdete v zářijovém čísle *Notices*. Kromě těchto dvou příspěvků připravujeme do budoucna články, v nichž budou na podobné otázky odpovídat středoškolsí učitelé. Plné znění odpovědí bude k dispozici na domovské stránce na e-MATH na URL <http://www.ams.org/committees/education/>.

Jména a působiště respondentů:

SUSAN ADDINGTON, California State University, San Bernardino;
GEORGE ANDREWS, Pennsylvania State University;
RICHARD ASKEY, University of Wisconsin, Madison;
WILLIAM BARKER, Bowdoin College;
HYMAN BASS, Columbia University, předseda Komise AMS pro vzdělávání;
CURTIS BENNETT, Bowling Green State University, člen Komise AMS pro profesi;
MARK BRIDGER, Northeastern University;
AMY COHEN, Rutgers University;
JOHN B. CONWAY, University of Tennessee;
DAVID COX, Amherst College;
EDWARD EFFROS, University of California, Los Angeles;
SOLOMON GARFUNKEL, Consortium for Mathematics and its Applications;
ANDREW GRANVILLE, University of Georgia;
LEON HENKIN, University of California, Berkeley;
JOHN HOLLINGSWORTH, University of Georgia;
ROGER HOWE, Yale University;
DEBORAH HUGHES HALLETT, Harvard University;
FERN HUNT, National Institute of Standards and Technology;
RAYMOND JOHNSON, University of Maryland;
HARVEY KEYNES, University of Minnesota, člen Komise AMS pro vzdělávání;
KENNETH MILLETT, University of California, Santa Barbara;
GEORGE PAPANICOLAOU, Stanford University;
STEPHEN RODI, Austin Community College;
JUDITH ROITMAN, University of Kansas, člen Komise AMS pro vzdělávání;

ARNOLD ROSS, Ohio State University;
HAN SAH, State University of New York at Stony Brook;
GLENN STEVENS, Boston University;
ALAN TUCKER, State University of New York at Stony Brook,
člen Komise AMS pro vzdělávání;
H. WU, University of California, Berkeley.

1. *Když se zamyslíte nad tím, co by z matematiky měli znát absolventi středních škol, čemu dáváte největší váhu?*

ARNOLD ROSS:

Nedoceňujeme plně zhoubnou moc nudy. Připomeňme si, že nuda není prostým opakem zábavy či legrace. Výrazným (a šťastným) rysem lidské povahy je zvědavost. Podporuje přechod od „dívat se“ k „vidět“. Při výchově mládeže musíme posilovat jejich touhu po poznání. Musíme v mladých lidech pěstovat schopnost pozorovat, experimentovat a dobrodružně využívat své schopnosti.

Také musíme pěstovat jejich komunikační schopnosti. Na tomto místě je třeba si uvědomit, že zkušenost je prvotní, jazyk druhotný, a nikoliv naopak. Proto musíme brzy zajistit zkušenost „hmatem“ (hands-on). Novější bonmot „mozkem“ (minds-on) vystihuje situaci lépe.

Přirozeně přijdou ke slovu počítače; budou však mít žádaný efekt teprve poté, co studenti zvládnou důležité algoritmy. Zpočátku by studenti měli zkusit každý algoritmus naprogramovat. Teprve potom si budou moci vážít počítače jako nástroje, který každým procedurálním návrhem získá mnohem více informací.

Naučit se správně a inteligentně zacházet s počítačem je v dnešní počítačově orientované době velmi důležité. Především to poskytuje základ pro zvládnutí stále komplikovanějšího využití počítačů ve vědě a technice.

WILLIAM BARKER:

Nejvíce mě zajímá, zda studenti chápou matematiku jako způsob analyzování a řešení důležitých problémů v přírodních a společenských vědách. Především chci, aby nepřístupovali k matematice jako k bezobsažnému cvičení manipulace se symboly podle naučených pravidel. Rád vyměním studenty zběhlé v manipulaci se symboly za studenty, kteří přistupují k matematice jako k oboru, jenž vyžaduje porozumění pojmům a tvořivé myšlení k aplikaci těchto pojmů na řešení daných problémů. Studenti by se neměli trást strachy, položíte-li jim otázku, která přesahuje učebnicový problém. Matematika by pro ně měla být souborem nástrojů (toolbox) a oni by měli být schopni inteligentně si vybrat ten, který potřebují, což úzce souvisí s tzv. „pravidlem tří“ (rule of the three), tj. s analýzou problému po stránce grafické, numerické a symbolické.

Samozřejmě existují jisté dovednosti, které by měl absolvent střední školy zvládnout. Většina matematiků by pravděpodobně sestavila v podstatě stejný seznam takových dovedností a ve stejném pořadí priorit; hlavní rozdíl mezi těmito seznamy by byl v jejich délce. Můj seznam by byl asi jeden z nejkratších, avšak s požadavkem, aby studenti těmito tématům důkladně rozuměli. Pokud jde o dovednosti, opravdu zručné

zacházení s malým počtem nástrojů je mnohem cennější než povrchní seznámení s mnoha.

H. WU:

(a) Všichni studenti musí pochopit, že každé pravdivé tvrzení v matematice může být logicky vysvětleno pomocí jiných pravdivých tvrzení a že nic není pravda jen proto, že tak nějaká vyšší moc rozhodla. Toto je základní duch otevřenosti v jakémkoli racionálním rozhovoru, a jestliže matematické vzdělávání nedokáže toto přijmout, pak celé školské vzdělávání ostudně propadlo.

(b) Podobně jako v (a), studenti musí být schopni rozlišovat mezi tím, o čem vědí, že je to pravda, a tím, o čem to nevědí. V matematice, a možná pouze v matematice, je tento rozdíl jasně zřetelný a studenti by toho měli využít. Neměli by si plést heuristickou (ale neúplnou) hypotézu s přesným důkazem. Ze stejného důvodu by měli být schopni cítit uspokojení z přesvědčení o nezvratnosti tvrzení vždy, když se seznámí s nějakým důkazem v matematice. To, že je možné tohoto cíle nedosáhnout, mi při současné reformě vyučování matematice dělá nejvíce starostí.

(c) Studenti by si měli vážit toho, že matematika je jazykem přesnosti. Tak jako zvládnutí jazyka, i zvládnutí matematiky musí zahrnovat plynné vyjadřování. Studenti tedy musí o toto plynné vyjadřování usilovat. To znamená, že některé základní techniky by měli mít neustále „po ruce“. Charakteristický rys tohoto jazyka, preciznost, navíc automaticky vylučuje vágní a dvojznačné vyjadřování, které je typické pro každodenní život. Jestliže studenti opravdu pochopí tento rys matematiky, pak budou vědět, že otázky jako „Co je nejlepší?“ nebo „Je to správné?“ (které jsou běžné v matematice současné reformy) nemají v matematické diskusi žádné místo, pokud nebyly tyto mnohoznačné pojmy přesně definovány.

(d) Účel vyučování matematice není pouze v tom, že studenty učí řešit problémy každodenního života (jak se nám snaží namluvit někteří zastánci reformy), ale také v tom, že je učí myslet přesně, logicky a abstraktně. Utilitářská stránka matematiky musí být obohacena o obdiv k jejím kulturním stránkám: její vnitřní struktura a estetickému půvabu.

GEORGE ANDREWS:

Když psal nedávno Cal Moore o reformě vzdělávání v Kalifornii, začal takto:

Zatímco se reformy postupně ujímají, většina učitelů stále spoléhá na tradiční osnovy, které, jak se vyjádřil jeden cynický pozorovatel, sestávají povětšinou z osmi let aritmetiky 15. století, dvou let algebry 17. století a jednoho roku geometrie ze 3. století před Kristem.

Osobně mám za to, že kdyby studenti opravdu tyto předměty zvládli, neměli by s ničím na vysoké škole problémy. Naneštěstí jsou učitelé, omámení dokonalými a ještě dokonalejšími kalkulačkami a počítači, stále méně schopni vychovávat studenty znalé těchto témat. Celostátní vedení jen kalí vodu. Toto říká NTCM (Národní rada učitelů matematiky) o technice:

... schopnost učitelů používat nástroje techniky k tomu, aby u studentů rozvíjeli a rozšiřovali porozumění matematice, je zásadní. Tyto nástroje zahrnují počítače,

odpovídající kalkulátory (vědecké, grafické, programovatelné a další), video disky, CD-ROM, telekomunikační sítě, kterými se zpřístupňují a získávají současné údaje a další vznikající vzdělávací technologie. Od učitelů se žádá zkoumání perspektiv, které tyto nástroje skýtají, na širokém různorodém spektru témat.

V tomto výčtu chybí už jen barevná hudba a DJ. Ta prostá, velmi stará poučka o tom, že hodina matematiky je tvrdá a vyžaduje píli a spoustu domácích úkolů, nemá jinou možnost než se ztratit v odlesku pozlátek.

2. Jaké základní rysy by podle vás měly mít všechny osnovy vyučování matematice na středních školách?

WILLIAM BARKER:

Základním rysem všech osnov výuky matematice na střední škole by měla být existence matematického prostředí, které by vštěpovalo studentům výše citované postoje (v odpovědi na otázku č. 1). Kursy by neměly klást důraz na memorování početních pravidel a jejich předvádění při řešení učebnicových problémů. Studenti si musí uvědomit, že matematika je myšlení, ne duševní tělocvik. Měl by se věnovat čas skutečným aplikacím. Nebo ještě lépe, využití v praxi by mělo být motivací pro to, aby se studenti učili matematickým postupům. Například goniometrické funkce by měly být uváděny nejen jako nástroj k „výpočtům v trojúhelníku“, ale jako základní pomůcka při zkoumání opakujících se, periodických dějů. Analytická geometrie by měla být nejen pouhým souhrnem úkonů, kterým se student musí naučit, ale také důležitým mostem mezi algebraickými a geometrickými problémy. (Možná mi to uniklo, ale tyto souvislosti jsem se na střední škole nedozvěděl. Moji současní studenti rozhodně nepřicházejí vybaveni takovými znalostmi.)

Myslím si, že středoškolské učitelé matematiky musí postupovat velmi obezřetně, co se týká diferenciálního a integrálního počtu: nemyslím si, že by to mělo být vrcholným cílem pro ty nejlepší studenty. Pokud se diferenciálnímu a integrálnímu počtu na střední škole vyučuje, znamená to většinou, že se spěchá, aby se studentům vysvětlily základní věci, a jen se prohlubuje chápání matematiky jako schematických problémů — kvůli neporozumění základům.

Na efektivní vyučovací metody by se měl klást stejný důraz jako na osnovy. Doslechl jsem se, že v této oblasti došlo v nedávné době k velkým změnám. Přednášení u tabule už není jedinou vyučovací metodou na střední škole. To je převratná změna. Heslem této doby se stala věta „říci neznamená naučit a slyšet neznamená porozumět“. Učit se aktivním řešením problémů a vypracováváním projektů jak ve třídě, tak mimo ni, důraz na problémy, jejichž řešení vyžaduje více kroků, heuristická metoda s využitím kalkulátorů či počítačových laboratoří, protokoly — všechny tyto metody by měl student střední školy poznat na vlastní kůži. Proces vyučování musí klást důraz na aktivní učení, ne na pasivní přijímání poznatků.

Při zkoušení se musí klást důraz na otázky týkající se pojmů a na problémy vyžadující přemýšlení, ne jen na memorování schematických problémů. S tímto problémem se potýkám i na univerzitě. Ale klišé „zkouška určuje obtížnost kursu“ je pravdivé a není možné je ignorovat.

H. Wu:

Ve své odpovědi na otázku č. 1 jsem vyjádřil svůj názor na to, jaké by měly být cíle vyučování matematice. Osnovy matematiky by se proto měly zaměřit na jejich dosažení. Člověk nemůže doufat, že se mu podaří v několika větách navrhnout, jak by takové osnovy měly vypadat. To, co následuje, jsou v nejlepším případě vážná stanoviska. Všeobecně se dá říci, že v posledních dvou až třech ročnících střední školy by se osnovy měly rozdělit na osnovy pro studenty, kteří se v budoucnu hodlají matematice intenzivně věnovat, a na osnovy pro ty, kteří se matematikou zabývají nechtějí. Osnovy by se měly lišit i ve způsobu výuky. Shrnuť:

- (a) S abstrakcí by se mělo začínat brzy (na základní škole), ale v malých dávkách. Studenti se musí naučit abstraktně myslet a čím více je v nižších ročnících před abstrakcí chráníme, tím těžší pro ně později bude se abstraktnímu myšlení naučit. Kdyby se například zlomkům vyučovalo důkladně (s příslušnou dávkou abstraktního myšlení), pak by žáci 5. třídy měli možnost vidět, jak funguje podstata matematiky.
- (b) Od začátku by se měly uvádět neformální důkazy všech matematických tvrzení. Přibližně ve věku 12–14 let by se měli studenti seznamovat s formálními důkazy, i když jen do určité míry. V posledních dvou ročnících střední školy by už důkazy měly být samozřejmostí (přinejmenším pro ty studenty, kteří se matematice chtějí dále věnovat).
- (c) Aplikace matematiky by osnovám neměly dominovat, především ne takové aplikace, které jsou přímo převzaty z každodenního života. Sílu matematiky je nejlépe vidět, když s její nezbytnou pomocí formulujeme dalekosáhlé vědecké zákony, ne když s její pomocí řešíme nicotné a nudné problémy.
- (d) Matematika je přesná. Proto je nezbytné jasně ukázat, že možná dvojznačnost problémů „ze života“ pramení z dvojznačnosti interpretace, která je těmto problémům vlastní, nikoli ze samotné matematiky. Jednou provždy bychom měli opustit líbivé heslo „matematický problém má vždy více než jedno správné řešení“, tak často proklamované v reformě vyučování matematice.

KENNETH MILLETT:

Osnovy středních škol by měly ukázat matematiku jako vzájemně propojený celek. Měly by zahrnovat studium funkcí, algebru, geometrii, pravděpodobnost a statistiku, diskrétní matematiku, logiku, dedukci a komunikaci, aplikace matematiky a číselné systémy (čísla celá, racionální, reálná, komplexní a také jiné číselné systémy). Na základě těchto částí matematiky by měla vzniknout dobrá vizuální představa matematiky jako tapisérie, jejíž krása a pevnost vyžaduje zručné proplétání vláken. Takovým osnovám nejlépe porozumíme, podíváme-li se na ně z dálky, aby vynikla jednota a proporcionální zastoupení jednotlivých témat. Osnovy by měly být méně hierarchické a plastičtější: složitější témata by měla být nastíněna již na začátku a k elementárním by se osnovy měly často vracet ve stále větší hloubce. Částí běžné zkušenosti by mělo být používání důvěryhodných matematických modelů, řešení problémů (včetně vyvíjení, používání a analýzy algoritmických přístupů), zkoumání odhadů, vyslovování

domněnek a rozvíjení schopnosti potvrdit je (důkazy řešení). Důkladný myšlenkový úvod k matematice změny (mathematics of change) je důležitý, ale formální výklad kalkulu není nutný. Základním rysem zkušenosti s matematikou by pro středoškolského studenta mělo být přemýšlení o matematice a reflexe toho, co se naučil. Přesné a dokonalé porozumění jsou důležitější než rychlost provádění matematických operací.

ALAN TUCKER:

V algebře jsou určitá základní témata, s nimiž by se měl seznámit každý student. V ostatních oblastech nejsem zcela kompetentní k tomu, abych se vyjádřil. Na proces rigorózního matematického myšlení a zkoumání se můžeme dívat z mnoha stran. Já se přikláním k názoru, že proces učení se matematice je sám o sobě důležitější než jeho vlastní obsah. Myslím si, že standardy NCTM (Národní rady pro vyučování matematice) jsou rozumným začátkem jedné z možných verzí dobrých osnov matematiky pro střední školy, i když talentovaní studenti by se měli dostat dál.

3. *Jak poznáme, že je výuka matematiky na středních školách dobrá?*

JUDITH ROITMAN:

Když se mladí baví o matematice inteligentně a tak přirozeně jako o čemkoli jiném, kdykoli je na místě bavit se o matematice. Když se mladí chtějí bavit o matematice.

FERN HUNT:

Když jsou veřejné debaty o tématech zahrnujících kvantitativní uvažování kvalifikovanější. Když se více lidí cítí pohodlně v situacích, v nichž se využívá matematiky — jak ve svém zaměstnání, tak v ostatních činnostech.

ROGER HOWE:

Jedním ze signálů by asi mohlo být zvýšené přijímání matematiky jako součásti normálního dialogu. V knize *Matematika zítra*, jejímž editorem je Lyon Steen, vyšel článek nazvaný *Matematika jako propaganda*, jehož autorem je Neal Koblitz. V úvodu se dovídáme o člověku z „Nulového růstu populace“, který mluví o tom, že dopad úrovně životního prostředí je úměrný populaci. Myslím, že toto ve své show použil Johny Carson. Napsal lineární rovnici $D = c \cdot P$, kde D je škoda (damage) a P populace. Koblitz tvrdí, že napsání takovéto rovnice nahání hrůzu. Mou reakcí byla deprese z toho, že něco tak elementárního a prostinkého může široké veřejnosti nahánět hrůzu. Kdybychom mohli dosáhnout stavu, kdy by tyto věci byly součástí normální diskuse, byl by to pozitivní výsledek. Něco takového se však nestane „přes noc“. Než se pokusím o nějakou praktickou odpověď týkající se krátkodobých cílů, chtěl bych upozornit, že „dobrá“ bude vždycky relativní pojem: vždycky si můžeme přát změnu k lepšímu, ale vždycky mohou nastat ještě horší časy. Takto je odpověď praktičtější: potřebujeme standardizované testy, které by odrážely názor většiny na to, co by studenti měli znát, a těmito testy musíme měřit pokrok. Ještě existuje jiné kritérium, a to kritérium vztahující se k pracovní síle: odpovídají nabízené matematické vědomosti a dovednosti požadavkům na trhu práce? Toto kritérium je mnohem komplikovanější a odráží mnohem více než jen vzdělávání v USA. V současné době máme například mnoho

zájemců o získání titulu PhD v matematice. Mnozí z těchto četných zájemců však nejsou občané USA.

RICHARD ASKEY:

V našich školách je mnoho problémů a výuka matematiky je pouze jedním z nich. Mnohé z těchto problémů jsou však vzájemně propojeny a já si nemyslím, že můžeme vyřešit jeden z nich odděleně od ostatních. Takže si myslím, že místo toho, abych se snažil říci, kdy je celý problém vyřešen a výuka matematiky na středních školách je dobrá, stačí vzít libovolný problém a sledovat, kdy bude vyřešen.

Jeden z problémů, které se nejsnáze popisují, je problém s algebrou v kursu kalkulu. Příliš mnoho studentů má tak nedostatečné dovednosti v oblasti algebry, že je pro ně velice obtížné, a pro některé dokonce nemožné, se kalkulu naučit. Někteří útočí na problém z opačné strany: znovu definují, co vlastně kalkulus je, stejně jako se snažili útočit na problém chabých aritmetických dovedností tím, že měnili podstatu algebry. Ani jeden z těchto postupů nemůže fungovat, a proto bude třeba vrátit se k samým základům a vyřešit problémy tam. Zásadní význam má základní škola.

V knize *Škola jako obchod (Shopping Mall High School)*, Houghton Press, 1985) popisuje ve druhé kapitole Arthur Powell smlouvu, kterou mnozí učitelé uzavírají se svými žáky. Vypadá asi takto: nebudu vás nutit, abyste se do tohoto předmětu cokoli učili pod podmínkou, že nebudete dělat problémy. I když tato smlouva není vždy a všude pravdivá, obávám se, že dokonale popisuje situaci v příliš mnoha třídách. Mnozí z těch, kteří studují kalkulus, mi říkali, že litují, že na střední škole nestudovali, ale ostatní nestudovali, a oni tedy také ne. Částečně je to samozřejmě nadsázka, ale příliš velká část těchto tvrzení odpovídá pravdě. Až tohle studenti říkat nebudou, bude to znamenat velký pokrok.

HYMAN BASS:

Nejdříve musíme dosáhnout shody o cílech tohoto vzdělávání. Jsou různé: kulturní a intelektuální (výsledky na vysoké škole), ekonomické (výsledky v zaměstnání a zaměstnatelnost) a společenské (informování a zodpovědní občané). Potřebujeme se shodnout na tom, v jakém poměru důležitosti jsou tyto cíle, a také na tom, jestli a jak by měli být studenti děleni na skupiny k dosažení těchto cílů. Jakmile bude náznak dohody, včetně dobré spolupráce mezi středními školami na straně jedné a školami vysokými a zaměstnáním na straně druhé, můžeme se posunout nad současný systém národních zkoušek — jejichž hodnota závisí na tom, do jaké míry odpovídají cíle vzdělávacího systému skutečným požadavkům — a můžeme také zpracovávat dlouhodobé studie o výsledcích absolventů středních škol na univerzitách nebo v zaměstnání, nejen v souvislosti se známkami, ale také v souvislosti s neutuchajícím zájmem o přírodní vědy a technické disciplíny.

4. *Co považujete za nejdůležitější kvality středoškolského učitele matematiky v oblastech matematického vzdělání, vztahu k matematice a přístupu ke studentům?*

HAN SAH:

Nejdůležitější: znát hodně základních technik, obsah a správné použití matematiky v kvantitativních vědách a nesprávné využití matematiky v kvalitativních vědách.

Mít rád učení a učení se, brát učení jako poslání, potom mít rád matematiku jako jeho součást. Být si vědom různých pedagogických přístupů spíše než stát si dogmaticky za určitým přístupem. Pamatovat na to, že škola není kvůli tomu, aby potěšila učitele, ale pro to, aby připravila studenty na jejich budoucí život. Znat předchozí přípravu studentů a jejich zamýšlené cíle nad rámec okamžité přítomnosti.

JOHN B. CONWAY:

Ocenění nutnosti teorie (místo strachu z ní), ochota umazat si ruce (místo přesvědčení, že všechno je přece tak prosté), nadšení pro matematiku (místo znuděnosti), povědomí o tom, že matematika není jen souhrn algoritmů.

RAYMOND JOHNSON:

Věřím, že mnohé pedagogické přístupy mohou být úspěšné. Zdá se mi, že nejdůležitější je postoj k matematice, který učitel vnáší do třídy. Víím, že můj syn trpěl tím, že jeho učitelé trvali na tom, že matematika znamená jedinou správnou odpověď a že současně existuje jediný způsob, jak správně řešit matematický problém. Myslím, že mezi „jedinou správnou odpovědí“ a „jediným správným postupem, jak dojít ke správné odpovědi“, je velký rozdíl. Můj názor, že učitelé by měli velmi dobře rozumět matematice, je založen na přesvědčení, že čím lépe učitel matematice rozumí, tím lépe a pružněji si poradí s matematickým problémem.

LEON HENKIN:

Co se týká matematické průpravy, je velmi důležité, aby středoškolsí učitelé dobře rozuměli těm částem algebry, geometrie a analýzy, na které budou studenti navazovat na vysoké škole, pokud budou matematiku studovat. Také musí mít přehled o širokém spektru aplikací matematiky jak na střední škole, tak i mimo akademickou půdu, kde může mnoho studentů hledat uplatnění po ukončení střední školy. Tyto aplikace zahrnují i využití počítačů.

Co se týká postojů, učitelé by měli mít matematiku rádi a měli by být schopni to předvést studentům. Měli by studentům pomoci, aby pro ně byla matematika také zábavou. To je mnohem důležitější než se ujišťovat, že se studenti naučili během hodiny nějakou sumu faktů. Jestliže je matematika opravdu bude bavit, budou se učit ještě dlouho potom, co opustí třídu. Učitelé musí být citliví ke skutečnosti, že studenti se teprve učí používat jazyk stejným způsobem jako oni. Může se tedy stát, že se student snaží vyjádřit správnou myšlenku slovy, která znějí učiteli nesprávně. Na druhé straně jestliže má student o něčem nesprávnou představu, může to být způsobeno špatnou interpretací slov učitele. Co se týká pedagogických metod, učitelé by měli co nejvíce využívat pochval — nejen za správné odpovědi, ale i za statečné návrhy řešení, i když se ukáže, že k cíli nevedou.

5. *Co byla první věc, která ve vás vzbudila zájem o matematiku?*

GEORGE ANDREWS:

Na střední škole mě vůbec nenapadlo, že bych se mohl stát matematikem. Jediná vzrušující kariéra, kterou jsem si dokázal představit, byla ta, která je nastíněna v románech o Sherlocku Holmesovi. To je člověk, i když smyšlený, jehož celá kariéra závisela na vynalézavé dedukci. Protože se mi taková kariéra zdála být čistou fantazií, rozhodl jsem se, že se stanu zástupcem pro patentové spory, protože mi šla matematika a přírodní vědy a zdálo se mi, že i právo zahrnuje vynalézavou dedukci.

Na univerzitě ve státě Oregon změnil celý můj život Harry Cohen. Bylo na něm jasně vidět, že miluje matematiku s vášnivým entusiasmem, a energicky přemlouval studenty, aby se věnovali matematice jako svému hlavnímu oboru. Povedlo se mu znovu ve mně probudit sen o kariéře založené na čistém rozumu. Tohle začalo v kursu trigonometrie. Když se chýlil ke konci jeho kurs kalkulu, byl jsem už studentem matematiky.

RICHARD ASKEY:

Moje matka vypráví příhodu o tom, jak jsem seděl ve vysoké židliče, kreslil obrázek podle očíslovaných teček a dožadoval se kalendáře, protože už jsem dokončil hodiny. Vždycky se mi líbila matematika. Na střední škole jsem potkal vzdáleného bratrance, který dosáhl titulu M. A. v matematice a fyzice, a ten mi řekl, že je možné studovat matematiku. Předtím jsem chtěl být fyzikem.

WILLIAM BARKER:

Rád jsem si hrával s matematikou — ta činnost sama o sobě mě bavila — a byl jsem dost dobrý na to, aby mě na střední škole podporovali a uznávali. I když jsem se na střední škole setkal se standardními osnovami a učebními postupy (tedy přednášením), učili mě učitelé, které matematika zajímala, hodně znali a bylo na nich vidět opravdové nadšení pro tento předmět. I když charakter předmětů, které učím, tomu nenasvědčuje, nejsem aplikovaný matematik. Mým oborem je Lieova teorie, kterou mám rád pro její vnitřní krásu a provázanost s ostatními oblastmi matematiky.

Kritiky namířené proti změně v koncepci vyučování, kterou jsem navrhl, často tvrdí, že tato koncepce nebude imponovat studentům, které, „jako nás“, bude zajímat matematika jako taková, a že tito studenti budou strádat pod „méně přísnými“ osnovami. Tak to není. Já sám bych si byl přál, aby naše středoškolské vzdělávání bylo zaměřeno spíše k celkovému porozumění a aplikacím; domnívám se, že bych byl dosáhl zdravějšího a ucelenějšího základního pohledu na matematiku a že bych se v konečném důsledku vyvíjel rychleji jako matematik. Moje zkušenosti s těmi, kteří začínají studovat matematiku na univerzitě, tuto domněnku potvrzují. Proto věnujme čas tomu, abychom dali studentům správné základní postoje, a všichni naši studenti z toho budou mít užitek.

HYMAN BASS:

Ve škole mě matematika vždycky bavila, ale neměl jsem ponětí o tom, jak je rozsáhlá, až do té doby, než můj bratr Manuel, který byl během druhé světové války na školení námořních důstojníků, přijel domů na dovolenou a nadšeně mi vyprávěl o tom, co

se na školení dozvěděl z přírodních věd a strojírenství. Pokračoval v tom i později, když studoval v Caltechu. Když jsem studoval v Princetonu, kurs vyššího kalkulu vedl E. Artin spolu s Langem, Tatem a dalšími. Nadšení celé této skupiny získalo mnoho z nás pro matematiku.

JOHN B. CONWAY:

Eukleidovská geometrie. Síla kalkulu. Pak elegance elementární analýzy.

LEON HENKIN:

Jako školák jsem viděl, že si v matematice mohu být naprosto jistý, úplně sám, bez cizí pomoci, že jsem problém vyřešil korektně. To odlišovalo matematiku od ostatních předmětů. Když mě doma i ve škole za takové úspěchy chválili, podporovalo to moji chuť pokračovat. Avšak o tom, abych začal vážně uvažovat, že se budu matematice věnovat profesionálně, rozhodla teprve úžasná hloubka matematiky, která se přede mnou najednou otevřela, když se deduktivní metoda stala základem rozdělení do kursů ve vyšších ročnících univerzity.

ROGER HOWE:

Říkali mi „dobrý matematik“ dlouho předtím, než jsem měl vůbec ponětí o tom, že nějaké takové povolání existuje. V páté třídě mi učitelka řekla, že ze mě bude matematik. Moje soukromá reakce byla: „Vy jste se, paní, asi zbláznila.“ V šesté třídě jsem odmítl nabídku věnovat se matematice nad rámec osnov. V desáté třídě se však stalo několik věcí. Četl jsem populární knihu o kvantové mechanice. Byly v ní nějaké matematické symboly (jednoduché integrály), o nichž jsem vůbec nevěděl, co znamenají, a tak abych jim porozuměl, začal jsem sám studovat. Dlouho potom, po většinu mých studií na vysoké škole, byla pro mě matematická fyzika velkou motivací pro to, abych se učil matematiku. V desátém ročníku jsem si také zapsal geometrii, která se mi moc líbila. Navíc jeden z mých učitelů byl opravdový nadšenec a dal mi přečíst knihy Felixe Kleina *Elementární matematika viděná z vyššího hlediska* (*Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus*). Byly to velmi těžké knihy a bylo v nich hodně věcí, kterým jsem nerozuměl, ale ukázaly mi svět zcela odlišný od středoškolské matematiky.

FERN HUNT:

Kurs algebry v deváté třídě a sobotní kurs elementární abstraktní analýzy byly pro mě takovými magnety.

RAYMOND L. JOHNSON:

Aritmetika. Matematika mi šla, když to byla aritmetika, a jelikož jsem na střední škole dobře prospíval v matematice, prostě jsem si řekl, že matematika bude mým oborem. Kdybych byl býval věděl, co matematika doopravdy je, možná bych si zvolil jiný obor.

KENNETH MILLETT:

Poprvé mě matematika začala zajímat, když jsem se na střední škole setkal s rýsováním (volitelný předmět) a s eukleidovskou geometrií. V prvním z těchto předmětů jsme konstruovali trojrozměrné předměty z omezeného množství vizuálních informací a vytvářeli rysy pomocí perspektivy a dalšími způsoby. Druhý z těchto předmětů byl vyučován klasickou metodou v klasické třídě. Okusil jsem, jaké to je nacházet slova, abych „dokázal zřejmé“, a legraci při práci se spolužáky, kterou jsme zažívali při řešení úkolů, z nichž některé nebyly řešitelné, jiné byly zase stokrát zajímavější než ty obyčejné domácí úkoly. V obou předmětech učitelé sestavili bohatý a podnětný program a vytvářeli prostředí, které podporovalo tvořivé myšlení, přezkoumávání detailů, a také si vážili všech studentů a jejich úsilí. Chyby byly proto, abychom se z nich mohli poučit, ne proto, aby měřily naši neschopnost. V matematice jsem si uvědomil rozdíl mezi pochopením a nepochopením. A pokud člověk jednou pochopil, pochopil navždy. Samozřejmě, bylo v tom jakési dobrodružství. Průzkum neznámých intelektuálních světů, radost z objevu a legrace, když se člověk o tyto objevy podělí s dalšími. Cítil jsem velkou příležitost posunovat hranice, zažívat něco podobného jako člověk, který se jako první procházel po Měsíci. Matematika pro mě byla, a stále je, obrovským dobrodružstvím, které mě přivádí do neprozkoumaných míst.

JUDITH ROITMAN:

Důkaz, že množina reálných čísel je nespočetná, s nímž jsem se setkala v sedmé třídě. Bez legrace.

ARNOLD ROSS:

Od malička jsem byl veden ke čtení. Využíval jsem soukromou půjčovnu v době, kdy veřejné knihovny byly ještě v plenkách. Zajímal jsem se o všechny přírodní vědy, a když mi bylo asi třináct, věnoval jsem se amatérské astronomii. Hrdiny mého dětství byli Faraday a Pierre Curie. Měl jsem to štěstí, že jsem měl brzy příležitost studovat matematiku pod vedením charismatických učitelů.

HAN SAH:

Když jsem byl během svých studií jako pomocný asistent v laboratoři s urychlovačem, zjistil jsem, že nechápu účel pokusů v jaderné fyzice. Rozhodl jsem se, že si v knihovně přečtu něco o kvantové mechanice. Ke svému zklamání jsem zjistil, že nerozumím matematickým termínům užívaným v textu. Nedlouho potom jsem se zeptal svého nejlepšího přítele na škole (který studoval matematiku) na to, co studuje v matematice. Byl jsem šokován tím, že jsem nedokázal přečíst několik prvních stránek knížky s esoterickým názvem *Teorie grup*. Protože mi moji učitelé fyziky řekli, že už jsem se matematikou předávkoval, rozhodl jsem se, že se zeptám svého profesora matematiky, jestli by bylo vhodné, abych začal studovat některé partie čisté matematiky. (Měl jsem představu, že takto strávím většinu čtvrtého ročníku na vysoké škole.) Odpověděl mi: „V devatenácti letech je příliš pozdě na to, aby člověk začal studovat čistou matematiku.“

O čtrnáct dní později jsem se tvrdohlavě rozhodl skončit školu brzy a přihlásil jsem se na katedru matematiky s úmyslem studovat pouze matematiku. Je pravda, že jsem

měl jisté zázemí. Můj učitel chemie mi v prvním ročníku řekl: „Kdyby Tě někdy náhodou přestala matematika bavit, vrať se k nám. Naše dveře jsou pro Tebe vždycky otevřené.“

Zanedlouho jsem byl nadobro zajat „zbytečnou“ matematikou, přesně jak mě varovali učitelé ostatních přírodních věd. Ve stejné době jsem se znovu začal zajímat o vědu a techniku a pomalu jsem začínal rozumět složitějším a fascinujícím snahám v humanitních oborech. Člověk nemusí být génius, aby se stal matematikem. Nezbytná je však píle a otevřená mysl. Zjistil jsem, že to, že jsem byl jako dítě vystaven vlivu vědy a techniky, mi pomohlo věnovat se užitečné spolupráci a objevovat zajímavé vzájemné vztahy.

ALAN TUCKER:

Pocházím z matematické rodiny, a už když mi byly tři roky, „věděl jsem“, že mám moc rád matematiku a že chci získat PhD v matematice.

H. WU:

Na základní škole jsem měl hrozné matematické vzdělání (v Číně) a z matematiky jsem, s jedinou výjimkou, propadal až do sedmé třídy. Nikdo mi nic nevysvětlil a všechno se dělalo podle příkazu. Zdálo se mi, že nikdy nemohu proniknout do tajného kódu používaného v matematice. V sedmé třídě jsem však měl úžasného učitele. Od prvního dne řešil každý problém před celou třídou a uvažoval nahlas. Rozbřesklo se mi: matematika není žádný tajný kód, ale jen normální uvažování, které dokážu sám. Brzy potom jsme začali dělat důkazy v eukleidovské geometrii, a to utvrdilo mé přesvědčení o tom, že matematice se dá naučit. Potom už jsem neměl skoro žádné problémy.

jubilea zprávy



K ŠEDESÁTINÁM
PROFESORA M. HAVLÍČKA

Oproti zvyku zavedenému v takovýchto jubilejních člácích začnu připomenutím oslavencova výroku, totiž jeho výzvou: „Předveďte mi to na maticích $2 \times 2!$ “, již znají dnes až v Japonsku. Ve zkratce charakterizuje jak jeho úspornost ve vyjadřování, tak především snahu dobrat se vždy podstaty problému. To byly vlastnosti, jež k němu přitahovaly většinu z těch mnohých stovek studentů a mladších spolupracovníků, kteří

se s ním setkali; zejména pak ty, jimž pomáhal nastoupit vlastní vědeckou dráhu.

Prof. Ing. Miloslav Havlíček, DrSc., se narodil v Praze dne 2.11.1938. Byl jedním z prvních, kteří graduovali z nově zřízené Fakulty technické a jaderné fyziky (později FJFI) ČVUT. V roce 1961 nastoupil tamtéž jako asistent na katedře matematiky, kde mu byl brzy svěřen základní kurs algebry.

Pro jeho vědecký vývoj měl velký význam prof. V. Votruba, pod jehož vedením se začal zabývat algebraickými metodami v kvantové teorii. O aktuálnosti tématu svědčí např. to, že nekonečnědimenzionální Lieovy algebry, jimž se tehdy věnoval, jsou blízké Kacovým-Moodyovým algebrám studovaným intenzivně o tři desetiletí později. V roce 1969 obhájil kandidátskou práci a přešel na Katedru teoretické fyziky II MFF UK.

Ačkoli algebra byla a zůstává oblastí, která ho nejvíc fascinuje, pracoval i na řadě jiných