

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Steven R. Givant

Portrét Alfréda Tarského

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 37 (1992), No. 4, 185--205

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/137563>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1992

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Portrét Alfréda Tarského

Steven R. Givant

Jméno Alfréda Tarského jsem poprvé slyšel v době, kdy jsem studoval na gymnáziu. Bydli jsme tenkrát v Berkeley a moje sestra se spřátelila s Tarského dcerou Inou. Později, když jsem se stal posluchačem Kalifornské univerzity a začal studovat logiku u Leona Henkina, jsem se s jeho jménem počal setkávat častěji. Osobně jsem ho však poznal až v září 1968, kdy jsem se stal aspirantem v Berkeley. Tarski měl mít tenkrát speciální přednášku a seminář z rovníkové logiky. I když jsem v té době ještě neprošel základním kursem logiky a nebyl jsem si proto jist, že budu vůbec schopen jeho přednášku sledovat, rozhodl jsem se požádat Tarského, abych směl jeho kurs navštěvovat. Tarski byl ke mně laskavý a povzbuzoval mě. Tehdy jsme se spolu seznámili, i když náš vztah, který trval patnáct let, se vyvíjel jen pomalu. Dlouhou dobu jsem byl pro Tarského jenom jedním z jeho aspirantů. Asi v roce 1972 mě požádal, abych se stal na rok jeho asistentem pro výzkum. V roce 1975, když jsem dokončil doktorskou disertaci, jsme začali vážně spolupracovat na knize, kterou tehdy psal. Postupně jsem se stával jeho dobrým přítelem.

Můj portrét Tarského nebude proto portrétem mladého, vitálního matematika, který byl nejjasnější hvězdou v souhvězdí varšavských logiků, nebude to ani portrét zralého muže, který v Berkeley založil vlastní školu logiky. Mohu vám přiblížit pouze člověka, kterému už bylo 67 let, když jsem se s ním poprvé setkal, a který přes svůj stále silný intelekt už nebyl ani výbušnou vůdčí osobností, ani středem pozornosti ve světě logiky.

Univerzitní profesor

Tarski byl spíše menší člověk, který většinu svého života působil robustním dojmem. V době našeho prvního setkání měl sklon k tloušťce, v posledních letech života však hodně zestíhl. Měl výrazný obličej s širokým čelem, které na levé straně protínala vystupující žíla, velký nos s kulatou špičkou a živé oči, jež prozrazovaly břitký intelekt, který se za nimi ukrýval. Řídké, pečlivě zastřižené šedé vlasy s pěšinkou mírně k pravé straně, které sčesával rovně dolů, končily těsně nad velkýma ušima. Plná ústa prozrazovala potěšení, které mu působil bohatý společenský život. Jeho řeč, to byl koncert pro obě oči, nos a ústa, kterými, jako mim, zdůrazňoval své emoce. Celý obličej se mu proměnil, když nesouhlasně krčil nos nebo když se potěšeně od ucha k uchu usmíval anebo, chtěl-li něco zdůraznit, když otevřel oči i ústa dokořán. Jeho obličej vypadal klidně jen v okamžicích hlubokého soustředění. V takových chvílích dostal nepřítomný výraz a mechanicky přejížděl ukazováčkem stranu nosu.

STEVEN R. GIVANT: *A Portrait of Alfred Tarski*. The Mathematical Intelligencer Vol. 13, No. 3, 16–32. Přeložila HELENA NEŠETŘILOVÁ.

© 1991 Springer-Verlag New York

Střídání emocí v jeho obličejí bylo možná jedním z důvodů, proč bylo těžké ho vyfotografovat. Tarski měl ze všech svých fotografií rád pouze jedinou: je na ní zamyšlený (ve vlaku v Rusku), s viržinkem v ruce. „Každý má právo vybrat si svou vlastní představu o tom, jak vypadá,“ řekl jednou a důsledně si sám vybíral vždy jen tu jedinou, z Ruska, takže budoucí generace logiků budou možná znát jeho obličej jen v téhle jediné podobě.

Móda ho v žádném případě nezajímala, když však někam šel, byl vždy dobře oblečen. Často nosíval sportovní kabát a volné kalhoty. Ve způsobu oblékání nikdy nepřijal uvolněné způsoby svých kolegů z Berkeley. Jeho starosvětská formálnost vytvářela mezi ním a námi jistý odstup, který se on sám nikdy nesnažil překlenout. (Vyprávěl mi jednou Robert Vaught tónem, který zněl téměř vyčítavě, že předchozí generace Tarského studentů mu nosily aktovku.) Oslovovali jsme ho vždy „pane profesore“ a to, abychom mu říkali „Alfréde“, nám většinou nabídl až po dokončení doktorandského studia.

Anglicky mluvil dobře, ale měl zřetelný polský přízvuk, který se dal jen těžko napodobit. Často jsme se o to snažili, když jsme si mezi sebou vyprávěli Tarského historky. Mezi jeho studenty existoval, a ještě stále existuje, určitý pocit sounáležitosti.

Nedokáží si ho ani představit bez viržinka, protože v jednom kuse kouřil. Pozorovali jsme ho vždy během přednášky, jak vyndával další viržinko značky Robert Burns, zapálil sirku a pokračoval v přednášce. Vteřiny běžely a Tarski přednášel, v jedné ruce hořící zápalku, ve druhé střídavě nezapálené viržinko nebo křídu. Přestávali jsme dávat pozor na to, co říká. Spálí si prst? Zapálí si už konečně viržinko nebo zapálí křídu?

Přednášet uměl Tarski výborně. Jeho ruce dokázaly jemně odstranit neprodyšný hrubý háv, do kterého bývají matematické objekty oděny, a obnažit pružné a živoucí tělo pod ním. Matematika pro něj byla uměním i vědou zároveň a její estetická stránka byla pro Tarského mimořádně důležitá. Důkazy, které na přednáškách uváděl, byly modelovými ukázkami průzračnosti, jak vybroušené drahokamy, tak krásné a elegantní, s výraznými a průhlednými hlavními myšlenkami. Na konci každé přednášky, tak jako při sledování zajímavých seriálů, byl už každý celý nedočkavý, až začne další pokračování.

Většina lidí, kteří na univerzitách matematiku vyučují, se v kursech pro graduované studenty snaží co nejrychleji dostat přes základní látku. Snaží se, aby své studenty co nejrychleji dostali k hranici, u které začíná výzkum, tj. obtížná, hluboká a zajímavá teorie. Tarski považoval takový přístup za chybný. Domníval se, že je důležité, aby studenti zevrubně pochopili základní pojmy a věty a získali tak solidní základy, na kterých by bylo možné budovat náročnější, ale specializovanější teorii. Takovým přístupem ve svých studentech postupně budoval důvěru v jejich vlastní matematické schopnosti a v pochopení teorie. Tato sebedůvěra jim později usnadnila cestu k jejich vlastní výzkumné činnosti. Starší studenti bývali ovšem někdy netrpěliví, když i v pokročilých kursech přednášel zcela základní věci, ale i pak byla radost sledovat ho, s jakou krásou a elegancí dokáže matematiku postupně budovat.

Učebnice Tarski nikdy nepoužíval, dokonce ani jako doplněk ke svým přednáškám. Podle evropské tradice bylo věcí profesora, aby látku vyložil sám. Večer před přednáš-

kou odložil Tarski výzkum stranou a připravoval se. Vzal list papíru a přeložil ho na polovinu. Na pravou polovinu pak pečlivě sepsal všechny definice a věty, které chtěl na přednášce uvést. Levá polovina zůstala prázdná pro případné pozdější změny. Důkazy, které chtěl na přednášce provést, si většinou nezapisoval. A když přednášel, téměř nikdy své poznámky nepoužíval.

Tři věci považoval Tarski za obzvlášť důležité: správnost, přesnost a stručnost. Mlhavé formulace svědčily podle něho o nedokonalém pochopení a nepřesném myšlení. Měl rád krátká, úsečná tvrzení, kterými by čtenáře překvapil. Těšilo ho, když pomocí systému značení, který sám vytvořil, vyjádřil i komplikovanou větu stručně.

Během svého života vytvořil Tarski něco, co bylo téměř teorií značení, slovník symbolů s různými druhy abecedy, značek a typů písmen velkých i malých, jejichž používání se řídilo přesnými pravidly. Například pro označení algebraických struktur používal vždy velká písmena švabachu, pro třídy struktur velká ozdobná písmena latinky, výrazy formálního jazyka označoval vždy malými řeckými písmeny z prostředku abecedy a množiny výrazů velkými řeckými písmeny. K označení pevně zvolené množiny nebo třídy objektů nebo pevně zvolené operace „na“ nebo „do“ takové množiny používal většinou dvě tučná písmena, z nichž první bylo velké a druhé malé. Například třída všech modelů nějakého jazyka mohla být označena třeba symbolem „ $M\alpha$ “, podstruktura modelu generovaná množinou X symbolem „ σX “, množina všech výrazů nějakého jazyka symbolem „ $T\mu$ “, teorie generovaná množinou vět Γ symbolem „ $\Sigma\Gamma$ “ atd.

Tarski důkladně zvažoval, jakou symboliku a terminologii používat. Když se rozhodl, používal ji pak systematicky a vedl k jejímu používání také svoje studenty. Měl za to, že je velmi důležité, aby lidé, pracující v určitém oboru důsledně používali stejný (a dobrý) způsob značení, protože se tím usnadní pochopení článků a přednášek a sníží riziko, že dojde k nedorozumění. Špatně rozmyšlená symbolika může být na druhé straně matoucí a může znesnadnit i správné pochopení matematické podstaty. Tarski chtěl proto vytvořit jednotný a obsáhlý systém značení, který by postupně převzali všichni lidé, pracující v základním výzkumu. Pouhý pohled na tento systém, uveřejněný v [10], poskytne čtenáři představu o tom, jak vážně se touto myšlenkou zabýval a jak daleko se v tomto směru dostal. Zájem o symboliku a důležitost, kterou jí připisoval, si Tarski pravděpodobně odnesl ze své spolupráce se Stanisławem Leśniewským, pod jehož vedením napsal Tarski svou disertační práci.

Během svých přednášek kladl Tarski často otázky, které předjímalý to, o čem chtěl právě hovořit. Zeptal se a pak trpělivě čekal, až někdo odpoví. Byl to mimořádně stimulující způsob kontaktu se studenty. Nejenom, že jsme začali přemýšlet o matematice, ale navíc jsme dostali pocit, že přednášku vlastně předbíháme. Tarski dával pozor, aby studenti jeho přednáškám rozuměli. Míval ve zvyku dívat se jim do očí, aby zjistil, jestli ho ještě sledují. Snaha o to, aby dobře učil, měla své kořeny v době, kdy působil ve Varšavě jako středoškolský učitel. Před válkou bylo ve Varšavě pro profesory matematiky a logiky míst jen málo. Vzhledem k tomu a možná také vzhledem k antisemitskému ovzduší, které tam tehdy panovalo, se Tarskému nepodařilo získat stálé místo na univerzitě. Pracoval sice jako asistent Jana Łukasiewicze, ale placen byl za to špatně, a proto si musel najít místo jinde. Nejprve přednášel na učitelském

ústavu, později přijal místo středoškolského učitele. Své učitelování bral velmi vážně a v pozdějších letech rád s pýchou vzpomínal, co dokázali někteří jeho žáci v matematice. Schovával si několik domácích úkolů z té doby. Obsahovaly naprosto korektní matematické důkazy, ve kterých byl použit i Dedekindův axióm spojitosti.

Výuka a kontakt se studenty, třebaže jen středoškolskými, Tarského po matematické stránce stimulovaly. Doklady o tom lze nalézt například ve článcích [37] a [39], které navazují na jeho slavnou práci s Banachem o ekvivalenci geometrických obrazců pomocí konečných rozkladů ([34] a [1]). Málokdo také ví, že v období, kdy mimořádně intenzívně pracoval, se také jako spoluautor podílel na středoškolské učebnici geometrie [4]. Zájem o úplnost a definovatelnost pojmů elementární algebry a geometrie a axiomatické základy geometrie u něj asi částečně pramenil ze zkušeností, které získal na střední škole.

V době, kdy jsem Tarského znal já, měl už v každém semestru jen jednu přednášku nebo seminář pro studenty z vyšších ročníků. Konala se vždy v úterý a ve čtvrtek odpoledne, protože Tarski měl ve zvyku pracovat dlouho do noci a ráno pozdě vstával. To, jak se na jeho přednášky dívali studenti, snad nejlépe přiblíží následující dvě příhody.

Univerzitu v Berkeley zachvátila ve školním roce 1969–70 vlna protestních studentských bouří, které byly namířeny hlavně proti válce ve Vietnamu. Protesty byly tak silné, že musela zasáhnout národní garda, která zjednala pořádek pomocí slzného plynu. Tarski měl v té době seminář o relačních algebrách. (Bylo to téma, které měl rád a které díky jeho vlastnímu výzkumu opět ožilo.) V době, kdy měla být na celé univerzitě zrušena výuka, požadovali všichni Tarského studenti, přestože zastávali nejrůznější politické názory, aby se seminář konal. Seminář tedy pokračoval, třebaže mimo univerzitní půdu.

V následujícím roce přednášel Tarski teorii obecných algeber. Z jara, kdy už bylo jasné, že nestačí přednést všechno, co si naplánoval, přišli za ním studenti a prosili ho, aby každou přednášku o hodinu prodloužil. Měl tedy přednášet vždy dvě a půl hodiny. Tarského zájem studentů tak dojal, že požadavku vyhověl, i když to pro něj znamenalo práci navíc. V pozdějších letech si na tuto příhodu několikrát vzpomněl a přiznal se, jak hluboce na něj zájem studentů zapůsobil. Pokud jde o mě, musím říct, že Tarski patřil k těm několika málo lidem, které jsem dokázal poslouchat déle než dvě hodiny a přitom jsem se nenudil, nebyl duchem nepřítomen ani jsem nepřestal chápat, o čem je řeč.

Tarski byl hrdý na to, že po něm jeho studenti „dědili“ schopnost dobře přednášet. Jednou někdo složil Tarskému poklonu, když řekl: „Je-li pozvaný řečník studentem Tarského, čekám vždycky, že uslyším dobrou přednášku.“ Tuto poklonu však bylo možné vztáhnout i na písemný projev jeho studentů. Schopnost dobře přednášet a dobře psát však jeho studenti nezískávali bezbolestně. Studenta, který se ve své seminární přednášce vyjadřoval neurčitě nebo který udělal chybu, dokázal Tarski nemilosrdně zkritizovat. Jindy, zjistil-li, že student udělal chybu, tiše vyčkával. Potom zaútočil jako lovec, který pronásleduje kořist. Začal klást řadu nevinně znějících otázek, dokud si ubohý student s hrůzou neuvědomil, že udělal chybu a že se nechal vlákat do pastí.

Tarski od svých studentů vyžadoval, aby mu své seminární přednášky předkládali také písemně. Tyto zprávy, které si schovával, jsou nyní uloženy v Tarského archívu Bancroftovy knihovny Kalifornské univerzity v Berkeley. V požadavcích, které na zpracování takové zprávy kladl, byl přísný a stávalo se také, že student musel zprávu přepracovat. To však nebylo nic ve srovnání s požadavky, které kladl na sepsání doktorské disertační práce. Věnoval pozornost především těm částem práce, které neobsahovaly důkazy a které pro něj byly svým způsobem důležitější než podrobnosti v důkazech. Problém, kterým se práce zabývala, musel student objasnit ze všech stran, musel uvést jeho historii, vymezit přesně zásluhy těch, kteří se už dříve danou problematikou zabývali, vysvětlit, proč je problém zajímavý, a obecnou myšlenku, která stojí v pozadí řešení. Definice musely být formulovány zcela přesně a zaváděné pojmy musely mít jasný intuitivní význam. Tarski netoleroval v tomto směru žádnou nedbalost. Stalo se jednou, že jednomu ze svých pozdějších studentů odmítl podepsat práci s velmi pěknými výsledky mimo jiné také proto, že způsob výkladu nesplňoval jeho požadavky. (Tuto práci pak jiný profesor v Berkeley přijal.) Několik z jeho bývalých studentů mi vyprávělo, jak napsali svůj první článek: Tarski je pozval k sobě domů, důkladně s nimi prodiskutoval výsledky a pak jim v podstatě nadiktoval vhodný text.

Tarski, jak už jsem naznačil, měl mimořádně vysoké nároky na matematickou úroveň. Byl pověstný svou věčnou nespokojeností a tím, jak pro dokončení práce požadoval stále další a další výsledky. Jeho touha dostat ze studentů, co se dá, byla příčinou trpkosti, frustrace i hněvu. I někteří nadaní studenti to vzdali. Jiní sice nakonec práci dokončili, ale odcházeli od Tarského zatrpklí. A o těch, kteří se jednoduše rozhodli napsat práci u někoho jiného, se nikdo nikdy nedoví. Na tomto místě je však třeba také uvést, že všechny práce, které vznikly pod jeho vedením, obsahují velmi dobré výsledky, které se — minimálně mezi odborníky — staly dobře známé. Mnohé z těchto výsledků jsou dnes už klasické. Uvedme například důkaz rozhodnutelnosti teorie abelovských grup, který je obsažen v práci Wandy Szmielewové [31], věty o rozkladech algebraických struktur na direktní součiny, jejichž autory jsou Bjarni Jónsson a Tarski v [15], důkaz nerozhodnutelnosti teorie těles, který pochází od Julie Robinsonové ([28]), výsledky Solomona Fefermana a Roberta Vaughta o výrocích, které se zachovávají při různých typech direktních součinů struktur, uveřejněné v [7], nebo Tarského-Vaughtovy věty o elementárních rozšířeních relačních struktur publikované v [64]. Patří sem také důkaz podstatně nekonečné axiomatizovatelnosti obecné teorie množin a důkaz toho, že schéma axiomů nahrazení není konečně axiomatizovatelné z ostatních axiomů Zermelovy-Fraenkelovy teorie množin, jejichž autorem je Richard Montague ([21], [22]), a algebraická charakterizace (za předpokladu zobecněné hypotézy kontinua) elementární ekvivalence pomocí izomorfních ultraproduktů, která pochází od Jeroma Keislera ([18]). Také pohled do seznamu Tarského aspirantů svědčí o tom, že nezvykle vysoké procento studentů, kterým se podařilo disertační práci dokončit, bylo později úspěšných a proniklo v příslušných oborech mezi přední odborníky.

Je pravda, že Tarski byl ke svým studentům mimořádně náročný, že z nich pořád doslova ždímal další a další výsledky, že je kritizoval, když měl pocit, že dost nepracují, že byl velmi přísný až puntičkářský, pokud šlo o způsob zpracování disertační práce, a že slova uznání slyšali jeho studenti jen zřídka. Na druhé straně byl však také

dobrým učitelem i přítelem. Neslyšel jsem, že by někdy odmítl studenta, který ho požádal o vedení disertační práce. I když byl na svůj čas opatrný, byl kdykoli ochoten studenty vyslechnout a poradit jim s jejich prací. Radil jim, které články by si měli přečíst (v tomto směru měl většinu života výjimečně dobrý přehled), pomáhal jim i nápady, jak by bylo možné daný problém řešit. V jeho pomoci však nebylo ani stopy po něčem takovém, jako „nějak to s tou vaší prací uděláme“, a tak byli studenti, kteří prostě dřeli a dřeli, a jiní, kteří odpadli.

Smysl pro přátelství a odpovědnost ke studentům u něj nekončil vedením jejich disertačních prací. Snažil se jim pomáhat i v těžkých chvílích jejich soukromého života. Dával však přitom pozor, aby se do těchto záležitostí příliš nepletl. Dokázal také soukromě poradit, i když o to nebyl požádán.

Na rozdíl od pedagogických asistentů mají na většině amerických univerzit asistenti pro výzkum jen velmi málo úředně stanovených povinností. Tarski měl však o práci svých vlastních asistentů zcela odlišnou představu, která vycházela spíše z evropské tradice. Měl za to, že mu asistenti mají pomáhat s jeho vlastní prací, a tak je také důkladně využíval. Většinou mu pomáhali při psaní článků nebo dopisů, upravovali rukopisy nebo dělali korektury, prohlíželi literaturu, kontrolovali důkazy, četli články nebo třídili separáty v jeho soukromé sbírce nebo v knihovně logiky a metodologie vědy. Povinnosti asistentů však mohly být i podstatně větší. Jeho asistent Don Pigozzi mu několik let pomáhal při psaní různých verzí prvního dílu *Cylindrických algeber*, při opravách strojopisu a při korekturách. Bez Pigozziho a práce, kterou udělal, by byl Tarského podíl na vlastní přípravě této knihy nesrovnatelně menší. Roky práce věnoval Tarskému také Tom Frayne, který mu pomáhal překládat do angličtiny jeho předválečné matematické články. Tyto články měly být zahrnuty do sbírky jeho raných, spíše filozofických prací, která měla vyjít pod názvem *Logika, sémantika a metamatematika*. Sbíрка však, bohužel, nikdy nevyšla.

Myslím, že je spravedlivé, abych řekl, že Tarski často zatěžoval svoje asistenty povinnostmi natolik, že jim tím vážně komplikoval jejich vlastní výzkum. Tarski však nedokázal vidět situaci jejich očima. Myslel vždy na důležitost své vlastní práce a na to, že nutně potřebuje, aby mu s ní někdo pomohl. Měl v jistém smyslu pocit, že má na takovou pomoc „právo“. Svým asistentům nedokázal dát dost dobře najevo ani svůj vděk za to, že mu pomáhají, i když ho určitě cítil. Bylo to částečně také jeho pocitem, že i on oplátkou hodně dává. A jisté je, že spolupráce s ním každého obohatila. To, co získal, mohl pak použít ve vlastním výzkumu. Dokladem toho je i první díl *Cylindrických algeber*.

Tarski byl noční ptáček a ostatní se prostě museli přizpůsobit jeho dennímu režimu. Typická pracovní schůzka s ním vypadala tak, že asistent byl pozván na večeři. Před večeří se podával předkrm a ovocná vodka nebo zubrovka. Při večeři se podávalo víno. (Jednou z podmínek získání doktorátu u Tarského bylo naučit se pít.) Kolem osmé odešel Tarski se svým, teď už trochu alkoholem poznamenaným asistentem dolů do pracovny. Pracovna byla umístěna stranou v přízemí domu a byl z ní krásný pohled na velikou zahradu a San Franciský záliv. Tarski si zapálil viržinko a pustil se spolu s asistentem do práce.

Během večera se Tarski někdy cítil unavený. Brával si v tom případě prášek na povzbuzení. V době, kdy jsem ho znával já, to býval *Kola Astier*. Ale o půlnoci, ať s práškem nebo bez prášku, už pracoval na plné obrátky. V té době tonula už zšeřelá pracovna v oblacích kouře. Unavený asistent si lámal hlavu, jestli si už Tarski konečně odklepne viržinko, aby mu popel nespadol do klína, a sám se sebou bojoval tuhý boj, aby dokázal mít obě oči otevřené. Kdyby se tak mohl nadechnout čerstvého vzduchu. . .

Kolem druhé nebo třetí hodiny ráno si už konečně i Tarski všiml, že jeho asistent je na pokraji zhroucení. Zamumlal si pro sebe, že ti mladí dneska nic nevydrží, a uznal nakonec, že už je noc. Někdy však jenom navrhl, aby se šlo nahoru do kuchyně na kávu a něco k snědku, že by se pak dalo ještě chvíli pracovat. (Jeho asistent Don Pigozzi se vracíval domů až za úsvitu a přečetl si ještě ranní noviny, než konečně „uznal, že už je den“.)

Tyto noční schůzky byly typickým příkladem Tarského pracovních návyků a jeho neuvěřitelného pracovního nasazení i sebeovládání. Ve své pracovně na univerzitě, která měla také krásný výhled na záliv, nedokázal Tarski vědecky pracovat. Trávil proto většinu času ve své domácí pracovně, kterou naplnil knihami, časopisy a často používanými separáty. Z časopisů tu měl především úplné ročníky *Journal of Symbolic Logic* a *Fundamenta Mathematicae*. Práce, a především jeho vlastní práce měla přednost před vším ostatním. Byl v tomto ohledu dost sobecký a náročný. Nic, ani jeho vlastní rodina, ho nesmělo rušit. Železná kázeň, která mu pomohla, aby se stal slavným logikem, však musela být pro jeho ženu a děti utrpením.

Ráno vstával Tarski hodně pozdě. Vzhledem k tomu, že pracoval v noci, to bylo přirozené. Celá rodina dávala vždy pozor, aby ho svým ranním shonem nevybudila. Když se probudil a vstal, lehce posnídal a během snídani si přečetl noviny. Pokud neměl ten den přednášku, sešel po snídani dolů do své pracovny. Nejprve vyřizoval korespondenci a administrativní záležitosti, pak se pustil do vlastní práce. Večere bývala mezi půl sedmou a sedmou hodinou večer. Jeho žena Marie ho obvykle musela několikrát zavolat, než k večeři přišel. Kolem osmé se vracel do své pracovny a celý zbytek večera pracoval. Pokud měl mít následující den přednášku, věnoval několik hodin její přípravě.

Některé dny v týdnu představovaly v tomto pravidelném denním režimu výjimku. V pondělí odpoledne pracoval vždycky na zahradě a na tu dobu si zásadně nedomlouval žádné schůzky ani jiné povinnosti. V neděli chodíval někdy s rodinou a s některými kolegy nebo studenty na výlet.

Tarski se velmi cílevědomě snažil vybudovat v Berkeley logickou školu. Na katedře, v univerzitním aparátu i v širší společnosti matematiků a logiků bojoval vždy vytrvale za to, aby se do Berkeley dostali talentovaní studenti i učitelé, aby katedra rozšiřovala nabídku přednášek z logiky a základů matematiky. Zasazoval se o vznik skupiny logiky a metodologie vědy a zavedení speciálního postgraduálního studia, snažil se získat peníze na hosty a na tři mimořádně úspěšné mezinárodní konference. Používal k tomu vždy svoji schopnost přesvědčit ostatní, aby mu v jeho záměrech pomáhali. Tarskému se jeho vytrvalost vyplatila. Podařilo se mu skutečně vybudovat v Berkeley jedno z nejlepších světových center logiky. Jeho spolupracovníci to s ním však neměli jednoduché a často jim připadalo skoro nemožné s ním vycházet.

Ve vztahu ke společenství logiků byl Tarski kosmopolita. Povzbuzoval vždy zahraniční kolegy a studenty, aby přijeli do Berkeley. Někdy trvaly takové návštěvy několik týdnů, jindy i několik let. Přijížděli lidé z celého světa: Roland Fraissé a Anne Preller z Francie, Karl-Heinz Diener, Walter Felscher, Gebhard Fuhrken, Wolfgang Rautenberg a Wolfram Schwabhäuser z Německa, John Shepherdson z Velké Británie, Evert Beth z Holandska, Giovanni Sambin a Aldo Ursini z Itálie, Lars Svenonius ze Švédska, Richard Büchi, Erwin Engler, Hans Läuchli a Ernst Specker ze Švýcarska, Karel Příkrý, Miroslav Benda a Tomáš Jech z Československa, Paul Erdős, András Hajnal a Mihaly Makki z Maďarska, Andrzej Ehrenfeucht, Jan Kalicki, Jerzy Łoś, Andrzej Mostowski, Jan Mycielski, Leszek Pacholski, Czesław Ryll-Nardzewski, Lesław Szczerba a Wanda Szmielewa z Polska, Mohamed Amer z Egypta, Haim Gaifman, Azriel Lévy, Menachem Magidor, Michael Rabin a Abraham Robinson z Izraele, Haragauri Gupta z Indie, Max Dickmann z Argentiny, Oswaldo Chateaubriand a Newton da Costa z Brazílie, Rolando Chuaqui a Gonzalo Reyes z Chile.

Matematik

Jako logik měl Tarski mimořádně široké spektrum matematických zájmů. V různých obdobích svého života se intenzivně zabýval teorií množin, především teorií kardinálních čísel (v mládí věnoval hodně času hypotéze kontinua), teorií formálních systémů, výrokovou logikou, logikou prvního řádu a nekonečnou logikou, rozhodovacími problémy, sémantikou, teorií modelů, univerzální algebrou, booleovskou algebrou a teorií svazů, algebraickou logikou, teorií míry, geometrií (především základy a metamatematikou geometrie). Hned od začátku jeho vědecké dráhy byl u něj patrný sklon k používání algebraických metod, který ovlivnil většinu jeho práce po roce 1930. Není proto divu, že je považován za jednoho ze zakladatelů několika oborů, které leží na pomezí mezi logikou a matematikou, totiž teorie modelů, univerzální algebry a algebraické logiky.

Tarski byl mimořádně citlivý na zájem (nebo nezájem) matematiků a zabýval se proto problémy, o kterých si myslel, že je budou zajímat. Důvodem pro to mohl být nepřátelský postoj matematiků vůči logice, anebo skutečnost, že Tarski sám byl lidmi jako Waclaw Sierpiński nebo Stefan Mazurkiewicz vychován v podstatě jako matematik. Tarski víc než kdokoli jiný ovlivnil práci na rozhodovacích problémech teorií studovaných v matematice (viz [38], [47], [48], [49], [50], [56], [57], [58], [59], [60], [63], [5], [30], [32] a [62]). Spolu s Jónssonem, C. C. Changem a Michaellem Fellem publikoval sérii článků o rozkladech obecných algebraických struktur na direktní součiny ([15], [8], [55] a [2]). Dal také popud ke studiu několika algebraických forem predikátové logiky a ukázal, jak je možné formalizovat klasickou matematiku pomocí jednoduchých a přirozených algebraických jazyků (viz [46], [3], [16], [17], [13], [10], [11], [12] a [62]).

Tarski, kromě toho, že orientoval svůj výzkum takovým směrem, aby byl pro matematiky potenciálně zajímavý, uváděl také ve svých článcích mnohé pojmy a výsledky v matematické i v metamatematické formulaci tak, aby byly pro matematiky přístup-

nější. V článku [38] například pomocí matematické terminologie obsírněji vysvětluje pojem definovatelné množiny. V úvodu tohoto článku napsal:

Většina matematiků nemá pojem definovatelnosti v oblibě. Jejich postoj k němu je rezervovaný a nedůvěřivý. Důvody této averze jsou jasné a pochopitelné... Jejich nedůvěra pramení ze všeobecně rozšířeného názoru, že tento pojem leží za hranicemi vlastní matematiky. Je úkolem jiného vědního oboru, metamatematiky, aby upřesnila význam tohoto pojmu, odstranila zmatky a nedorozumění, které okolo něj panují a ozřejmila jeho základní vlastnosti... Myslím, že jsem našel obecnou metodu, která umožňuje přesnou metamatematickou definici tohoto pojmu. Z analýzy této definice je navíc zřejmé, že je možné... nahradit ji definicí výhradně matematickou. Pojem definovatelnosti, zavedený touto novou definicí, se neliší od jiných matematických pojmů a jeho vlastnosti lze proto charakterizovat v rámci normální matematiky. Ke strachu nebo pochybnostem není tedy důvod.

Článek [51] obsahuje teorii aritmetických tříd, která je také prezentována takovým způsobem, aby matematiky přitahoval. Obsáhlejší rukopis, který tuto teorii rozvíjí, nebyl nikdy publikován.

Tarski neměl rád příliš speciální výsledky. Myslel si například, že použitelnost výsledků, týkajících se teorií prvního řádu kategorických v (nějaké) mohutnosti, je příliš omezená. Nikdy si proto necenil výsledků, které získali Michael Morley a Sharon Shelah, přestože obdivoval jejich profesionální virtuozitu. Tarského přitahovaly problémy, které se daly jednoduše formulovat a které bylo přitom možné široce aplikovat.

Sám ve své práci prokázal mimořádný talent pro to, jak zasadit výsledky do velmi obecného kontextu. Svědčí o tom například práce o metodologii deduktivních věd [35], [36], [40], [41], [42], [43], [44], [45] a [19] a také věty o univerzálních třídách [52], [53] a [54], které možná navazují na jeho snahu dokázat, že třída reprezentovatelných relačních algeber je axiomatizovatelná a má rovnicovou bázi. Dále lze uvést výsledky, týkající se booleovských algeber s operátory [16] a [17], které byly, podle mého názoru, důsledkem Tarského pokusů o reprezentaci relačních algeber jejich vnořením do úplných atomárních relačních algeber, jakož i Jónssonovy-Tarského věty o direktním rozkladu, o kterých byla zmínka už dříve. I věty, které obsahovaly speciální výsledky, se Tarski snažil uvádět v nejobecnější možné formě. Například jeho věta, která tvrdí, že množina mohutností různých možných nezávislých axiomatizací konečně axiomatizovatelné teorie musí tvořit interval přirozených čísel, byla formulována pomocí mohutností iredundantních bází (tj. nezávislých množin generátorů) s abstraktní uzávěrovou strukturou (viz [61]). V této formě lze větu použít pro libovolnou konečně generovanou algebru.

Někdy se zdálo, že obecnost, s níž Tarski svoje výsledky formuloval, spíše překážela tomu, aby si ostatní uvědomili jejich eleganci a sílu. V padesátých a šedesátých letech se několikrát stalo, že na konferenci, které se Tarski zúčastnil, oznámil někdo nový výsledek, který byl bezprostředním důsledkem jedné z hlavních vět z práce [15]. Jako příklad lze uvést jednoznačnost direktního rozkladu konečné matice s nulovým nebo konečným okruhem. Nebo jiný příklad: použití relačních struktur jako modelů pro modální a jiné intenzionální jazyky (známé jako „Kripkeho sémantika“) bylo

už anticipováno v článku [16]. Abych byl přesnější, úplnost Kripkeho modelů mnoha známých modálních systémů je důsledkem vět o reprezentacích, které článek [16] obsahuje. Mnoha lidem, kteří se intenzivně zabývali logikou, však tato souvislost dlouho unikala.

Tarski nerad pracoval na problémech, které představovaly v logice „hlavní proud“. Dráždilo ho také, když někdo považoval za zajímavé pouze ty problémy, které se těšily momentálnímu zájmu. Bylo to, myslím, také tím, že nerad soutěžil s ostatními. Dával přednost tomu, že si našel vlastní okruh zájmů. V jeho rámci formuloval své vlastní problémy a vytvořil teorie, které se díky dosaženým výsledkům a díky pozornosti, které se těšily, staly středem zájmu ostatních. To byl případ teorie modelů, matematických rozhodovacích problémů i univerzální algebry.

Stinnou stránkou Tarského přístupu bylo však to, že některé části jeho práce, které měl osobně rád, nedošly takového uznání, jaké si představoval. To byl třeba případ algebraické logiky. Téměř úplně sám vybuďoval moderní teorii algebry binárních relací a ukázal, že s její pomocí lze vhodně formalizovat celou matematiku. Několik jeho studentů i dalších logiků se sice algebraickou logikou dále zabývalo a významně k ní přispělo, přesto však relační algebry velký zájem nezbudily. K těm, kteří svými výsledky do této oblasti přispěli, patří Louise Chin, Bjarni Jónsson, Roger Lyndon, Roger Maddux, Ralph McKenzie, Donald Monk a v poslední době také András Hajnal a István Németi.

Se svými studenty Louisou Chin a Frederikem Thompsonem vytvořil Tarski teorii cylindrických algeber, algebraický analogón prvního řádu, který on sám, Henkin, Monk a jejich studenti dále systematicky rozvíjeli. Kromě úzkého okruhu logiků a informatiků, kteří v této oblasti dále pracují, však ani cylindrické algebry mnoho pozornosti nezbudily.

Při představě slavného matematika si mnoho lidí představí člověka, který vytvořil úžasnou teorii a dokázal mnoho hlubokých a krásných vět. Skutečný život však matematice vdechuje schopnost klást zajímavé problémy a v tomto směru byl Tarski jedinečný. Vypadalo to, jako by ho problémy napadaly téměř samy od sebe. Překvapivou a zdánlivě jednoduchou formulací budily jeho problémy dojem, že jsou nejenom přirozené, ale dokonce „základní“. Bylo by nesmírně zajímavé mít k dispozici seznam všech problémů, které kdy Tarski svým studentům a kolegům položil. Myslím, že by z něj bylo jasně vidět, jak významně se tyto problémy podílely na prudkém vývoji, který logika během jeho života prodělala.

Když zadal Tarski studentovi nějaký problém, neprozradil mu pokaždé hned na začátku všechny jeho důsledky. Když například Julia Robinsonová poprvé slyšela o problému definování množiny celých čísel v tělese racionálních čísel, o souvislostech tohoto problému se jí Tarski ani slovem nezmínil. O jeho důsledcích pro rozhodovací problémy pro tělesa se dozvěděla, teprve když se jí podařilo problém pozitivně vyřešit. Tarski vám někdy ani celý problém neprozradil, uvedl jen speciální případ. Když jste mu potom přinesli řešení (a doufali, že tohle bude vaše disertace), zeptal se vás, zda dokážete výsledek zobecnit na takový a takový případ. Přinesli jste mu zobecnění (a mysleli jste si, že teď už máte práci určitě hotovou), ale Tarski chtěl další zobecnění. A tak to šlo dál, dokud se vám nepodařilo dokázat opravdu pěknou, silnou větu anebo jste to

všechno vzdali. Právě takhle se John Doner dopracoval ke svým výsledkům [6], které se týkají rozšíření aritmetiky ordinálních čísel.

Nedá se říct, že všechny Tarského problémy byly těžké. V roce 1970 na přednášce z univerzální algebry uvedl jednou důkaz své věty o kardinálních číslech iredundantních bází algeber a požádal pak posluchače, aby si za domácí úkol zkusili rozmyslet, jaká další omezení může klást na tato kardinální čísla velikost konečných algeber. Otázka to byla zajímavá a ukázalo se, že nebylo ani příliš obtížné ji vyřešit (viz [9]). Tarski, jak ukazuje uvedený příklad, dával někdy studentům za úkol zajímavé nevyřešené problémy nebo otázky, které ho napadly, když si připravoval přednášku. Pocit, že byste svůj domácí úkol mohli případně publikovat, byl jistě pro každého dobrou motivací.

Existují však i příklady z druhého konce stupnice obtížnosti. Robert Vaught byl například během práce na své disertaci celý zoufalý. Jakmile Tarskému přinesl řešení jednoho problému, okamžitě dostal další. Nakonec už to nevydržel a požádal Tarského, aby mu dal takový problém, který by na disertační práci stačil. Tarski si nechal čas na rozmyšlenou. Když se s Vaughtem přistě setkal, měl pro něj tento návrh: Jsou dvě volné grupy generované dvěma nebo více prvky elementárně ekvivalentní a je teorie těchto grup rozhodnutelná? Tento problém je (pro konečný počet prvků báze) i po pětatřiceti letech ještě stále otevřený, přestože se o jeho vyřešení pokoušela řada světových logiků. A to byl podle Tarského problém na disertační práci!

Tři další slavné Tarského problémy, které ještě stále čekají na vyřešení, se týkají rozhodnutelnosti: Je elementární teorie tělesa reálných čísel, která „se dají zkonstruovat pomocí pravítka a kružítka“, rozhodnutelná? Je teorie reálných čísel s operacemi sčítání, násobení a umocňování rozhodnutelná? Existuje algoritmus, který dokáže pro danou konečnou algebru rozhodnout, zda množina všech identit, které jsou v ní pravdivé, je konečně axiomatizovatelná? Dva další z jeho slavných problémů byly vyřešeny nedávno, „středoškolský“ problém a problém „kvadratury kruhu“. První se týká identit zahrnujících operace sčítání, násobení, umocňování a konstantu 1. Je pravda, ptal se Tarski, že každá taková identita pro přirozená čísla se dá odvodit z množiny jedenácti známých identit, které vyjadřují základní pravidla středoškolské aritmetiky? Alex Wilkie ukázal, že odpověď na tuto otázku je záporná (viz [14]). Druhý problém, který je moderní verzí známého problému starých Řeků, se ptá, je-li možné rozložit kruh na konečný počet disjunktních částí, které mohou být přeskupeny tak, aby tvořily čtverec. Miklós Laczkovich nedávno zjistil, že to možné je (viz [65]).

Kromě talentu pro formulaci zajímavých problémů měl Tarski také talent pro zavádění dobrých pojmů. Pojmy, které zavedl, byly vždy zajímavé, obecné, užitečné a přesně formulované. Některé z nich byly jeho původní, některé se sice už objevily dříve, ale pouze neformálně a ve speciální situaci. Jako příklad lze uvést pojem logického (nebo invariantního) pojmu; splňování, pravdivosti a logického důsledku; syntaktické a sémantické definovatelnosti (v teorii nebo modelu) a syntaktické nebo sémantické definiční ekvivalence (dvou teorií nebo modelů); elementární ekvivalence a elementárního rozšíření modelu; interpretovatelnosti a relativní interpretovatelnosti v modelu nebo v teorii; dědičné a podstatné nerozhodnutelnosti teorie; booleovské algebry s operátory; uzávěrové struktury nebo algebry odvozené z formálního jazyka. Pogorzelski a Surma v recenzi na *Logiku, sémantiku a metamatematiku* [24] napsali:

Většina Tarského článků, které jsou v recenzovaném sborníku zahrnuty, má z hlediska metalogiky a metamatematiky klasický charakter. Mnoho pojmů a vět, které jsou tu uvedeny, se už stalo součástí standardního aparátu těchto disciplín a tvoří základ výuky logiky na všech úrovních, tou nejelementárnější počínaje. Hodnotíme-li však knihu jako celek, udivuje nás osobně nejvíce to, jak obrovský byl Tarského podíl na tvorbě pojmového aparátu logiky, metalogiky a dokonce i metamatematiky. Lze bez nadsázky říci, že tyto disciplíny vděčí za svou pojmovou strukturu Tarskému. Jen stěží by se v dějinách našel vědec, který by v některé oblasti exaktních věd snesl v tomto směru srovnání s Tarským.

Někteří lidé kritizovali Tarského za to, že dělal, podle jejich mínění, jednoduchou matematiku. K tomu však ve [29] poznamenává Scott: „Jednou z jeho předností je to, že... ozřejmil, jak rozlišovat (jednoduché ale) důležité od triviálního.“

Tarski se také proslavil svým příspěvkem k filozofii; známý je především jeho článek o pojetí pravdivosti ve formálních jazycích. Někoho proto možná překvapí, že filozofické otázky nehrály v jeho práci důležitou roli. Tarski se naopak zdráhal zaujmout konkrétní filozofické stanovisko. Při volbě matematických prostředků se na rozdíl od intuicionistů a finitistů neomezoval a bohatě využíval nefinitních metod. O svém filozofickém názoru v matematice nechtěl ani diskutovat a tvrdil, že jeho práce je v tomto směru nezávislá. Jeho postoj výstižně charakterizuje poznámka, uvedená na konci úvodu ke [36]:

Závěrem je třeba poznamenat, že v této práci se nepředpokládá žádný konkrétní filozofický názor na základy matematiky.

Příležitostně však Tarski dal své sympatie přeci jenom najevo. Mostowski ve [23] uvádí, že Tarski sympatizoval s nominalisty. Tarski mi jednou řekl, že kdyby se musel rozhodnout, který filozofický názor je mu nejbližší, vybral by si asi reismus svého učitele Tadeusze Kotarbińskiego. Ke konci života se také několikrát zmínil o tom, že mu připadá zajímavý ultrafinitismus Aleksandra Jesenina-Volpina.

Tarski byl velmi citlivý na otázku náležitého ocenění práce. Tento jeho pocit mohl pramenit ze dvou příčin. První příčinou bylo asi to, že se mu nikdy nepodařilo získat v Polsku stálé místo na univerzitě; druhou příčinou mohl být negativní postoj mnoha matematiků vůči logice. Tím, že musel učit na střední škole, aby doplnil hubený asistentův plat, se Tarski připravil o spoustu času, který mohl věnovat výzkumu. Chtěl-li například připravit článek, musel předstírat nemoc, aby mohl zůstat doma a psát. Hodně pracoval, a přesto neměl dost času, aby udělal všechno, o co se snažil. Promarněné šance ho musely mrzet a frustrovat.

Zdá se, že kolem roku 1930 měl velmi blízko k tomu, aby se mu podařilo dokázat nedefinovatelnost predikátu pravdivosti. Lze tak usuzovat například z poznámky 88 a historických poznámek na konci [42]. Použije-li se tento výsledek na soubor vět takové teorie jako Peanova aritmetika a spojí-li se s definovatelností důkazových predikátů pro takové axiomatizovatelné teorie, vede přímo k první Gödelově větě o neúplnosti. Tarski sám přede mnou jednou uvažoval o tom, zda by se mohl k této větě dopracovat před Gödelem, kdyby byl měl v letech 1925–1931 jiné zaměstnání, které by mu bývalo dovolilo věnovat matematice více času. Bez ohledu na to měl však osudu za zlé, že v době, kdy byl na vrcholu svých sil, měl na tvůrčí práci jen velmi málo času.

To, že nebyl schopen najít si vhodné místo na univerzitě, ho velice tížilo. Když mu asi v roce 1938 Heinrich Scholz řekl, že matematik, který takové místo po čtyřicítce ještě nemá, má už jen malou naději, vyjádřil tím jen jeho vlastní obavy. To zapůsobil a Tarski se rozhodl zkusit to v cizině. V této chvíli zasáhl osud. V roce 1939, právě v době, kdy Tarski přijel do Ameriky na kongres (Unity of Science Congress na Harvardu), obsadil Hitler Polsko. A tak si Tarski, který se už nemohl vrátit, začal hledat zaměstnání ve Spojených státech.

Exodus evropských vědců do Ameriky ve třicátých letech způsobil, že najít si v USA zaměstnání nebylo pro zahraničního matematika jednoduché. To, že byl Tarski logik, jeho vyhlídky také nezvyšovalo. Pokoušel se najít místo několik let. Až v roce 1942 mu Griffith Evans, vedoucí katedry matematiky na Kalifornské univerzitě, na doporučení filozofa Willarda van Ormana Quina nabídl místo v Berkeley. Trvalo další tři roky, než se stal docentem,* a ještě déle, než se katedra rozhodla zařadit přednášky z logiky do seznamu pravidelných kursů. Přes dvacet let (v Polsku a v Americe) trvalo tedy Tarskému, než získal takové postavení, které si díky svým výsledkům zaslouhoval.

Tarského touha dosáhnout uznání byla snad jen projevem jeho obecnější snahy o spravedlivé přisuzování zásluh. Nesouhlasil s názorem, že důležitá je jenom věda sama o sobě a ne lidé, kteří ji tvoří. Ostře odsuzoval matematiky, kteří byli příliš pohodlní na to, aby si přesně zjistili, komu který výsledek patří. Ve svých publikacích i přednáškách byl sám v tomto směru precizní a historický vývoj každé myšlenky nebo věty uváděl vždy přesně. Velmi ho dráždilo, že ostatní nejsou v tomto ohledu stejně pečliví, a na konferencích si po cizí přednášce často brával slovo a doplňoval ji historickými poznámkami. Tvrdohlavostí, s jakou vyžadoval uvádění přesného autorství, dráždil občas ostatní.

Dobře známý je případ, který se přihodil v souvislosti s pojmem booleovské algebry formulí. Tarski tvrdil, že tuto konstrukci znal už v roce 1930 a že byla v explicitní formě uveřejněna ve [41], kde lze nalézt i odkazy na dřívější práce B. A. Bernsteina a E. V. Huntingtona z let 1931–1934 (tamtéž, str. 510–511). Někdy po válce se v Polsku začalo říkat, že autorem konstrukce je Adolf Lindenbaum, a Rasiowa se Sikorským v [25] označili tyto algebry jako „Lindenbaumovy algebry“. Oprávněnost pojmenování vysvětlili později ([26], str. 143) chybně pochopenou poznámkou, kterou uveřejnil McKinsey ve [20]. (McKinsey uváděl jako zdroj informací Tarského.) Jejich očividná ledabylost vyprovokovala Tarského k tomu, že na chybu upozornil v [13], str. 85, pozn. 4. Zastával obecný názor, že není vhodné pojmenovávat pojmy po lidech. V tomto případě bylo pojmenování ještě nevhodnější, protože Lindenbaum neměl s algebrou formulí nic společného. Tarski hovořil o historii konstrukce s Helenou Rasiowou během její návštěvy v Berkeley a vysvětlil jí pravý smysl McKinseyovy poznámky. Z rozhovoru s ní získal dojem, že uznala svůj dřívější omyl a jeho vysvětlení přijala. V knize [27] už Rasiowa a Sikorski název „Lindenbaumova algebra“ nepoužili. V poznámce na str. 245–246 však vysvětlují, proč se toto pojmenování používá v Polsku, a autorství konstrukce připisují současně Lindenbaumovi i Tarskému. Citují opět McKinseyův článek a dodávají, že je jejich povinností uveřejnit i reakci Tarského (což také učinili). To,

*) Associate professor. Pozn. překl.

že stále trvají na Lindenbaumově podílu, a také nevhodná formulace jejich poznámky, Tarského tak rozčílily, že udělal něco, co pro něj nebylo příliš typické. Uveřejnil k vysvětlení obou autorů sarkastický dodatek (viz [10], str. 169, poznámka pod čarou):

... Chybou informací o vzniku této metody lze nalézt v práci Rasiowa-Sikorski, pozn. str. 245 v [63], srv. s článkem J. C. C. McKinseye, který je citován tamtéž.*

Ve způsobu, jakým Tarski jednal s nakladateli, se projevoval jiný rys jeho nároků na uznání. Nedomníval se, že by matematika nemělo zajímat, kolik mu nakladatel za vědeckou publikaci zaplatí. Dával pozor, aby mu smlouva, kterou podepisoval, zaručovala rozumně vysoký příjem a aby obsahovala jasně formulované podmínky pro autora i nakladatele. Několikrát se stalo, že nakladatel jednání o autorské smlouvě přerušil, protože nesouhlasil s procentem ze zisku, které Tarski považoval za přiměřené.

Tarski sám sobě neochvějně věřil. Věřil směrům, které v logice prosazoval, problémům, na kterých pracoval, významu výsledků, které získal, cílům, za které bojoval v Berkeley i v širší společnosti matematiků a logiků. Věřil svým politickým a společenským názorům a dokonce i svému osobnímu šarmu a jeho vlivu na ostatní. Byla to právě tato víra, která mu dala sílu, aby se za logiku tak neohroženě bil třeba i tváří v tvář nepřátelství a přesile. Někdy však, bohužel, způsobila, že se zdál egocentrický a necitlivý k pocitům nebo názorům jiných.

Člověk

Široká škála matematických zájmů byla u Tarského pouze odrazem široké škály jeho obecnějších intelektuálních zájmů. O logiku se však ze začátku vůbec nezajímal. Na střední škole byl považován za výjimečného studenta, ale právě z logiky jedničku neměl.

Tarski začal studovat na střední škole ještě během ruské okupace Polska. Vyučovacím jazykem na klasickém gymnáziu, kde studoval, byla proto ruština. V jedné době se tehdy učil sedm jazyků současně: ruštinu, němčinu, francouzštinu, řečtinu a latinu ve škole, polštinu ve zvláštních hodinách pro polské studenty a soukromě hebrejštinu. Řečtinu, hebrejštinu a latinu sice v průběhu let zapomněl, celý život však dokázal mluvit i číst německy, francouzsky a rusky. Později k těmto jazykům přibyla ještě angličtina, kterou ovládal velice dobře. (Doma se svou ženou mluvil stále polsky.)

Jazykový talent byl u něho pouze známkou hlubšího zájmu o jazyk a slovo. O některých lidech, jako byl například Henkin, si myslel, že mají pro jazyk mimořádný cit a vyhledával je proto, kdykoli potřeboval nějakou jazykovou radu. Strávil mimořádně mnoho času tím, že uvažoval, jak nejlépe formulovat nějakou větu, hledal nejvhodnější slovo, kterým by vyjádřil nějakou myšlenku nebo pojmenoval nějaký pojem. To byl jeden z důvodů, proč psal tak pomalu, jak často psával. Kritizoval to, co v matematice považoval za ledabylé používání jazyka, například popis pojmů pomocí neutrálních, nic neříkajících výrazů jako „dobrý“, „obvyklý“ nebo „normální“. Při vyjadřování považoval za důležitou nejenom volbu slov a slovních vazeb, ale i jazykovou stylizaci, účelné a neúčelné opakování, sevřenou stavbu věty nebo případnou nadbytečnost. Všech těchto věcí si při psaní všímal.

Citlivost na používání jazyka byla projevem jeho puntíčkářské povahy a intelektuálního významu, který příkládal preciznosti. Kromě toho byla také výrazem jeho estetického citění. Měl velmi rád literaturu, především poezii. Nečetl pouze polské knihy, ale také moderní ruskou literaturu (v originále). Četl známé spisovatele jako byli Aleksandr Solženicyn a Aleksandr Zinovjev, ale také méně známé autory, kteří publikovali v exilovém časopise Kontinent. Tento časopis měl Tarski předplacený. Jedním ze způsobů, jak někomu projevoval svoji náklonnost, bylo to, že mu předčítal verše některého svého oblíbeného básníka, například Heinricha Heina. Dokonce i ve stáří dokázal recitovat básně v polštině, němčině a ruštině. A když přišla jeho poslední hodinka, šeptal si pro sebe úryvky těchto básní.

Jeho přáteli byli Leszek Kołakowski, polský filozof a spisovatel, a Czesław Miłosz, polský básník a nositel Nobelovy ceny. Když se Miłosz jednou rozhodl přeložit do polštiny Žalmy, byl to Tarski, kdo ho upozornil na krásný, ale málo známý polský překlad Starého zákona z hebrejštiny.

Estetický smysl, který byl Tarskému vlastní, se vztahoval i na umění. Po celém domě měl rozvěšeny obrazy a lepty, které nasbíral během svých cest. Ve své sbírce měl i Rembrandta, Käthe Kollwitz a Franze Masereela. Ještě z doby, kdy žil ve Varšavě, pocházel nejen jeho portrét, ale i portrét jeho ženy Marie, které namaloval známý polský malíř Stanisław Witkiewicz. (Portréty maloval pod vlivem drogy, jejíž chemický vzorec byl uveden vedle podpisu.) K hudbě naproti tomu žádný zvláštní vztah neměl a nesdílel v tomto ohledu zálibu své ženy ve vážné hudbě. Měl rád polské kabaretní popěvky a sentimentální písničky svého mládí a čas od času hrával svým hostům komické popěvky Toma Lehrera. Tady ale jeho zájem o hudbu končil.

První Tarského láska byla biologie. To byl předmět, který měl na gymnáziu nejraději a který chtěl studovat po přijetí na univerzitu. Od biologie jej však odvedl úspěch. Během prvního kursu s Leśniewským se mu podařilo vyřešit problém z teorie množin, o kterém se Leśniewski jednou na přednášce zmínil. Tarski později tvrdil, že to nebyl zajímavý problém, ale vznikl tak jeho první publikovaný článek [33]. Záblesk úspěchu a přemlouvání ze strany profesora stačily, aby se Tarski rozhodl změnit obor. Později sice několikrát zalitoval, že opustil svou první lásku, a v žertu si přál, aby se v příštím životě narodil jako biolog.

Zajímala ho především evoluce a chování primátů. V poslední době byly prováděny pokusy se šimpanzi a gorilami, při kterých byla mláďata vychovávána mezi lidmi a učila se řeči. Poznatky, které se z těchto pokusů podařilo získat o vztahu mezi lidskou inteligencí a inteligencí lidoopů, Tarského mimořádně zaujaly. Tarski se také dost dobře vyznal v rostlinách. Během svých cest do ciziny rád navštěvoval exotické botanické zahrady a ochutnával zvláštní druhy ovoce. Sám také zahradničil. Měl rád především růže, fuchsie, rododendrony a azalky. Různým odrudám růží byla vyhrazena celá jedna část zahrady. Pěstoval také některé neobvyklé druhy ovoce: fejšchou (to bylo, jak píše Solženicyn v *Prvním kruhu*, Stalinovo oblíbené ovoce), kvajávu hruškovitou a rangpurský lajm.*)

*) Fejšchoa (atca sellowiana), kvajáva hruškovitá (psidium guyava), rangpurský lajm (citrus limonia). Pozn. překl.

Měl rád zvířata a zvlášť velké sympatie choval ke kočkám. Vyprávěl svého času historiku o kočce, která ho navštěvovala, když pracoval na zahradě. Postupně se mezi nimi vyvinul citový vztah. Jednoho dne kočka opět přišla a dlouho, smutně se na Tarského dívala, jako by se s ním chtěla rozloučit. Bylo to pak skutečně jejich poslední setkání. V různých obdobích jeho života chovala jeho rodina psy nebo kočky, dvakrát měli dokonce voliéru s ptáky. Domácí zvířata však narušovala pravidelný chod domácnosti a vyžadovala čas a energii. A těch neměl Tarski nikdy nazbyt. Jakmile proto odešly z domova děti, domácí zvířata zmizela. Byla tu však přeci jedna výjimka. V posledních měsících života, kdy už Tarského začaly opouštět síly a kdy se cítil velmi nešťastný a opuštěný, dostal od své studentky Judith Ng kočku jménem Kitty, ke které velice přilnul.

Těžko se dá o Tarském říci, že byl volnomyšlenkář v tom smyslu, v jakém se toto označení používá dnes. Jeho názory však byly pro jeho generaci v mnoha směrech netypické.

Obdivoval silné, inteligentní a tvořivé ženy. S pýchou vždy vyprávěl, jak Maria a její sestry, které během první světové války pracovaly v polském podzemním odboji, přecházely bez ochrany nepřátelskou (ruskou) frontu z jedné strany na druhou. Otevřeně přiznával, že za podobných okolností by asi on sám tolik odvahy nenašel. Na svou dobu měl výjimečně mnoho studentek. Patřily mezi ně Wanda Szmielew, Julia Robinson, Louise Chin Lim, Anne Davis Morel, Jean Butler a později také Judith Ng. Někteří z jeho přátel byli homosexuálové. Tarski si toho sice nebyl dlouho vědom, když se však nakonec o jejich homosexualitě dozvěděl, na jeho vztahu k nim to nic nezměnilo. Pro Tarského bylo typické, že vytrvale podporoval hnutí za lidská práva a stejně vytrvale hájil právo lidí jako William Shockley a Arthur Jensen na zkoumání možných genetických rozdílů v inteligenci jednotlivých ras.

Jako všichni Poláci se velice zajímal o politiku. V době, kdy byl na univerzitě, byl členem politické skupiny, která mezi jiným pomáhala rodinám polských dělníků. Tarski byl vždy hrdý na pomoc, kterou poskytoval rodinám, které na něj připadly. Jeho politické názory byly v té době vyhraněně levicové, i když asi ne právě komunistické jako v případě jeho blízkého přítele Lindenbauma. Události v Rusku ho do poloviny třicátých let zbavily všech iluzí a v Berkeley byl v pozdějších letech znám jako přesvědčený antikomunista. Stále byl však přesvědčen o tom, že stát má vůči svým občanům jisté povinnosti, jako je poskytování zdravotní péče a v případě potřeby také ubytování a stravy. Rád o sobě říkal, že ve vnitřní politice patří k socialistům a v zahraniční politice ke konzervativcům.

Celý život si uchoval citový vztah k Polsku nebo alespoň k té zemi, která po staletích cizí nadvlády, získala na krátký čas mezi oběma světovými válkami nezávislost. Pozorně sledoval politické i kulturní dění v Polsku a podílel se několikrát na mezinárodních pokusech pomoci polským dělníkům v boji proti poválečnému vedení země. Nadchlo ho, že v Polsku vznikla organizace, jako byla Solidarita, jejíž existence by byla bývala o několik let dříve nemyslitelná, a příležitostně nosil na klopě odznak s nápisem *Solidarność*. Udržoval kontakt s polskými intelektuály, kteří odešli do exilu, a četl polské kulturní, historické a politické spisy, mezi něž patřil v prvé řadě polský exilový časopis *Kultura*. Po válce se přirozeně velmi snažil pomáhat polským logikům,

aby se dostali do Berkeley. Hosté byli v jeho domě vždy vítáni s polskou pohostinností, polskou stravou, kterou připravovala Maria, polskými předkrmy, Tarského oblíbenou ovocnou vodkou, doplněnou tvrdým alkoholem, který mu jeho studenti vozili z Mexika, živou konverzaci, která se často týkala politiky, a historkami.

Tarski velice rád vyprávěl zajímavé historky. Každý, kdo k němu častěji chodil, musel nutně znát jeho repertoár: o židovských prázdninách, kdy ukradl strýci z kapsy bonbóny; jak vyřešil problém pro svou disertaci v zubařském křesle; o jeho výletech do Tater a o tom, jak mu Maria při pádu zachránila život; o Lindenbaumovi, kterému se podařilo najít tělo jeho pohřešovaného otce pomocí slavného média; o Zermelově návštěvě ve Varšavě a jeho ranních hodinách „zpěvu“; o Sierpińském jako o učiteli, který přednášel zády ke studentům, protože psal nepřetržitě na tabuli, a který vedl práce „neuvěřitelně mnoha studentů“; o založení časopisu *Fundamenta Mathematicae*; o tom, jak Hugo Steinhaus „objevil“ Banacha; o tom, jak byl Lukaszewicz rektorem univerzity a o jeho „živočišně antisemitské“ ženě; o Scholzově návštěvě ve Varšavě a o tom, jak se Tarského odvážně zastal (přišel na večírek s Tarským a vyčetl Lukaszewiczovi, že Tarski má tak hrozné místo; to všechno v době silných antisemitských nálad jak v Polsku, tak v Německu).

Vyprávěl tolik různých historek; o životě ve Varšavě; o výborném pečivu a nádherných kabaretech; o hrdinství a lumpárnách, které se v Polsku dály během války; o době, kterou prožil na východním pobřeží; o tom, jak se snažil dostat svou rodinu z Polska; o nedělních výletech v Kalifornii; o příhodách svých studentů a kolegů z Berkeley a nekonečnou řadu historek o zajímavých lidech, se kterými přišel jako logik do styku. Patřili mezi ně Paul Bernays, Stefan Banach, Evert Beth, L. E. J. Brouwer, Rudolf Carnap, Jurij Jeržov, Pulette Février, Jean Destouches, Robert Feys, Kurt Gödel, Bronislaw Knaster, Georg Kreisel, Kazimierz Kuratowski, Edmund Landau, Anatolij Malcev, W. V. O. Quine, Bertrand Russell, Heinrich Scholz, Patrick Suppes, Boris Trachténbrot, Stanislaw Ulam, John von Neumann, Ernst Zermelo a dokonce i bývalý chilský prezident Eduardo Frei. Po pravdě řečeno, Tarski miloval klepy a býval při nich někdy i zlomyslný. Uměl je však vyprávět s takovým vtípem a šarmem, že člověk podlehl jeho vypravěčskému kouzlu.

I když se Tarskému stýskalo po světě, který zanikl brzy po té, když v roce 1939 opustil Polsko, na svůj nový domov v Americe si rychle zvykl a byl tu celkem spokojený. Přesto si však myslím, že se tu vždy cítil trochu vykořeněný a opuštěný. Jeho starý svět zmizel, nezmizelo však vnitřní pouto, které ho s ním spojovalo. Povahou se od Američanů hodně lišil, a i když tu našel mnoho přátel, nebyli to přátelé skutečně blízcí. Vždy mě udivovalo, že člověk tak družný a společenský, jako byl on, měl tak málo hlubších osobních vztahů. Řekl mi jednou, že jeho jediným skutečným přítelem, kterého v Americe měl, byl J. C. C. McKinsey.

Navázat s Tarským užší vztah nebylo jednoduché. Jen zřídka se lidem otevíral nebo dával najevo náklonnost. Bylo pro něj asi vždy jednodušší kritizovat než chválit. A právě ty vlastnosti, které z něho udělaly slavného logika, jako sebevědomí, disciplína, záměrné upnutí na jediný cíl, rychlé a zvidavé myšlení, výjimečná osobnost a vytrvalost, osobní vztahy s ním komplikovaly. Nevím, zda se některému z lidí, kteří k němu měli blízko, podařilo oddělit od sebe směsici obdivu, podráždění, oddanosti,

náklonnosti, frustrace, hněvu a vděčnosti, které Tarski v lidech vzbuzoval. Víím jen, že já to nedokážu.

Poděkování: Chtěl bych poděkovat Williamu Craigovi, Anitě a Solomonu Fefermanovým, Robertu Goldblattovi, Leonu Henkinovi, Rogeru Madduxovi, Juditě Ng, Donu Piggozimu, Constanci Reidové a Janu Tarskému za všechny cenné připomínky a Marii Moszynské, Janu Tarskému a archivářům Varšavské university za pomoc při hledání fotografií. Mé zvláštní poděkování patří Vereně Huberové-Dysonové, která mi navrhla, abych tento portrét napsal jako součást naší rozsáhlejší společné práce o Tarském. Strávila se mnou také hodně času, ve kterém se mnou probírala různé nápady a dělila se o své vzpomínky na Tarského. Náš společný článek bude uveřejněn v polském časopise *Wiadomości Matematyczne*.

L i t e r a t u r a

- [1] BANACH, S. a TARSKI, A.: *Sur la décomposition des ensembles de points en parties respectivement congruentes*. *Fund. Math.* 6 (1924), 244–277.
- [2] CHANG, C. C., JÓNSSON, B. a TARSKI, A.: *Refinement properties for relational structures*. *Fund. Math.* 55 (1964), 249–281.
- [3] CHIN, L. H. a TARSKI, A.: *Distributive and modular laws in the arithmetic of relation algebras*. *University of California Publications in Mathematics*, (nová řada) 1, č. 9 (1951), 341–348.
- [4] CHWIALKOWSKI, Z., SCHAYER, W. a TARSKI, A.: *Geometria dla trzeciej klasy gimnazjalnej*. Lwów: Państwowe Wydawnictwo Książek i Pomocy Szkolnych (1935). (Druhé vydání: Sekcja Wydawnicza Armii Polskiej na Wschodzie w Jerozolimie, 1944. Přetiskl Polski Związek Wychodźstwa Przymusowego w Hannoverze, Hannover, 1946.)
- [5] DONER, J., MOSTOWSKI, A. a TARSKI, A.: *The elementary theory of well-ordering — A metamathematical study*. *Logic Colloquium* 77, (vyd. A. MacIntyre, L. Pacholski a J. Paris), Amsterdam: North-Holland Publishing (1978), 1–54.
- [6] DONER, J. a TARSKI, A.: *An extended arithmetic of ordinal numbers*. *Fund. Math.* 65 (1969), 95–127.
- [7] FEFERMAN, S. a VAUGHT, R. L.: *The first order properties of products of algebraic systems*. *Fund. Math.* 47 (1959), 57–103.
- [8] FELL, J. M. G. a TARSKI, A.: *On algebras whose factor algebras are Boolean*. *Pacific J. Math.* 2 (1952), 297–318.
- [9] GIVANT, S. R.: *Possible cardinalities of irredundant bases for finite closure structures*. *Discrete Math.* 12 (1975), 201–204.
- [10] HENKIN, L., MONK, J. D. a TARSKI, A.: *Cylindric algebras. Part I, With an introductory chapter: general theory of algebras*. Amsterdam: North-Holland Publishing (1971).
- [11] —: *Cylindric Algebras. Part II*. Amsterdam: North-Holland Publishing (1985).
- [12] HENKIN, L., MONK, J. D., TARSKI, A., ANDRÉKA, H. a NÉMETHI, I.: *Cylindric set algebras*. *Lecture notes in Mathematics*, 833, Berlin: Springer-Verlag (1981).
- [13] HENKIN, L. a TARSKI, A.: *Cylindric algebras*. *Lattice theory, Proceedings of Symposia in Pure Math.*, 2, (vyd. R. P. DILWORTH), Providence, RI: Amer. Math. Soc. (1961), 83–113.
- [14] HENSON, C. W. a RUBEL, L. A.: *Some applications of Nevanlinna theory to mathematical logic: identities of exponential functions*. *Trans. A. M. S.* 282, č. 1 (1984), 1–32.
- [15] JÓNSSON, B. a TARSKI, A.: *Direct decompositions of finite algebraic systems*. *Notre Dame Mathematical Lectures*, 5, Notre Dame, IN: University of Notre Dame Press (1947).

- [16] —: *Boolean algebras with operators. Part I.* Amer. J. Math., 73 (1951), 891–939.
- [17] —: *Boolean algebras with operators. Part II.* Amer. J. Math. 74 (1952), 127–162.
- [18] KEISLER, H. J.: *Ultraproducts and elementary classes.* Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, Proceedings, Series A, 64 (= Indagationes Mathematicae, 23), (1961), 477–495.
- [19] LINDENBAUM, A. a TARSKI, A.: *Über die Beschränktheit der Ausdrucksmittel deduktiver Theorien.* Ergebnisse eines Mathematischen Kolloquiums 7 (1936), 15–22.
- [20] MCKINSEY, J. C. C.: *A solution of the decision problem for the Lewis systems S2 and S4 with an application to topology.* J. Symbolic Logic 6 (1941), 117–134.
- [21] MONTAGUE, R. M.: *Semantical closure and non-finite axiomatizability. I, Infinitistic methods.* Proceedings of the symposium on foundations of mathematics, Warsaw, 2–9 September 1959, Oxford: Pergamon Press (1961), 45–69.
- [22] —: *Fraenkel's addition to the axioms of Zermelo.* Essays on the foundations of mathematics, (vyd. Y. Bar-Hillel, E.I.Poznanski, M.O.Rabin a A.Robinson), Amsterdam: North-Holland Publishing (1962), 91–114.
- [23] MOSTOWSKI, A.: *Tarski, Alfred.* Heslo v The Encyclopedia of Philosophy, (vyd. P.Edwards), New York: Macmillan Company and Free Press 8 (1967), 77–81.
- [24] POGORZELSKI, W. A. a SURMA, S. J.: *Review of Logic, semantics, metamathematics.* Papers from 1923 to 1938. In J. Symbolic Logic 34 (1969), 99–106.
- [25] RASIOWA, H. a SIKORSKI, R.: *Algebraic treatment of the notion of satisfiability.* Fund. Math. 40 (1953), 62–95.
- [26] —: *On isomorphism of Lindenbaum algebras with fields of sets.* Colloq. Math. 5 (1958), 143–158.
- [27] —: *The mathematics of metamathematics.* Monografie Matematyczne, 41, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe (1963).
- [28] ROBINSON, J.: *Definability and decision problems in arithmetic.* J. Symbolic Logic 14 (1949), 98–114.
- [29] SCOTT, D.: *Completeness and axiomatizability in manyvalued logic.* Proceedings of the Tarski symposium, Proceedings of Symposia in Pure Math., 25, Providence, RI: Amer. Math. Soc. (1974), 411–435.
- [30] SZCERBA, L. a TARSKI, A.: *Metamathematical discussion of some affine geometries.* Fund. Math. 104 (1979), 155–192.
- [31] SZMIELEW, W.: *Elementary properties of Abelian groups.* Fund. Math. 41 (1955), 203–271.
- [32] SZMIELEW, W. a TARSKI, A.: *Mutual interpretability of some essentially undecidable theories.* Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Cambridge, Massachusetts, U.S.A., August 30–September 6, 1950, 1, Providence, RI: Amer. Math. Soc. (1952), 734.
- [33] TARSKI, A.: *Przyczynek do aksjomatyki zbioru dobrze uporządkowanego.* Przegląd Filozoficzny 24 (1921), 85–94.
- [34] —: *O równowazności wielokątów.* Przegląd Matematyczno-Fizyczny 2 (1924), 47–60.
- [35] —: *Über einige fundamentalen Begriffe der Metamathematik.* Sprawozdania z Posiedzeń Towarzystwa Naukowego Warszawskiego, Wydział III Nauk Matematyczno-Fizycznych 23 (1930), 22–29.
- [36] —: *Fundamentale Begriffe der Methodologie der deduktiven Wissenschaften, I.* Monatshefte für Mathematik und Physik 37 (1930), 361–404.
- [37] —: *O stopniu równowazności wielokątów.* Młody Matematyk 1 (doplnek k Parametru, 2) (1931), 37–44.
- [38] —: *Sur les ensembles définissables de nombres réels, I.* Fund. Math. 17 (1931), 210–239.
- [39] —: *Uwagi o stopniu równowazności wielokątów.* Parametr 2 (1931–32), 310–314.

- [40] —: *Der Wahrheitsbegriff in den Sprachen der deduktiven Disziplinen*. Akademie der Wissenschaften in Wien, Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse, Akademischer Anzeiger 69 (1932), 23–25.
- [41] —: *Grundzüge des Systemenkalküls. Erster Teil*. Fund. Math. 25 (1935), 503–526.
- [42] —: *Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen*. Studia Philosophica 1 (1935), 261–405.
- [43] —: *Einige methodologische Untersuchungen über die Definierbarkeit der Begriffe*. Erkenntnis 5 (1935), 80–100.
- [44] —: *Grundzüge des Systemenkalküls. Zweiter Teil*. Fund. Math. 26 (1936), 283–301.
- [45] —: *Über den Begriff der logischen Folgerung*. Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique 7, Actualités Scientifiques et Industrielles, 394, Paris: Hermann et Cie (1936), 1–11.
- [46] —: *On the calculus of relations*. J. Symbolic Logic 6 (1941), 73–89.
- [47] —: *A decision method for elementary algebra and geometry*. (Prepared for publication by J. C. C. McKinsey, Santa Monica, CA: U.S. Air Force Project RAND, R-109, the RAND Corp., (1948).
- [48] —: *Arithmetical classes and Types of Boolean algebras*. Bull. A.M.S. 55 (1949), 64 a 1192.
- [49] —: *Arithmetical classes and types of algebraically closed and real-closed fields*. Bull. A.M.S. 55 (1949), 64 a 1192.
- [50] —: *Undecidability of the theories of Lattices and projective geometries*. J. Symbolic Logic 14 (1949), 77–78.
- [51] —: *Some notions and methods on the borderline of algebra and metamathematics*. Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Cambridge, Massachusetts, U.S.A., August 30–September 6, 1950, 1, Providence, RI: Amer. Math. Soc. (1952), 705–720.
- [52] —: *Contributions to the theory of models. I*. Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, Proceedings, Series A, 57 (= Indagationes Mathematicae, 16) (1954), 572–581.
- [53] —: *Contributions to the theory of models. II*. Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, Proceedings, Series A, 57 (= Indagationes Mathematicae, 16) (1954), 582–588.
- [54] —: *Contributions to the theory of models. III*. Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, Proceedings, Series A, 58 (= Indagationes Mathematicae, 17) (1955), 56–64.
- [55] —: *Remarks on direct products of commutative semigroups*, Math. Scand. 5 (1957), 218–223.
- [56] —: *What is elementary geometry? The axiomatic method, with special reference to geometry and physics*. (vyd. L. HENKIN, P. SUPPES a A. TARSKI), Amsterdam: North-Holland Publishing (1959), 16–29.
- [57] —: *Solution of the decision problem for the elementary theory of commutative semi-groups*. Not. A. M. S. 9 (1962), 205.
- [58] —: *The elementary undecidability of pure transcendental extensions of real closed fields*. Not. A. M. S. 10 (1963), 355.
- [59] —: *Some decision problems for locally free commutative algebras*, Not. A. M. S. 13 (1966), 634.
- [60] —: *The completeness of elementary algebra and geometry*. Paris: Institute Blaise Pascal, (1967). (Přetiskáno podle stránkových korektur článku, který měl být v roce 1940 uveřejněn v Actualités Scientifiques et Industrielles, Hermann et Cie, ale vzhledem k válečným podmínkám nevyšel.)
- [61] —: *An interpolation theorem for irredundant bases of closure structures*. Discrete Math., 12 (1975), 185–192.

- [62] TARSKI, A. a GIVANT, S. R.: *A formalization of set theory without variables*. Colloquium Publications, 41, Providence, RI: Amer. Math. Soc. (1987).
- [63] TARSKI, A., MOSTOWSKI, A. a ROBINSON, R. M.: *Undecidable theories*. Amsterdam: North-Holland Publishing (1953).
- [64] TARSKI, A. a VAUGHT, R. L.: *Arithmetical extensions of relational systems*. *Composito Math.* 13 (1957), 81–102.
- [65] WAGON, S.: *The circle squared, beyond refutation*, *Focus* 9, č. 2 (1989), 1–2.

Adresa autora:

Department of Mathematics

Mills College

Oakland, CA 94613 USA

Principy činnosti a aplikace polovodičových laserů

Vladimír Pařízek, Praha

Úvod

Slovo LASER je zkratka z anglického názvu Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation (zesilování světla stimulovanou emisí záření). Bylo vytvořeno v analogii s tehdy již používaným názvem MASER (Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation, tedy zesilování v mikrovlnném oboru pomocí stimulované emise záření).

Lasery jsou zařízení emitující koherentní optické záření s vysokou stabilitou kmitočtu (10^{-12} i lepší), tedy záření extrémně monochromatické a navíc ve svazcích, které mají divergenci (rozbíhavost) kolem setiny stupně, někdy i méně.

Záření v optickém oboru zpravidla není koherentní, a proto nelze v určitém bodě prostoru určit předem amplitudu ani fázi elektrického a magnetického vektoru pole, neboť toto pole vzniklo superpozicí obrovského počtu jednotlivých vln, jejichž fáze je zcela náhodná. Protože v optickém oboru (ale platí to i pro Rtg záření či záření gama) je spontánní (samovolná) emise v obvyklých podmínkách mnohem pravděpodobnější

Ing. VLADIMÍR PAŘÍZEK, CSc. (1952), je vědecký pracovník Fyzikálního ústavu UK, Ke Karlovu 5, 121 16 Praha 2.