Ivan Úlehla

Bude se prodlužovat čas v kosmických raketách?

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 5 (1960), No. 5, 573--582

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/137377

Ještě je třeba se zmínit o jednom typu „vln", a to o nárazové vlně (někdy nazývané údernou vlnou). Vzniká vždy při vzájemném průniku dvou prostředí, jež se vůči sobě pohybují rychlostí podstatně převyšující rychlost zvuku aspoň v jednom prostředí (např. (31)). Problém nárazové vlny je natolik složitý, že by sám vyžadoval aspoň takový článek, jakým je tento. V závěru možno jen podotknout, že v poměrně úzké oblasti, označované názvem nárazová vlna, vznikají zřejmě oscilace všech právě popsaných druhů, především elektrostatické, jež při vysokém Machově čísle vyvolávají možná tak vysoké elektrostatické pole, že se v něm částice urychlují na potřebnou teplotu.

Nejpodstatnější druhy elektrických a elektromagnetických oscilací byly zde podány formou co nejstručnější. Zájemce o podrobnější studium lze odkázat jednak na literaturu uvedenou již v předešlých dvou článcích a dále ještě na tyto knihy: Aljpert, Ginzburg, Fejnberg: *Rasproprostraněnije radiovoln*, Moskva, 1953; Stratton: *Electromagnetic Theory*, Ferraro: Referát na Symposiu ve Vareně 1958.

BUDE SE PRODLUŽOVAT ČAS V KOSMICKÝCH RAKETÁCH?

IVAN ÚLEHLA, Praha

V práci se ukazuje, že v raketách pohybujících se obecně nerovnoměrným pohybem může dojít k relativistické dilataci i ke kontrakci času.

Úvod

V poslední době se v souvislosti s úspěšným vypuštěním družic a kosmických raket znovu vynořily jak v odborné literatuře [1, 2] tak i v populárně vědecké literatuře četné úvahy o prodlužování života posádek v budoucích meziplanetárních a kosmických raketách. Ani ve vědecké literatuře nechybí úvahy o tom, že v důsledku relativistického prodlužování času bude moci člověk dosáhnout prakticky nekonečně vzdálených oblastí vesmíru za dobu jednoho lidského života [3]. V. A. Fok ukázal již dříve [4] na negativní úlohu zrychlení při změnách v chodu času. Zatím co při pohybu rovnoměrném a přímočarém nastává tzv. dilatace času, při pohybu nerovnoměrném, jak uvidíme dále, dochází naopak ke kontrakci času.

Při všech těchto úvahách je důležité znovu si uvědomit, že plynutí času je závislé na soustavě, v níž čas probíhá. Abychom mohli diference mezi chodem času v různých navzájem se pohybujících soustavách měřit, musíme mít nejdříve k disposici veličinu která tyto diference udá nezávisle na tom, v které soustavě je určujeme. Takovou veličinou je vlastní čas τ. Jestli pro jedny hodiny projde čas $\tau_a - \tau_b$, pak za tuto dobu naměří obecně jiné hodiny časový interval

$$\tau'_a - \tau'_b = \frac{1}{c} \int_{\tau_b}^{\tau_a} \mathrm{d}s\,, \tag{1}$$

kde integrál bereme podél světočáry s druhých hodin a kde c je rychlost světla. Protože vlastní čas je invariantní veličina, časový interval takto určený je absolutní a nezávislý na systému, v němž ho měříme.

Budeme-li určovat čas v inerciálním a nepohybujícím se systému o prostorových souřadnicích x, y, z, bude

$$\mathrm{d}s = \sqrt{\sum_{\mu=0}^{3} \sum_{\nu=0}^{3} g_{\mu\nu}\, \mathrm{d}x_\mu\, \mathrm{d}x_\nu} = \sqrt{(c\, \mathrm{d}t)^2 - (\mathrm{d}x)^2 - (\mathrm{d}y)^2 - (\mathrm{d}z)^2}\,,$$

$$\mathrm{d}s = c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\, \mathrm{d}t = c\, \mathrm{d}t \quad (\text{neboť } v = 0).$$

Odtud plyne, že

$$\mathrm{d}\tau = \frac{\mathrm{d}s}{c} = \mathrm{d}t$$

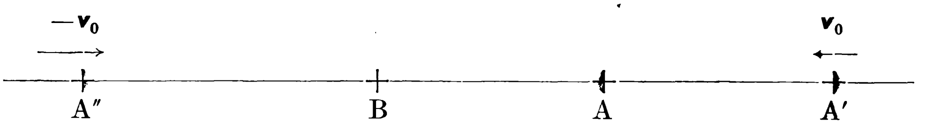
a proto vlastní čas v takovém systému je totožný s obyčejným časem t:

$$\tau_a - \tau_b = t_a - t_b\,. \tag{2}$$

V předcházejících formulích je: $g_{\mu\nu}$ metrický tensor, který má pro oblasti, kde nepůsobí gravitační pole a pro pravoúhlý systém hodnoty $g_{00} = -g_{11} = -g_{22} = -g_{33} = 1$ a $g_{\mu\nu} = 0$ pro $\mu \neq \nu$; $x_0 = ct$, $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$; v je konstantní rychlost, kterou se systém pohybuje.

Druhou nutnou podmínkou pro zjištění objektívní, reálné diference v chodu hodin pohybujících se po různých světočarách, je podmínka, že tyto světočáry se musí protnout anebo dotknout alespoň ve dvou bodech. Při prvním setkání nastavíme hodiny na stejný čas, při druhém odečteme rozdíl v časových údajích hodin.

Ukážeme nyní, že rozdíl v chodu času u soustav navzájem rovnoměrně a přímočaře se pohybujících vždy existuje, není-li jejich relativní rychlost rovna nule. K tomu, abychom to mohli ukázat, potřebujeme alespoň tři inerciální soustavy. Spojíme tyto soustavy pevně se třemi stejnými fysikálními hodinami. Hodiny A jsou v klidu v prvé soustavě, hodiny A' se pohybují vzhledem k hodinám A relatívní rychlostí $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0$ a hodiny A'' relatívní rychlostí $\mathbf{v} = -\mathbf{v}_0$ (viz obr. 1).



Obr. 1.

V okamžiku, kdy hodiny A' budou míjet hodiny A, nastaví se oboje hodiny na stejnou počáteční polohu $t = t_0 = 0$. V bodě B, v kterém se střetnou hodiny A' a A'', se nastaví hodiny A'' na čas $t'' = t'$, který v tomto bodě ukazují hodiny A'. V momentu, v kterém budou procházet hodiny A'' kolem hodin A, odečte se rozdíl v časech na obou hodinách. Hodiny A budou ukazovat v okamžiku, kdy je budou míjet hodiny A'', čas $\tau_{A''} = T$. Hodiny A'' ukazují v tomže okamžiku čas

$$(3) \quad \tau_{A''} = \int_0^{T/2} \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}\, \mathrm{d}t + \int_{T/2}^{T} \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}\, \mathrm{d}t\,, \quad \tau_{A''} = \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}\, T\,,$$

a tedy rozdíl obou časů je

$$(4) \qquad \Delta\tau = \tau_A - \tau_{A''} = \left(1 - \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}\right) T > 0\,.$$

Tato hodnota je invariantní veličinou, je vždy kladná a nezávisí na tom, v které soustavě jí počítáme. Pro rychlosti $v_0 \ll c$ je

$$(5) \qquad \Delta\tau \approx \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{c^2}\,\mathrm{T}$$

a naopak pro rychlosti $v_0 \sim c$ je

$$(6) \qquad \Delta\tau \sim T\,.$$

Z posledního vztahu vyplývá, že čas v inerciálních soustavách, pohybujících se vůči klidné soustavě rychlostmi blízkými rychlosti světla, teče neobyčejně pomalu. Zde pramení uvedené úvahy o možnosti dosáhnout za jediný lidský život prakticky nekonečně vzdálené oblasti vesmíru. Tato aplikace vztahu (6) je však nepřípustná. V žádném reálném případě nemůže raketa napodobit proces, jimž jsme se zabývali. Ve skutečnosti bude nutno nejdříve raketu urychlit, na konci dráhy obrátit a při přistání zpomalit. Raketa tak bude po jistou dobu letu nebo i po celou dobu letu vykonávat pohyb nerovnoměrný. Zvolíme-li idealisovaný případ, můžeme odhadnout vliv nerovnoměrného pohybu na průběh času v raketě.

Průběh času v raketách, které se nepohybují rovnoměrně

Vzorec (1) udávající časový interval pro pohybující se hodiny

$$\tau'_a - \tau'_b = \frac{1}{c}\int_{\tau_b}^{\tau_a} \mathrm{d}s$$

můžeme použít v každém případě. Pod elementem světočáry ds rozumíme veličinu, jejíž kvadrát

$$\mathrm{d}s^2 = \sum_{\mu=0}^{3}\sum_{\nu=0}^{3} g_{\mu\nu}\,\mathrm{d}x_\mu\,\mathrm{d}x_\nu$$

udává metriku prostoru a času pro daný fysikální případ. Obecně jsou složky metrického tensoru $g_{\mu\nu}$ funkcemi čtyř souřadnic x_μ, ($\mu = 0, 1, 2, 3$).

V dalším budeme uvažovat idealisovaný jednorozměrný případ, v němž z inerciální soustavy je vypuštěna raketa. Tato raketa ze začátku vykonává pohyb rovnoměrně zrychlený až do doby, než dosáhne předepsané maximální rychlosti v_0, jistou dobu na této rychlosti setrvá, pak je zpomalována tak dlouho, až se zastaví v maximální vzdálenosti od místa vypálení. Z bodu obratu se pak stejným způsobem vrací zpět.

V oblasti, kde se raketa urychluje nebo zpomaluje, můžeme zrychlení podle principu ekvivalence nahradit ,,ekvivalentním" gravitačním polem. Učiníme-li to, můžeme element světočáry psát velmi přibližně ve tvaru (viz např. [4]):

$$\mathrm{d}s = c\sqrt{\left(1 + \frac{2U}{c^2}\right) - \left(1 - \frac{2U}{c^2}\right)\frac{v^2}{c^2}}\,\mathrm{d}t\,,$$

kde U je potenciál rakety a v její rychlost, která je obecně proměnná. Všechny tyto veličiny udáváme v nepohybující se inerciální soustavě. Umístíme-li do rakety stejné hodiny, jaké použijeme k měření času v klidové soustavě, udají tyto hodiny po návratu rakety čas

$$\tau_r = \int_0^T \sqrt{\left(1 + \frac{2U}{c^2}\right) - \left(1 - \frac{2U}{c^2}\right)\frac{v^2}{c^2}}\,\mathrm{d}t\,, \tag{7}$$

zatím co hodiny v klidové soustavě ukazují čas T, neboť pro tyto hodiny $U = 0$, $v = 0$ a tedy $\tau_k = \int_0^T \mathrm{d}t = T$.

Abychom mohli integrál (7) vypočítat, musíme vyjádřit U a v jako funkce času. K tomu potřebujeme vyřešit pohybovou rovnici pro raketu. Protože nás budou zajímat nejen malé ale i velké rychlosti, budeme řešit relativistickou rovnici pohybu. Případ, který máme na mysli, je symetrický, proto můžeme řešit pohybovou rovnici pro toto schéma: Raketa proletí v čase $t = t_0 = 0$ bodem $x = x_0 = 0$ klidové soustavy rychlostí v_0, v bodě $x = x_1$ a čase $t = t_1$ začne na ni působit konstantní síla se zrychlením $-a$, tato síla bude působit tak dlouho, až raketu zastaví a potom urychlí na rychlost $-v_0$, této rychlosti dosáhne raketa zřejmě v bodě x_1 a v pozdějším čase $t = t_2$, v čase $T/2$ projde raketa opět bodem $x = x_0 = 0$ s rychlostí $-v_0$. Potřebné veličiny pro celý okruh dostaneme, vynásobíme-li získané výsledky dvěma.

Pohybová rovnice zní

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = -a\,, \tag{8}$$

sílu — totožnou zde se zrychlením — odvodíme z potenciálu U:

$$-a = -\frac{\partial U}{\partial x}\,, \quad U = 0 \ \text{pro}\ 0 \leqq x \leqq x_1\,, \quad U = -a(x_1 - x) \ \text{pro}\ x > x_1\,.$$

Zavedeme-li ještě bezrozměrnou veličinu

$$\gamma = \frac{\frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\,, \tag{9}$$

bude řešení pohybových rovnic znít:

Pro

$$0 \leqq x \leqq x_1 \quad \text{a} \quad 0 \leqq t \leqq t_1 \quad x = v_0 t \, .$$

Pro

$$x > x_1 \quad \text{a} \quad t_1 < t < t_2$$

(10) $$x = x_1 + \frac{c^2}{a} \left(\sqrt{1 + \gamma_0^2} - \sqrt{1 + \gamma^2}\right),$$

(11) $$\gamma = \gamma_0 - \frac{a}{c}(t - t_1)\,,$$

kde $$\gamma_0 = \gamma(v_0)\,, \quad x_1 = v_0 t_1\,.$$

Maximální vzdálenost, kterou raketa dosáhne, bude

(12) $$x_{max} = x_1 + \frac{c^2}{a}\left(\sqrt{1 + \gamma_0^2} - 1\right)$$

a doba trvání pohybu rovnoměrně zrychleného bude

(13) $$t^*/_2 = t_2 - t_1 = \frac{2c}{a}\gamma_0\,.$$

Poněvadž $t_2 + t_1 = \frac{T}{2}$, můžeme z posledních dvou rovnic určit dobu t_1 a upravit výraz pro maximální vzdálenost na tvar

(14) $$x_{max} = \frac{c}{\sqrt{1 + \gamma_0^2}}\left(\frac{1}{2}\gamma_0 \cdot \frac{T}{2} + \frac{c}{a}\right) - \frac{c^2}{a}\,.$$

Pomocí rovnice (10) určíme potenciál jako funkci γ. Pro výpočet integrálu (7) je výhodné zavést tuto veličinu jako integrační proměnnou. Z rovnice (11) plyne, že

$$d\gamma = -\frac{a}{c}\,dt\,, \qquad dt = -\frac{c}{a}\,d\gamma\,.$$

Čas, který budou ukazovat hodiny v raketě po návratu do bodu $x = 0$, nařídili-li jsme při prvním průletu rakety bodem $x = 0$ hodiny v raketě i v klidové soustavě na stejný počáteční časový údaj $t = 0$, bude

(15) $$\tau_r = \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}} \cdot \frac{T}{2} + $$
$$+ \frac{t^*}{2}\left[\frac{1}{\gamma_0}\int_0^{\gamma_0} \sqrt{\frac{1 + 2(1 + 2\gamma^2)\left(\sqrt{1 + \gamma_0^2} - \sqrt{1 + \gamma^2}\right)}{1 + \gamma^2}}\,d\gamma - \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}\,\right].$$

Zde jsme použili rovnice (13) k odstranění poměru c/a.

Přejdeme-li nyní k celému okruhu, budeme mít místo rovnice (14) pro maximální vzdálenost, kterou dosáhne raketa, výraz

(16) $$x_{max} = \frac{c}{\sqrt{1 + \gamma_0^2}}\left(\frac{1}{2}\gamma_0 T + \frac{2c}{a}\right) - \frac{2c^2}{a}\,,$$

a pro dobu, která uplyne v raketě od startu k přistání

$$\tau_r = \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}\, T + t^* \left[\frac{1}{\gamma_0} \int_0^{\gamma_0} \sqrt{\frac{1 + 2(1 + 2\gamma^2)(\sqrt{1 + \gamma_0^2} - \sqrt{1 + \gamma^2})}{1 + \gamma^2}}\, d\gamma - \right.$$

$$\left. - \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}\right]. \tag{17}$$

V klidové soustavě zatím uplyne doba $\tau_k = T$. Rozdíl obou časů je

$$\Delta\tau = \tau_k - \tau_r = \left(1 - \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}\right) \mathrm{T} - t^* \left(\frac{1}{\gamma_0} J - \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}\right). \tag{18}$$

První člen odpovídá známému prodloužení času způsobenému rovnoměrným pohybem, druhý člen representuje vliv nerovnoměrného pohybu a je přímo úměrný době jeho trvání. V tomto případě, jak vidíme, nebude již obecně $\Delta\tau > 0$, jak tomu bylo u soustav inerciálních. Zavedeme-li do výrazu (18) důsledně veličinu γ a za t^* z výrazu (13) znovu $\frac{Uc}{a}\gamma_0$, dostaneme konečně

$$\Delta\tau = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma_0^2}}\right) T - \frac{Uc}{a} \left(J - \frac{\gamma_0}{\sqrt{1 + \gamma_0^2}}\right), \tag{19}$$

kde

$$J = \int_0^{\gamma_0} \sqrt{\frac{1 + 2(1 + 2\gamma^2)(\sqrt{1 + \gamma_0^2} - \sqrt{1 + \gamma^2})}{1 + \gamma^2}}\, d\gamma . \tag{20}$$

Integrál J se musí počítat numericky.

a) Řešení pro malé rychlosti

Nepoletí-li raketa rychlostí větší než $v_0 = c/10$, můžeme v integrálu (20) rozvinout výrazy pod odmocninami podle mocnin γ a integrál snadno vypočítat, omezíme-li se na konečný počet členů. Zanedbáme-li všechny členy vyššího než třetího řádu, dostaneme

$$J = \gamma_0 \left(1 + \frac{1}{6} \gamma_0^2\right); \quad \gamma_0 \approx \frac{v_0}{c},$$

a tedy

$$\Delta\tau \approx \gamma_0^2 \left(\frac{1}{2} T - \frac{8}{3} \frac{c}{a} \gamma_0\right) \approx \frac{v_0^2}{c^2} \left(\frac{1}{2} T - \frac{8}{3} \frac{v_0}{a}\right). \tag{21}$$

Druhý člen ve výrazu (21) je pro nepříliš malá zrychlení a dobu T řádově rovnou jednomu roku zanedbatelně malý a proto pro tento případ platí

$$\Delta\tau \approx \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{c^2} T \geqq 0 . \tag{21'}$$

Při tom raketa dosáhne ve stejném přiblížení maximální vzdálenosti

$$x_{max} \approx \frac{1}{2} \frac{v_0}{c} T . \tag{22}$$

Za uvedených předpokladů dojde v raketě k prakticky stejné dilataci času jako u pohybu rovnoměrného. Tento výsledek však nyní platí pouze pro malé rychlosti, $v_0 \leqq 0{,}1c$. Protože rozdíl obou časů $\Delta\tau$ je úměrný druhé mocnině v_0/c, je časový zisk v raketě i pro doby letu řádově rovné několika desítkám let malý — pro rychlost $v_0 = 0{,}1c$ a dobu letu $T = 50$ let činí $\Delta\tau \sim 3$ měsíce.

b) Řešení pro veliké rychlosti

Má-li se raketa urychlit na rychlost blízkou rychlosti světla, bude muset po dlouhou dobu setrvávat v pohybu zrychleném, aby dosáhla tak vysoké rychlosti. To plyne z rovnice (13), podle níž celková doba nerovnoměrného pohybu $t^* = \frac{4c}{a} \gamma_0 \to \infty$, neboť pro $v_0 \to c$ $\gamma_0 \to \infty$.

Uvažujme extrémní případ, kdy raketa bude po celou dobu letu v pohybu zrychleném a kdy její rychlost v bude blízká rychlosti světla c, tj. kdy $\gamma_0 \gg 1$. Jak uvidíme dále, lze integrál J jako funkci γ_0 aproximovat pro $\gamma_0 \geqq 1$ dosti dobře výrazem

$$J \approx \gamma_0^{1{,}6} . \tag{23}$$

Celková doba letu je rovna podle předpokladu celkové době nerovnoměrného pohybu

$$T = t^* = \frac{4c}{a} \gamma_0 . \tag{24}$$

Dosadíme-li výrazy (23) a (24) do rovnice (19), dostaneme pro $\gamma_0 \gg 1$

$$\Delta\tau \approx \left(1 - \frac{1}{\gamma_0}\right) T - \frac{T}{\gamma_0} \left((\gamma_0^{1{,}6} - 1\right) , \tag{25}$$

$$\Delta\tau \approx (1 - \gamma_0^{0{,}6})\, T < 0 .$$

V tomto extrémním případě nedojde k dilataci, ale naopak ke kontrakci času. Čas v raketě bude plynout rychleji než v klidové soustavě. Při tom raketa dosáhne maximální vzdálenosti $x_{max} \sim \frac{1}{2} cT$. Tento výsledek je ve zřejmém protikladu se všemi úvahami o možnosti dosáhnout velikých vzdáleností za jediný lidský život.

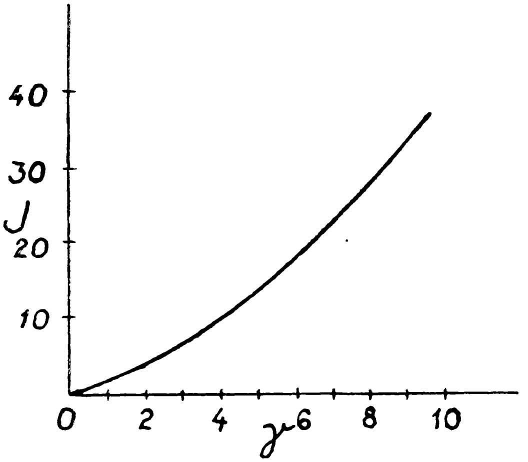
c) Obecné řešení

V obecném případě musíme numericky integrovat integrál J v (20). Výsledek této integrace je uveden v tabulce I, a v grafu (obr. 2), kde je J naneseno jako funkce γ_0. V tabulce I, je udána také závislost γ_0 na maximální rychlosti v_0, kterou raketa dosáhne.

Tabulka I

γ_0	v_0/c	J
0,0	0,0	0,0
0,1	0,0995	0,1002
0,5	0,4472	0,5210
1,0	0,7071	1,166
5,0	0,9802	13,32
10,0	0,9950	39,56

Snadno si můžeme ověřit, že v intervalu (1,10) je $J \approx \gamma_0^{1,6}$. Při $\gamma_0 = 10$ je prakticky již dosažena rychlost světla. V reálném případě nebude mít ani význam pokusit se nabýt tak velikých rychlostí, protože k jejich dosažení bude třeba dodat raketě ohromná množství energie.



Obr. 2.

Důležitým faktorem v uvedených rovnicích je zrychlení a. To nesmí být příliš malé, neboť v tom případě by raketa dosáhla teprve po velmi dlouhé době dostatečně vysoké rychlosti, na druhé straně z biologických důvodů — máme-li na mysli lidskou posádku v raketě — nemůže být o mnoho větší než zemské zrychlení g. V dalších výpočtech volíme $a = 951 \text{ cm sec}^{-2}$. Pro tuto hodnotu totiž je $\dfrac{c}{a} = 1$ roku.

V tabulce II je uveden případ, kdy v klidové soustavě uběhne 20 let od startu rakety do jejího návratu; v prvním sloupci je uvedeno γ_0, v druhém poměr v_0/c, ve třetím celková doba nerovnoměrného pohybu t^* v létech, ve čtvrtém maximální vzdálenost ve světelných létech, v posledním sloupci je $\Delta\tau$ v létech.

Tabulka II

γ_0	v_0/c	t^*	$x_{\max}$	$\Delta\tau$
0,1	0,0995	0,4	0,985	0,0965
0,5	0,447	2	4,26	1,89
1	0,707	4	6,49	4,22
5	0,980	20	8,19	$-33,1$

Z počátku nastává jistá dilatace času, která dosáhne maxima $\Delta\tau \sim 4$, pro velké rychlosti však dostáváme značnou kontrakci času v raketě.

V tabulce III jsou uvedeny tytéž hodnoty jako výše, avšak pro dobu 40 let, která uplynula v klidové soustavě od startu do přistání rakety.

Tabulka III

γ_0	v_0/c	t^*	$x_{\max}$	$\Delta\tau$
0,1	0,0995	0,4	1,98	0,196
0,5	0,447	2	8,73	4,00
1	0,707	4	13,76	10,1
5	0,980	20	18,00	− 17,2
10	0,995	40	19,10	−118

Rychlost $v_0 \sim 200\,000$ km/sec se v těchto dvou případech jeví být nejvýhodnější pro dloudobé lety. Zhruba při této rychlosti dochází totiž k maximální dilataci času. Tabulky II a III jsou charakteristické i pro všechny další případy.

Poměr kontrakce a dilatace se ovšem mění s celkovou dobou letu rakety při dané konstantní rychlosti v_0. Má-li raketa dosáhnout např. rychlosti $v_0 = 0{,}707c$ musí být na cestě alespoň 4 léta (viz třetí sloupec tab. II a III). Vrátí-li se po 4 létech, dojde v ní ke kontrakci času, neboť $T = t^* = 4\dfrac{c}{a}\gamma_0$ a tedy $\Delta\tau = 4\dfrac{c}{a}(\gamma_0 - J) \approx -\frac{2}{3}$ roku. Obecně bude $\Delta\tau$ pro $v_0 = 0{,}707c$ dáno pro dobu letu $T \geqq t^*$ podle (19) rovnicí

$$\Delta\tau = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) T - 4\frac{c}{a}\left(1{,}167 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right),$$

$$\Delta\tau = 0{,}2929\, T - 1{,}835 \quad \text{(roků)}\,,$$

což je lineární funkce celkové doby letu T. Bude-li doba letu T (při pevném γ_0) dostatečně dlouhá, dojde vždy k dilataci času v raketě tehdy, když první člen v poslední rovnici převýší druhý. Bude-li raketa na cestě 50 let měřených v klidové soustavě, bude $\Delta\tau \approx 12{,}8$ roků, tj. v raketě uplyne pouze 37,2 roků.

Závěr

Výsledky, které jsme získali, ukazují, že v raketách může dojít jak ke zpomalení chodu času tak k jeho zrychlení. Otázkou je, jak dalece se můžeme spolehnout na tento resultát jako na platný i pro skutečné rakety vyslané se Země do vesmíru. Je ho jistě třeba považovat pouze za přibližný — orientační. Země předně není inerciální soustava. Za druhé na chod hodin v raketě nebude působit jen „ekvivalentní" pole dané zrychlením rakety, ale i skutečné gravitační pole. Konečně raketa se nebude pohybovat rovnoměrně zrychleně a kromě toho se nebude pohybovat po přímce.

Podstatné je, že k dilataci času může dojít. Tato dilatace nebude však nikdy tak velká jako u soustav inerciálních. Relativně velká dilatace bude vykoupena buď tím, že rychlost rahety nebude blízká rychlosti světla, což značně omezí dolet rakety, nebo tím, že raketa bude na cestě relativně velmi dlouhou dobu měřenou v pozemských měřítkách. Ani v jednom případě nebude však možné realisovat exkursi do velmi vzdálených oblastí vesmíru za dobu jednoho života členů posádky kosmické rakety.

Literatura

[1] M. Born: Phys. Bl. 14, 207 (1957), v ruském překladu v UFN LXIX, 105 (1959).
[2] C. B. Leffert, T. M. Donahue: Amer. Journ. of Phys. 26, 515 (1958), v ruském překladu v UFN LXIX, 111 (1959).
[3] citace viz v [1] a v H. Dingle, Nature 177, 782 (1957).
[4] V. A. Fok: *Teorie prostoru, času a tíže,* rusky, Moskva 1956.