

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Rodrigo Castro
O Erdősově čísle

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 43 (1998), No. 2, 130--135

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/137539>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1998

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

O Erdősově čísle

Rodrigo de Castro

Poznámka redakce. Dále uvádíme zkrácenou verzi původního článku. Překlad ze španělštiny pořídil JOSEF MACHEK, redakci zkráceného znění a komentář OLDŘICH KOWALSKI. Předepisujeme, že následující text patří spíše do kategorie „matematika převážně nevážně.“

„Učitel spolupráce“

Žádný matematik v celé historii matematiky nenapsal tolik vědeckých článků jako Paul Erdős a žádný také neměl tolik spolupracovníků. Devadesát svazků sebraných spisů Leonharda Eulera obsahuje možná dohromady více stránek, ale rozhodně ne tolik jednotlivých prací, jak je chápeme dnes. Počet Erdősových publikací se odhaduje na 1500; mnohé z nich jsou podepsány pouze Erdősem, avšak většina — přes 70 % — vznikla ve spolupráci s více než 470 spoluautory.

První Erdősův článek (elementární důkaz Čebyševovy nerovnosti) byl uveřejněn, když bylo Erdősovi 19 let; to znamená, že během 64 let své tvořivé vědecké činnosti publikoval Erdős průměrně dvě práce měsíčně! A s rostoucím věkem toto tempo neklesalo. Erdős zemřel ve Varšavě, poté co se zúčastnil kongresu o kombinatorice, na kterém přednesl dva příspěvky. Dožil se 83 let a během posledních šesti let svého života uveřejnil následující počty prací: 39 v roce 1991, 28 v roce 1992, 31 v roce 1993, 26 v roce 1994, 30 v roce 1995 a 25 v roce 1996. Přitom několik prací se teprve připravuje do tisku a budou uveřejněny posmrtně.

Erdős napsal také několik knih. V nakladatelství *Springer Verlag* vyjde v r. 1997 anglický překlad jeho vysoce ceněného díla „Topics from the Theory of Numbers“ (za spoluautorství S. Jánose). Vedle toho byl Erdős i pohotovým a výkonným autorem recenzí: v referativním časopise *Mathematical Reviews* najdeme přes 700 recenzí s jeho podpisem!

Rozsáhlá síť matematiků, se kterými P. Erdős kdy spolupracoval, iniciovala vznik definice tzv. „Erdősova čísla“; je to hříčka, která zřejmě nebyla ovlivněna samotným Erdősem — tak se alespoň dlouho soudilo. Rekurentní definice tohoto čísla zní:

- (1) Paul Erdős má Erdősovo číslo 0.
- (2) Jestliže osoba x napsala ve spolupráci s P. Erdősem nějakou knihu nebo článek (spoluúčast dalších autorů se nevyklučuje), pak její Erdősovo číslo je 1.

Použitý text: RODRIGO DE CASTRO (Universidad Nacional de Colombia, Bogotá), *Sobre el número de Erdős*, *Lecturas Matemáticas*, Vol. 17 (1996), p. 163–179.

- (3) Jestliže osoba x dosud nemá přiřazeno Erdősovo číslo, avšak publikovala nějakou práci se spoluautorem, jehož Erdősovo číslo je n , pak má osoba x Erdősovo číslo $n + 1$.¹⁾
- (4) Jestliže osoba x nemá konečné Erdősovo číslo, definuje se její Erdősovo číslo jako ∞ .

Na tuto definici lze pohlížet i v širších souvislostech, a to v souvislosti s tzv. „grafem spoluautorství“. To je neorientovaný graf, jehož uzly jsou osoby (ať už žijící nebo zesnulé) a ve kterém jsou uzly x a y spojeny hranou, právě když osoby x a y uveřejnily alespoň jednu společnou práci (případně i s dalšími spoluautory). . . . Je vidět, že jedinec x má konečné Erdősovo číslo, právě když „ x “ náleží souvislé komponentě vrcholu „Paul Erdős“.

Erdősova komponenta v takovém grafu spoluautorství je nápadná právě velkým počtem matematiků, se kterými Paul Erdős za svého života spolupracoval. Jako proslulý matematik, který neměl sobě rovného, Erdős se každoročně účastnil desítek kolokvií a kongresů a tak stále rozšiřoval okruh vědeckých styků, byl „katalyzátorem“ matematických idejí a získával stále nové žáky. V žertu se říkalo, že kdyby Erdős podnikl dostatečně dlouhou cestu vlakem, napsal by článek společně se strojuvůdcem. Jeho neustálé cesty po celém světě, zvláště po Evropě a USA, vedly ke vzniku rčení: „Chcete se seznámit s Erdősem? Klidně zůstaňte, kde jste, dříve nebo později se tam objeví.“

Má se za to, že každý matematik, který kdy publikoval něco se spoluautory v mezinárodních časopisech, by mohl mít konečné Erdősovo číslo. Tato domněnka je celkem přijatelná, neboť Erdős publikoval ve velkém počtu oborů, jako jsou teorie čísel, kombinatorika, teorie množin, teorie grafů, teorie grup, geometrie, teorie aproximací, teorie pravděpodobnosti aj. Dokonce i topologové se o něm často zmiňují jako o autorovi prvního příkladu separabilního metrického prostoru, který je totálně nesouvislý a má nenulovou dimenzi.

Stejně tak se soudí, že neaktivnější vědci nematematických oborů (fyzikové, chemici, biologové, ekonomové) mají konečné Erdősovo číslo. To vyplývá z některých zajímavých studií spojených zvláště se jmény E. Strause, J. von Neumanna a E. Wittena.

Německý matematik Ernst G. Straus napsal dva články spolu s A. Einsteinem (jehož asistentem byl v letech 1944–1948 v Princetonu) a dvacet prací společně s Erdősem, první z nich v r. 1953. Lze tedy říci, že A. Einstein má Erdősovo číslo 2 a Einsteinovi spoluautoři, jejich spoluautoři atd. mají všichni konečné Erdősovo číslo. Je málo známo, že Einstein napsal společný článek také s jedním lékařem; byl to německý Žid Hans Mühsam, Einsteinův přítel z dob pobytu v Berlíně. R. 1923 uveřejnili společně v lékařském časopise [E–M] studii o experimentálním stanovení propustnosti filtrů.

Dále je zde slavný Erdősův krajan John von Neumann. Ačkoli von Neumann nepublikoval ani s Erdősem, ani s žádným z jeho přímých spoluautorů, jeho Erdősovo

¹⁾ Tento bod se dá přesněji formulovat takto: Erdősovo číslo osoby x je rovno $E(x) = 1 + \min_{y \in A_x} E(y)$, kde A_x je množina osob, které publikovaly společně s x aspoň jednu práci. Pokud je množina A_x prázdná, klademe $E(x) = \infty$. (J. Machek)

číslo je 3. Mezi von Neumannovými spoluautory je několik nositelů Nobelovy ceny za fyziku (Fermi, Wigner, Chandrasekhar) a rakouský ekonom Oskar Morgenstern, se kterými napsal významné dílo „Teorie her a ekonomické chování“ [F–M]. Jiný slavný von Neumannův spoluautor je David Hilbert, viz [V–H–N]; Erdősovo číslo D. Hilberta je tedy 4.

Dále zaslouží pozornost vztah k velkému americkému fyzikovi Edwardu Wittenovi, který v r. 1990 získal Fieldsovu medaili za hluboké a významné matematické přínosy k supersymetrii, Morseově teorii a ke kvantovým topologickým teoriím. Jeho Erdősovo číslo je nejvýše 5 a mezi jeho spoluautory lze najít renomované matematiky a fyziky, jako například nositele Nobelových cen za fyziku Luise Alvarize a Stevena Weinberga. V obrovském okruhu spoluautorů soustředěném kolem Wittena lze najít i známé teoretické fyziky Garyho Horowitze, Stephena Hawkinga a Rogera Penrose.

Majíce na paměti, že teorie grafů (jedna z oblastí matematiky, ve kterých Erdős hodně publikoval) má četné aplikace ve výpočetní technice a ve společenských vědách, snadno nahlédneme, že průměr Erdősovy komponenty v grafu spoluautorství je opravdu velmi velký. Jeho přesná hodnota není známa.

Není příliš odvážná následující domněnka: vezme-li se v úvahu úplný graf vědeckých spoluautorství, tj. vezmou-li se v úvahu všichni badatelé ve všech oborech v průběhu celé historie, největší průměr bude mít Erdősova komponenta. Tato skutečnost dělá z Paula Erdőse nesporně pozoruhodnou historickou osobnost, totiž „učitele spolupráce“, jak ho nazval Jerrold Grossman [Gr]. Nabízí se zajímavá otázka: která je druhá největší souvislá komponenta grafu vědeckých spoluautorství?

Zdroje dat

Vznik elektronických databází umožnil konstrukci části grafu Erdősovy komponenty. Tato úloha nebyla rozhodně lehká. Práce na ní zahájil před několika lety již citovaný Jerrold Grossman z *Oakland University* (Rochester, Michigan) ve spolupráci s Patrickem Ionem, jedním z redaktorů referativního časopisu *Mathematical Reviews*. Použili především rozsáhlou databázi údajů z *Mathematical Reviews* a pečují o stránku *Web* pod názvem *The Erdős Number Project* na adrese

<http://www.oakland.edu/~grossman/erdoshp.html>

Podle nejnovější aktualizace zahrnuje tato báze úplná data až do konce r. 1996; seznam zahrnuje 5488 osob, jejichž Erdősovo číslo je 1 nebo 2. Seznam osob s Erdősovým číslem 3 dosud není hotov; očekává se, že bude obsahovat přes 15 000 jmen.

Stojí za povšimnutí, že Erdősovo číslo dané osoby může klesat v závislosti na čase. To se může stát například tehdy, když autor publikuje článek s někým, kdo má Erdősovo číslo menší, než měli jeho předchozí spoluautoři. Seznamy Erdősových čísel tedy podléhají častým změnám. Ionovým a Grossmanovým cílem je každoročně seznam aktualizovat.

Erdősovo číslo rovné 2 už nikdy nemůže klesnout na hodnotu 1. Na tuto skutečnost si stěžuje Gian-Carlo Rota:

„Jednoho večera v sedmdesátých letech jsem se Paulovi zmínil o jednom problému numerické matematiky, který jsem tenkrát studoval. Paul mi ihned naznačil postup, který nakonec vedl k úplnému vyřešení úlohy. V úvodu ke svému článku o této úloze jsem jeho podíl patřičně ocenil, ale stále budu litovat, že jsem ho neuvedl jako spoluautora. Takhle bude moje Erdősovo číslo už navždy rovné 2.“

Jednou z nesnází, které se vyskytly při zpracování dat, byla otázka správné identifikace. Ta vznikla proto, že u mnohých publikací není uvedeno úplné křestní jméno, nýbrž jen iniciály. Není tedy například zcela jisté, zda A. Jones je skutečně Albert Jones či zda J. E. Smith je totožný s Jamesem Edwardem Smithem.

Ještě malá zajímavost: existují dva vědci, kteří se jmenují Paul Erdős; ten druhý je fyzik, rovněž Maďar, a i on uveřejnil několik matematických prací. V *Mathematical Reviews* je označen pro „velkého Erdőse“ Paul Erdős-1. V databázi se také vyskytuje Peter L. Erdős, který často publikoval pod jménem P. L. Erdős. Jeho Erdősovo číslo je 2. Mezi těmi třemi není žádný příbuzenský vztah.

3. Kdo má Erdősovo číslo rovné 1?

Podgraf E_1 všech osob, které mají Erdősovo číslo rovné 1, obsahuje 472 jmen („uzlů“) a přes 1100 hran (podle údajů aktualizovaných k prosinci 1996). Dále uvádíme několik zajímavostí o autorech s Erdősovým číslem 1:

- Šest ze 472 autorů nikdy nepublikovalo článek s jiným spoluautorem, než je P. Erdős.
- 39 z Erdősových spoluautorů nemá společný článek s žádným jiným Erdősovým spoluautorem; to znamená, že podgraf E_1 má 39 izolovaných uzlů.
- 188 autorů publikovalo společně s Erdősem dvě nebo více prací. Sedm z autorů se vyznačuje tím, že každý z nich má více než 100 různých spoluautorů. Jsou to: Frank Harray (257 spoluautorů), Noga Alon (143 spoluautorů), Saharno Shela (136), Ronald Graham (120), Charles Colbours (119), Daniel Kleitman (115) a A. Odlyzko (104).
- Mezi nositeli Fieldsovy medaile není žádný příslušník podgrafu E_1 ; tj. Erdős neuveřejnil žádnou práci s některým držitelem Fieldsovy medaile.
- Erdős nikdy nepublikoval společný článek s vedoucím své doktorské disertace Leopoldem Fejérem.

(Zde končí mírně zkrácený překlad první části článku.)

Dále následuje tabulka 37 vybraných Erdősových spolupracovníků. Výběr je do jisté míry náhodný (nejde o seznam nejaktivnějších spoluautorů), a proto jej zde neuvádíme. Největší počet spoluautorství však mají zřejmě András Sárközi (57) a András Hajnal (54). Autor podotýká, že mezi pracemi těchto dvou spoluautorů není ani ta nejmenší souvislost, což vypovídá o ohromující Erdősově všestrannosti. V závěru třetí kapitoly uvádí autor některé vlastnosti grafu E_1 z grafově-teoretického hlediska.

Čtvrtá kapitola má název „Kdo má Erdősovo číslo 2?“ Dosud bylo nalezeno 5016 autorů s Erdősovým číslem 2; dosud však chybějí úplné informace o autorských spolupracích mezi nimi. Jinými slovy, hrany podgrafu E_2 jsou určeny jen zčásti.

Následuje řada statistických údajů a tabulka 62 světoznámých matematiků s Erdősovým číslem 2. Tento seznam pokrývá většinu matematických disciplín; důstojně jsou zde zastoupeny i algebraická geometrie, diferenciální geometrie a topologie variet, tedy obory dosti vzdálené ústředním vědeckým zájmům P. Erdőse.

V páté kapitole se autor zabývá Erdősovými čísly nositelů Fieldsových medailí za celou jejich historii. Z nich má Erdősovo číslo 2 právě 9 nositelů: A. Selberg (1950), K. Kodaira (1954), K. Roth (1958), A. Baker (1970), E. Bombieri (1974), D. Mumford (1974), Ch. Fefferman (1978), S. T. Yau (1982) a J. Bourgain (1994).

V šesté kapitole je uveden seznam 60 dalších světoznámých matematiků, jejichž Erdősova čísla jsou známa, ale jsou větší než dvě. Stojí za povšimnutí, že na prvním místě v tomto abecedním seznamu je uveden český matematik Jiří Adámek. Dále je zde uveden výběr 12 nositelů Nobelových cen za fyziku, jejichž Erdősova čísla byla zjištěna. Z nich pouze jeden má Erdősovo číslo 2: je to Albert Einstein, jak se psalo již vpředu.

Sedmá kapitola ilustruje řadu krátkých řetězců spoluautorství, které vedou od Erdőse k matematikům a teoretickým fyzikům světového věhlasu, ale zcela jiného zaměření.

Redakce provedla vlastní průzkum na příslušných stránkách *Web* a ukázalo se, že existuje zřejmě právě *deset* českých a slovenských matematiků, kteří byli přímými spolupracovníky P. Erdőse a mají tedy Erdősovo číslo 1. Jsou to (podle abecedy):

JURAJ BOSÁK (zemřel v r. 1987)

VÁCLAV CHVÁTAL (nyní na Rutgers University, New Brunswick, USA

— tři spolupráce)

ZDENĚK HEDRLÍN (Praha)

PETER HORÁK (Bratislava)

VOJTĚCH JARNÍK (zemřel v r. 1970)

MARTIN LOEBL (Praha)

JAROSLAV NEŠETŘIL (Praha — čtyři spolupráce)

DAVID PREISS (nyní na UCL, London)

VOJTĚCH RÖDL (nyní na Emory University, Atlanta, USA — deset spoluprací)

JOZEF ŠIRÁŇ (Bratislava)

PAVEL VALTR (Praha)

Na zmíněných *Webových* stránkách se najde kromě jiného podseky, v níž jsou abecedně uvedeni všichni Erdősovi spolupracovníci spolu se seznamy všech svých dosavadních spolupracovníků. Odtud je patrné, že českých a slovenských matematiků s Erdősovým číslem dvě je několik desítek.

Literatura

- [A] ATIYAH, M.: *On the work of Edward Witten*. Proceedings of the International Congress of Mathematics, Kyoto, Japan, 1991, pp. 31–35.
- [B] BABAI, L.: *In and out of Hungary: Paul Erdős, his friends and times*. In: *Combinatorics, Paul Erdős is Eighty* (Vol. 2), Bolyai Math. Society, Budapest, 1993, pp. 7–95.
- [Bo] BOLLOBÁS, B.: *A life of mathematics. Paul Erdős, 1913–1996*. *Focus* 16 (1996), 1–6.
- [E–M] EINSTEIN, A. & MÜHSAM, H.: *Deutsche Medizin Wochenschr.* (1923), 1012.
- [G] GOFFMAN, CASPER: *And what is your Erdős number?* *Amer. Math. Monthly* 76 (1969), 791.
- [Gr] GROSSMAN, J.: *Paul Erdős: the Master of Collaboration*. In: *The Mathematics of Paul Erdős*, R. Graham & J. Nešetřil, eds., Springer Verlag, 1997.
- [Gr-I1] GROSSMAN, J. & ION, P.: *The Erdős Number Project*.
URL = <http://www.oakland.edu/~grossman/erdoshp.html>
- [Gr-I2] GROSSMAN, J. & ION, P.: *On a portion of the well-known collaboration graph*. Proceedings of the 26-th Int. Conf. on Combinatorics, Graph Theory and Computing, 1995, pp. 129–131.
- [H] HENRIKSEN, MELVIN: *Paul Erdős, 1913–1996*. *Topolog. Comment. Readers* 1 no. 3 (1996).
- [L1] LÓPEZ ORTIZ, A.: *Erdős Number*.
<http://daisy.uwaterloo.ca/~alopez-o/math-faq>
- [L2] LÓPEZ ORTIZ, A.: *Fields Medal*.
- [P] PAIS, ABRAHAM: *'Subtle is the Lord...'. The Science and the Life of Albert Einstein*. Oxford Univ. Press, 1982.
- [R] ROTA, G.-C.: *Commentary on the death of Paul Erdős*. *SIAM News Online*, URL = <http://www.siam.org/siamnews>, 1996.
- [V–H–N] VON NEUMANN, J., HILBERT, D. & NORDHEIM, L.: *Über die Grundlagen der Quantenmechanik*. *Math. Ann.* 98 (1927), 1–30.
- [V–M] VON NEUMANN, J. & MORGENSTERN, O.: *Theory of Games and Economic Behaviour* (2nd edn. 1947), Princeton University Press, 1944.
- [W] VAN DER WAERDEN, B. L.: *A History of Algebra*. Springer Verlag, 1985.