

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Recense

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 1 (1956), No. 1, 123--131

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/137255>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1956

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

RECESE

K. P. JAKOVLEV

MATEMATIČESKAJA OBRABOTKA REZULTATOV IZMERENIJ

(Matematické zpracování výsledků měření),
2. vydání, Gostėchizdat 1953

Usp. mat. nauk, sv. X (1955), č. 2, str. 231—237.

Kniha pojednává o některých důležitých otázkách matematického zpracování výsledků měření: o odhadech chyb při různých přibližných výpočtech, o základech teorie chyb měření, o grafických a početních metodách analýzy výsledků měření, o volbě empirických formulí. Rozbor těchto otázek je ilustrován mnoha příklady fyzikálních měření spolu s některými důležitými praktickými pokyny, svědčícími o velkých autorových zkušenostech.

S vědeckého a methodického hlediska má však recenzovaná kniha vážné nedostatky, které mohou desorientovat čtenáře, neznající skutečnou podstatu věci.

Základní nedostatek knihy tkví v tom, že nepoužívá pro řešení úloh teorie chyb měření současného theoreticko-pravděpodobnostního postupu, což se hlavně projevuje v prvních pěti kapitolách knihy. Při rozboru jednotlivých příkladů jsou často zaměněny obecné definice, což vede autora k řadě nesprávných tvrzení. Také v užití tak základních pojmů matematické analýzy, jako jsou nekonečně malé veličiny, diferenciál atd., se vyskytují hrubé chyby.

Kapitola I. seznamuje čtenáře s pojmem přibližné hodnoty veličiny a obsahuje definice absolutních a relativních chyb přibližných hodnot. V této kapitole jsou uvedeny pojmy systematických a náhodných chyb měření.

Autor definuje absolutní chybu jako rozdíl $\varepsilon = X - A$ mezi správnou (X) a přibližnou (A) hodnotou určité veličiny a zabývá se rozsáhle nepotřebnými úvahami o znaménku této chyby, vůbec se však nezabývá velmi důležitou otázkou odhadu absolutní velikosti chyby. Kromě toho autor vyjadřuje přibližné hodnoty ve tvaru $X = A \pm \varepsilon$, při čemž smysl veli-

činy ε se v průběhu knihy bez upozornění několikrát mění. Tak na str. 62—65 značí ε mezní absolutní chybu a na str. 195—199 průměrnou čtvercovou chybu (rozptyl) a dokonce též pravděpodobnou chybu. Takovéto vyjadřování přibližných čísel je nepřijatelné.

Je třeba poznamenat, že autor ve formulích chyb všude používá obou znamének, a to i tam, kde to nemá žádný smysl, na př.

$$\sigma = \pm \frac{1}{h\sqrt{2}} \quad (\text{str. 180}),$$

$$\varepsilon_{pr} = \pm (|\varepsilon_1| + |\varepsilon_2|) \quad (\text{str. 63}),$$

$$y \pm dy = f(x \pm dx) \quad (\text{str. 85}).$$

V knize není jasno, na kolik míst se má vyčíslit přibližná hodnota čísel. Tak na str. 34 autor klade důraz na to, že „v přibližných číslech musí být všechny cifry správné s výjimkou poslední“ (roztřídění autorovo). Na str. 40 udává autor z hodnot čísel zaokrouhlených na jedno místo a z jejich absolutní chyby relativní chybu takto:

$$\delta_{pr} = \pm \frac{5 \cdot 10^{-4}}{4} = \pm 0,000125;$$

na str. 195 autor zaokrouhluje chyby na jedno místo a v jejich čtvercích (nalezených na základě jednoho místa!) ponechává dvě místa, atd.

Ne dost jasně jsou také definice pojmů správného místa čísla a mezní chyby čísla v kapitole I.

Kapitola II. má název: „Základní (!) aritmetické operace s přibližnými hodnotami čísel (!)“. V této kapitole se podrobně hovoří o absolutní a relativní chybě součtu a rozdílu, součinu a podílu, mocniny a odmocniny.

Vážné námitky lze mít proti autorovu pokusu theoreticky odůvodnit základní formule chyb výsledků aritmetických operací pomocí jim zavedeného pojmu malých veličin různých řádů. Předně autor jasně nedefinuje řád malé veličiny, což činí sporným mnohá jeho tvrzení, na př.

tvrzení o tom, že výrazy $\frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_3}$ nebo $\frac{\alpha_1 \alpha_2^2}{\alpha_3^2}$

„jsou, jak je zřejmé, malými veličinami prvního řádu“ (str. 50). Za druhé není v knize jasně uvedeno, v jakém smyslu se užívá znaménka rovnosti v přibližných formulích. Takové přibližné vztahy jako

$$\sqrt{1 + \alpha} = 1 + \frac{\alpha}{2}, \quad \sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha = \alpha,$$

$$(1 + \alpha)^n = 1 + n\alpha,$$

uvádí autor bez jakéhokoli odhadu chyby; aniž něco řekl o přesnosti podobných vztahů, užívá jich pak pro odvození formulí chyb výsledků aritmetických operací.

Nejasné formulace úloh na odhad chyb podstatně snižují hodnotu všech formulí, uvedených v této kapitole.

Nedostatky v kapitole II. jsou, jak se zdá, zřejmé i samému autorovi, v kapitole III. zaměňuje jím zavedený pojem malých veličin pojmem nekonečně malých veličin (str. 83). Možnost užití pojmu nekonečně malých veličin pro vyjádření chyb měření snaží se autor odůvodnit tím, že „na konstantní veličinu se můžeme dívat jako na zvláštní hodnotu proměnné veličiny“ (str. 84). Autorovi patrně není jasné, že pojem řádu nekonečně malých veličin se netýká jejich hodnot, nýbrž charakteru jejich proměnnosti a že se definuje jen limitním přechodem.

Za podstatný nedostatek II. a také III. kapitoly nutno pokládat také to, že tu není zmínka o pravděpodobnostní metodě odhadu chyby, ačkoli již v kapitole I. byl zaveden pojem náhodných chyb měření.

Některé drobnější nedostatky kapitoly II.:

a) Mnoho formulací je nepřesných, na př. na str. 55 se říká, že ve výrazu

$$\beta_{AI} = (0,714 \pm 0,003) \cdot 10^{-4} \operatorname{grad}^{-1}$$

„jako dříve prvních šest (!) míst můžeme považovat za správná, avšak poslední sedmé je nezaručené“.

b) V jednotlivých případech zaokrouhluje autor absolutní chybu čísla na menší stranu a nepřihlíží k chybě zaokrouhlení čísla samého. Na př. na str. 62 zapisuje autor hodnotu $R = 11353,93$ s chybou $\varepsilon = 1,13$ ve tvaru $R = 11354 \pm 1$.

V kapitole III. jsou odvozeny formule chyb přibližných hodnot funkcí jedné a několika proměnných. Odvození těchto formulí nazývá autor „obecnou matematickou teorií chyb“ (str. 83), ačkoli toto odvození se liší od odvození formulí kapitoly II. jen v zřejmějším použití pojmu diferenciálu funkce.

Diferenciálu funkce se v kapitole III. používá matematicky nesprávně. Autor směšuje pojmy přírůstek funkce a její diferenciál (str. 83—99), pojmy spojitá funkce a funkce, mající derivaci (tamtéž). Z této příčiny se patrně v celé knize uvažují pouze lineární chyby a nemluví se vůbec o odhadu chyb.

Dále místo toho, aby autor použil přímo definice diferenciálu, používá Taylorovy formule, kterou píše v naprosto nepřijatelném tvaru (str. 86):

$$y \pm dy = f(x) \pm dx f'(x) + \frac{(dx)^2}{2} f''(x) \pm \frac{(dx)^3}{2 \cdot 3} f'''(x) + \dots$$

a analogicky pro dvě nezávisle proměnné (str. 87).

Přitom autor zvlášť ukazuje, že u funkce f se předpokládá pouze spojitost (!) a poté zanedbává nekonečně malé veličiny druhého a vyšších řádů „podle obecného pravidla přibližných výpočtů“, uvedeného v kap. II. pro malé veličiny. K tomu ještě jsou formulace základních pravidel komplikované a nepřesné (viz str. 88 a dále).

Je naprosto nepochopitelné, proč autor spojuje v jeden paragraf funkce jedné a dvou nezávisle proměnných a „chyby funkcí několika nezávislých proměnných“ zpracovává v samostatný paragraf (§ 3, str. 98).

Z rozboru devíti (!) příkladů téhož typu tvaru

$$y = c x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n}, \quad (1)$$

dělá autor chybně obecný závěr, že je vždy jednodušší vyčíslit relativní chybu funkce než absolutní. V téže kapitole III. formuluje autor základní úlohy teorie chyb, které v knize uvádí takto:

1. „výpočet chyb funkce, jsou-li známy chyby jejich argumentů a tvar funkční závislosti“.

2. „výpočet chyb argumentů, jsou-li známy chyby funkce a tvar funkční závislosti“.

3. „nalezení nejvýhodnějších podmínek měření, t. j. takových podmínek, při nichž chyba funkce je nejmenší“ (str. 84—85).

Je třeba poukázat na to, že autorovo pojetí základních úloh teorie chyb se

rozchází s obecně přijatým (srovnej na př. knihu V. I. Romanovského „Základní úlohy teorie chyb“, Gostěchizdat 1947) a dále na zcela nejasnou formulaci třetí úlohy.

Při řešení druhé úlohy se autor omezuje na případ funkční závislosti tvaru (1), aniž na to někde poukázal. Tento případ je rozebrán velmi podrobně a ilustrován čtyřmi příklady. Rozbor příkladů je doplněn řadou důležitých poznámek o kritickém odhadu měřicích method s hlediska přesnosti vyčíslení jednotlivých prvků formule. Je škoda, že se autor omezuje na methodu stejných vlivů.

Třetí úlohu řeší autor jen pro funkce jedné proměnné, při čemž zde směšuje pojem minima funkce a nejmenší hodnoty funkce v určitém intervalu (str. 120—121).

Kapitola IV. má název „Zákon normálního rozdělení náhodných chyb“. V této kapitole jsou úplně nesprávně vysvětleny základní pojmy teorie pravděpodobnosti a teorie náhodných chyb. V krátké recenzi není možno vypočítat všechny nedostatky této kapitoly. Uvedeme nejdůležitější.

1. V § 2 autor nesprávně definuje pravděpodobnost náhodného jevu. Omezuje se na klasickou definici pravděpodobnosti, opomíjí však pro tuto definici nejdůležitější požadavek stejné možnosti všech případů, při čemž cílem je použití formule $P = \frac{n}{N}$ (str. 131) pro náhodné chyby, což je naprosto nemožné.

2. V § 4 autor říká, že náhodné chyby jsou jevy jediné možné, navzájem se vylučující a nezávislé. Úvahy, kterými autor podporuje toto tvrzení, nesouhlasí ani s autorovými definicemi ani s definicemi obecně používanými. Kromě toho tyto úvahy nikterak nepodporují závěr o upotřebitelnosti teorie pravděpodobnosti při zkoumání náhodných chyb měření.

3. V § 5 se autor pokouší odůvodnit použití normálního zákona rozdělení v teorii chyb naprosto nevhodnými prostředky. Místo odkazu na centrální limitní větu teorie pravděpodobnosti používá autor analogie (!) s teorií rozptylu střel a předpokladu o monotonnosti a symetrie zákona rozdělení chyb, i když jak známo z tohoto předpokladu nevyplývá normalita zákona rozdělení. Kromě toho směšuje autor v tomto paragrafu pojmy četnosti a pravděpodobnosti.

4. V příloze uvedená tabulka 3 pravděpodobnostního integrálu je nevhodná pro praktické použití při řešení úloh teorie chyb (udává pět desetinných míst pro hodnoty argumentu menší než jedna

a neobsahuje hodnoty integrálu pro hodnoty argumentu větší než jednotka).

V kapitole V. se pojednává o různých ukazatelích přesnosti měření a stanovují se vztahy mezi nimi. V § 1 z normálního zákona rozdělení náhodných chyb se vyvozuje postulát o aritmetickém průměru pro stejně přesná měření. Autorovo odvození je nepřesné, neboť náhodné chyby jsou smíšeny s ostatními. V následujících paragrafech jsou odvozeny různé formule pro míry přesnosti, průměrná čtvercová chyba, průměrná absolutní chyba a pravděpodobná chyba.

Definice průměrné čtvercové chyby je udána nepřesně, bez pojmu matematické naděje. Autor všude směšuje skutečné hodnoty parametrů rozdělení náhodných chyb s jejich empirickými hodnotami a tím vzniká nesprávný výklad základních formulí (viz str. 173—177).

Pojem intervalových odhadů v knize chybí. Místo toho je uveden na str. 194 naprosto nepřijatelný vztah

$$A = \frac{\Sigma a}{n} \pm \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\Sigma q^2}{n(n-1)}}$$

$$\text{kde } q_k = \frac{\Sigma a}{n} - a_k;$$

takového záznamu výsledků se používá i v příkladech (viz str. 195—199).

Přiblížení aritmetického průměru výsledků měření ke skutečné hodnotě měřené veličiny se autor pokouší určit pomocí naprosto nesprávné úvahy o malých hodnotách součtu náhodných chyb (str. 171), místo aby se prostě odvolal na zákon velkých čísel.

Uvedme ještě několik drobnějších nedostatků.

a) Na str. 175—177 při hledání pravděpodobné chyby q z rovnice

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^h e^{-z^2} dz = \frac{1}{2},$$

se autor zabývá rozkladem v mocninou řadu a odvolává se na přibližné řešení získané rovnice jedenáctého (!) stupně, místo aby použil tabulky pravděpodobnostního integrálu, uvedené v příloze 3.

b) Na str. 185—187 je nesprávné odvození výrazu pro rozptyl součtu.

c) Při řešení příkladů neuvádí autor nejvýhodnější methody výpočtu aritmetických průměrů a středních kvadratických chyb. Při řešení těchto příkladů nejsou dodržena pravidla přibližných výpočtů.

Kapitola VI. je věnována výkladu základních způsobů grafické analýsy výsledků měření. Výklad je zde značně jasnější, než je tomu v ostatních kapitolách knihy.

V § 1 jsou probrány různé metody grafického zobrazení výsledků měření a jsou uvedeny důležité praktické návody pro sestavení grafů. V § 2 jsou vyloženy metody grafické derivace a integrace. V §§ 3 a 4 jsou probrány pojmy funkčních stupnic a jejich použití. V §§ 5 a 6 jsou krátké úvahy o použití funkčních souřadnicových grafických papírů, zejména pro transformace křivky na přímku. Škoda, že v této kapitole je tak málo příkladů.

Kapitola VII. obsahuje některé úvahy ze základů nomografie. Autor se omezuje na popis dvou druhů nomogramů: průsečíkových nomogramů (§ 2) a některých nomogramů spojnicových (§ 3 a § 4). Nezřetelnost ve výkladu materiálu a ve formulaci základních úloh je na překážku získání jasné představy o významu nomografických method. Tato nezřetelnost se projevuje též ve vyjadřování, na př. na str. 247 čteme:

„Výpočet těchto modulů se provede na základě rovnic (6'), vezmeme-li (!) v úvahu hranice měnlivosti argumentů x_1 a x_3 a zvolíme-li (!) předem určenou délku stupnic.“

Základním nedostatkem této kapitoly je to, že zde chybí jakýkoli odkaz na projektivní zobrazení nomogramů na tvar, vhodný pro praktické výpočty. Bez takového zobrazení nelze zajistit dostatečnou přesnost nomogramů, zvláště ne nomogramů spojnicových.

V kapitole není nic řečeno o podmínkách, za nichž je možno nomogramy sestavit, ani o výběru tvaru nomogramů.

Kapitola VIII. obsahuje některé úvahy o interpolaci. Jsou zde rozebírány otázky lineární interpolace, je uvedena první interpolační formule Newtonova pro ekvidistantní hodnoty argumentu a odpovídající formule pro neekvidistantní hodnoty argumentu; jiné interpolační formule již autor neuvádí.

Nejsou uvedeny žádné odhady chyb interpolačních formulí, neuspokojivý je výklad o přípustnosti lineární nebo parabolické interpolace. Úvahy o přesnosti interpolačních formulí jsou nepřesné nebo vůbec nesprávné.

Uvedeme příklad takových úvah na str. 290: *„Máme-li dostatečně vážné důvody předpokládat, že nějaký fyzikální proces, odpovídající funkci $f(x)$, má spojitý charakter, potom záměnu funkce $f(x)$ mnohočlenem můžeme považovat za dostatečně odůvodněnou, přitom však je třeba mít na zřeteli, že v daném intervalu hodnot x řada,*

kteřou dostaneme, musí být konvergentní. Poslední podmínku lze považovat za zřejmou: interpolační řady mají vždy omezený počet členů a absolutní hodnota po sobě jdoucích členů se postupně zmenšuje.“

Zde je vše nesprávné, počínaje požadavkem všeptosti a konče tvrzením o klesání členů interpolačních formulí.

Dále autor tvrdí, že přibližná hodnota chyby interpolace „se určí velikostí prvního ze zanedbaných členů interpolační řady“ (str. 291). To zdaleka vždy neplatí a v každém případě je zapotřebí zpřesnění. Nesprávné názory autora na přesnost interpolačních formulí se projevují i v příkladech, kde ve výsledku výpočtů je ponecháno více členů než ve výchozí tabulce (str. 283).

Řada nepřesných a nejasných formulací je i v odvození základních interpolačních formulí. Na př. na str. 262 autor „odvodí“ vztah $x = x_0 + mh$, kterým je ylastně určeno m a poté téhož písmene m používá jak pro označení nové proměnné $\frac{x - x_0}{h}$, tak pro označení počtu daných bodů a též pro označení libovolného bodu.

Tvrzení o konstantní hodnotě diferencí řádu n pro mnohočleny stupně n autor nesprávně obrací: *„Je-li dána řada hodnot x a y , potom, vypočteme-li tabulku diferencí a najdeme-li, že diference některého řádu, na př. k , se ukazují být konstantními, potom je možno tvrdit, že funkční závislost y na x v daném případě může být vyjádřena ve tvaru mnohočleny stupně k “* (str. 226).

V kapitole IX. jsou vyloženy základy harmonické analýsy a příslušných číselných výpočtů. Při výkladu základů harmonické analýsy směšuje autor tři různé úlohy: rozvést funkci ve Fourierovu řadu, trigonometrickou interpolaci a nejlepší aproximaci funkce trigonometrickým polynomem methodou nejmenších čtverců.

Úloha praktické nebo číselné harmonické analýsy je autorem formulována nepřesně. Místo aby hovořil o přibližných výpočtech koeficientů Fourierovy řady nebo o přesném určení koeficientů interpolačního polynomu, hovoří autor o podmínkách, „při nichž výpočet koeficientů řady (6) se provede bez velkých nesází“ (str. 302).

Některé drobné nedostatky výkladu:

a) Na str. 296 autor prohlašuje: *„periody všech složek kmitů jsou úměrné periodě funkce“*. Toto je nesprávné: úměrné nejsou periody, nýbrž frekvence.

b) Na str. 316 je obr. 50, neodpovídající výpočtu v textu.

c) V § 4 uvádí autor dva naprosto podobné příklady výpočtu koeficientů, což je zbytečné.

Kapitola X. „Empirické formule“. V § 1 místo zřetelné formulace dvou úloh: o výběru tvaru formule a o nalezení jejich koeficientů (parametrů), dávajících nejlepší (v určitém smyslu) aproximaci, je řada obširných obecných poznámek, které nepomohou objasnit podstatu otázky. Vyskytují se zde též dvě hrubé chyby v otázce aproximace funkcí pomocí mnohočlenů.

Především autor tvrdí, že mnohočlen aproximující funkci $f(x)$, „přestavuje součet prvních $m + 1$ členů rozvoje funkce $f(x)$ v nekonečnou mocninou řadu v x “ (str. 330).

Za druhé autor tvrdí, že „takový rozvoj je možný pro všechny spojitě (!) funkce“ (tamtéž) a z tohoto nesprávného tvrzení činí neodůvodněný závěr o možnosti výběru empirických formulí ve tvaru mnohočlenů.

V § 2 se mluví o grafických metodách vyrovnávání. Tento paragraf neobsahuje nic nového ve srovnání s kapitolou VI. kromě několika příkladů a termínu „vyrovnávání“ místo „zobrazení ve tvaru přímky“. Tvrzení autora o možnosti vyrovnání libovolné závislosti mezi x a y je chybné. Naprosto nepřijatelné jsou metody vyložené v § 3, kde autor navrhuje použít průměrů koeficientů interpolačních formulí.

Lépe než ostatní paragrafy této kapitoly je napsán § 4, vykládající empirickou

metodu průměrů a obsahující důležité praktické pokyny k tomu, jak této metody užívat.

Úplně špatně je vyložena metoda nejmenších čtverců. Především se autor omezuje na mnohočleny $y = B_0 + B_1x + B_2x^2 + \dots$, neukazuje, že podstata tkví v lineární závislosti na parametrech a nikoli v racionální závislosti na x . Za druhé autor uvádí dlouhé zmatené odvození normálních rovnic, které ještě nazývá „matematickým zdůvodněním“ metody nejmenších čtverců. Za třetí se autor nezmiňuje o podstatě zjednodušených schémat výpočtu, o orthogonálních Čebyševových mnohočlenech, pomocí nichž autorem uvedený příklad by mohl být vypočítán několikrát rychleji a jednodušeji. Konečně je v tomto paragrafu hodně těžkopádných a nejasných formulací, na př. popis normálních rovnic na str. 361 až 362.

Shrneme-li vše, co bylo výše řečeno, je třeba říci, že kniha K. P. Jakovleva přes to, že obsahuje některé užitečné úvahy, nemůže být vzhledem ke své vědecké a metodické úrovni doporučena ani jako učební pomůcka pro matematické zpracování výsledků měření, ani jako příručka v těchto otázkách, na což si činí autor v úvodu nárok.

L. Z. Rumšiskij
Přeložil J. Likes

VOPROSY KOSMOGONIE II

(Otázky kosmogonie II), Izdat. AN SSSR, Moskva 1954, 363 stran¹⁾

V posledních letech můžeme zaznamenat mnoho nových a závažných prací z oblasti kosmogonie. Jednak jsou to práce, týkající se vzniku a vývoje sluneční soustavy, jednak práce o vzniku a vývoji hvězd a s tím související úvahy kosmologické o struktuře vesmíru jako celku. Vedle prací výlučně kosmogonického obsahu nalézáme však velký počet výzkumů stelárně-astronomických nebo astrofyzikálních, které se přímo či nepřímo kosmogonických problémů dotýkají. Zásadou především sovětských astronomů bylo do astronomického bádání vneseno důsledné vývojové hledisko. Na rozdíl od mnohých dřívějších spekulací v oblasti kosmogonie je dnes již přirozeným požadavkem, aby kosmogonická teorie vycházela z pozorovacího materiálu, kterého je nashromážděno velmi mnoho.

V důsledku velkého rozvoje a úspěchů, dosažených sovětskou kosmogonií byla při matematicko-fyzikální sekci Akademie věd SSSR zřízena v r. 1952 komise pro kosmogonii, v čele s V. A. Ambarcumjanem, jejímiž členy jsou vedle vynikajících astronomů také někteří fyzikové a geofyzikové. Tato komise má za úkol koordinovat práce z kosmogonie a z příbuzných oblastí, zkoumat perspektivní plány prací z tohoto oboru a organizovat kritický rozbor a odhalování idealistických koncepcí v kosmogonii. Komise pro kosmogonii pořádá konference (dosud byly uspořádány čtyři kosmogonické konference za účasti domácích i zahraničních astronomů) a má svůj tiskový orgán —

¹⁾ Recenzi svazku I viz v časopise „SOVĚTSKÁ VĚDA — mat. fys. astr.“, sv. III, (1953), č. 4, str. 501 a d.

Voprosy kosmogonii, kde jsou uveřejňovány jednak původní vědecké práce, jednak ucelené přehledy pokroků v určitých odvětvích, a konečně recenze, referáty a zprávy o astronomických sjezdech a konferencích.

Ve druhém svazku sborníku *Voprosy kosmogonii* nalézáme především obsáhlou studii A. I. Lebedinského, *Hypothese o vzniku hvězd*. Autor zde shrnuje všechny své dosavadní práce z této oblasti a připojuje rovněž dílčí výsledky svého spolupracovníka L. E. Gureviče. Základní koncepcí hypotézy Lebedinského je představa, že hvězdy vznikají gravitační kondensací difusní plynné a prachové hmoty. Autor vychází z kritéria gravitační nestability, odvozeného již Jeansem, připojuje však ještě tři nová hlediska: a) Massa hvězdy musí být vždy menší než jistá kritická massa, při níž celková energie záření je rovna celkové energii plynu. V případě, že massa převyší kritickou hodnotu, hvězda se rozpadne na více složek s menšími massami. b) Autor důsledně bere v úvahu vzájemné působení hvězd a difusní hmoty, t. j. jednak vyvrhování a jednak připoutávání difusní hmoty hvězdami. c) Je přihlédnuto rovněž k vývoji hvězdných podsystemů a galaxií. Studie Lebedinského je rozdělena do čtyř kapitol. V první jsou kriticky rozebrány Jeansovy, Hoyleovy a Weizsäckerovy práce o vzniku hvězd a ukázány některé vážné nedostatky, vyplývající z idealistického a metafysického nazírání. Tyto nedostatky se autor pokouší odstranit, zdůrazňuje však, že tak široký problém, jako je vznik hvězd nelze vyčerpát v individuální práci. Jeho práce má sloužit jako podklad k diskusi a dalšímu zpracování problému, podobně jako jiné práce sovětských kosmogonů: Šmidtova teorie vzniku planetární soustavy, Ambarcumjanův objev asociací, studie Voroncova-Veljaminova o rozložení žhavých obrů, zkoumání difusních mlhovin Šajnem a Gazeovou, studie Fesenkova a Rožkovského o hvězdných fetících. Lebedinskij definuje hvězdu jako kvasistatické těleso s lokální termodynamickou rovnováhou a protohvězdu jako oblak, z něhož se hvězda vytváří. Protohvězdy na rozdíl od hvězd mohou mít nadkritické massy. Při masse řádově rovné masse Slunce přechází protohvězda do stadia hvězdy při rozměru řádově 10^3 astr. jednotek. Velikost kritické massy je podle Lebedinského nepřímo úměrná čtverci molekulární váhy. Důležité jsou dva případy: a) pro molekulární vodík kritická massa $M_c \approx 6 \odot$; massa žádné hvězdy, vznikající gravitační kondensací, nemůže překročit

tuto hodnotu, neboť při stlačení prochází protohvězda stadiem molekulárního vodíku; b) pro ionisovaný vodík kritická massa $M_c \approx 100 \odot$; tuto massu nemůže překročit vůbec žádná hvězda, zatím co hodnoty mezi M_1 a M_c mohou případně nabýt hvězdy, které již prošly molekulárním stadiem a skládají se z ionisované látky. Dále si autor všímá vzniku a vývoje Galaxie. Uvažuje o dvou možnostech: kondensace v důsledku gravitační nestability a připoutání hmoty z mezigalaktického prostoru k již se utvořivšímu jádru galaxie. Jako charakteristická vlastnost plochých soustav je zdůrazněna vločkovitá a spirální struktura na rozdíl od galaxií elipsoidálního tvaru. Otázku vzniku spirálních větví hodlá autor rozebrat v další práci. Vůči Lindbladově teorii spirální struktury uvádí několik námitek; nutno však podotknout, že se nezmiňuje o práci Lindblada a Langebartela z r. 1953, podle níž se připouští obojí smysl rotace spirál. Dále je stručně nastíněn vývoj formy galaxií. Podrobněji je tato otázka zpracována Gurevičem (viz následující práci). Ve druhé kapitole analyzuje autor podrobněji otázku vzniku a vývoje hvězd. Především se zabývá momentem hybnosti protohvězd a ukazuje, že rotační momenty protohvězd mohou značně převyšovat momenty hvězd, které z nich vzniknou. Dále je aplikována Šmidtova nerovnost (z teorie o vzniku sluneční soustavy) a ukazuje se, že během vývoje protohvězdy značná část rotačního momentu se může přeměnit v moment oběžný. K dalšímu zmenšení rotačního momentu dochází ve stadiu hvězdném v důsledku korpuskulárního záření. Autor vychází z pracovní hypotézy, že tento výron hmoty je úměrný diferenciálním rychlostem rotace a magnetickému poli hvězdy. Konečně je podán výklad vzniku obrů připoutáním mezihvězdné hmoty trpasličí hvězdou (za obry pokládá autor hvězdy, jejich massa je větší než $2-3 \odot$). Lebedinskij vychází z uspořádání mezihvězdné hmoty v oblacích a ukazuje, že připoutání je jednorázové a nikoli postupné, při průchodu mnoha oblaky, jak se domníval Hoyle. K podstatnějšímu připoutání může dojít jen za poměrně výjimečných okolností: při malé relativní rychlosti hvězdy (10^4 cm/s) a při velmi nízké teplotě mraku (pouze několik stupňů Kelvina). Podle názoru Lebedinského existují mraky dostatečně chladného plynu, obsahují-li příměs pevných částic. Třetí kapitola se týká vzniku a vývoje hvězdných soustav. Koncepce gravitační kondensace vede k vytvoření difusních zhuštěnin různých rozměrů, z nichž vznikají skupiny hvězd.

Při dalším vývoji některé hvězdy skupinu opustí a zbytek vytvoří kompaktnější a stabilní hvězdokupu. Pokud jde o vznik dvojhvězd, rozlišuje autor několik možností: soustavy s velkou vzdáleností složek vznikly vzájemným připoutáním v období vzniku složek v soustavě s rozptylem rychlostí asi 1 km/s. Těsnější soustavy mohly vzniknout ve stadiu přeměny protohvězdy ve hvězdu, jestliže massa protohvězdy byla nadkritická ($> 6 \odot$). Konečné dělením obřích hvězd s nadkritickou masou ($> 100 \odot$) vysvětluje autor vznik velmi těsných žhavých dvojhvězd. Obří dvojhvězdy mohou rovněž vzniknout akrecí (připoutáním hmoty) z trpasličí dvojice. Hypothesa vzniku dvojhvězd vyžaduje ještě kvantitativního propracování. Bude nutno vyloučit různé statistické zákonitosti, jako na př. vztah perioda-excentricita. Uvedenými pochody nelze vysvětlit mnohonásobné soustavy typu Lichoběžníka v Orionu, mají-li kladnou celkovou energii; autor se domnívá, že takové soustavy vznikly z normálních hvězd připoutáním hmoty z turbulentního elementu difusní mlhoviny. Asociace interpretuje autor poněkud jinak než Ambarcumjan. Především nepokládá dynamickou nestabilitu asociací za prokázanou. Domnívá se, že asociace nalézáme ve středních částech hvězdných oblaků, kde se koncentruje difusní hmota a kde jsou tudíž příznivé podmínky ke vzniku hvězd a k vytvoření obrů. Oblaka, jejichž existenci autor předpokládá, lze těžko zjistit stelárně-statistickými metodami. Autor však uvádí, že zjistil existenci několika oblaků o rozměrech 200 až 300 ps, jejichž polohy souhlasí se známými asociacemi, zkoumáním jejich složek rychlostí. Nicméně se zdá, že chyby v rychlostech uvažuje autor příliš malé. Konečně se Lebedinskij dotýká otázky chemického složení hvězd a vzniku prvků. Otázka celkového chemického složení hvězd je velmi obtížná, neboť hvězdné nitro lze zkoumat pouze theoreticky. Autor se domnívá, že hvězdy kulové složky galaxie obsahují více těžkých prvků než hvězdy ploché složky, a to proto, že pevné částice se při vývoji galaxie koncentrovaly více do středních částí. Dále vyvozuje, že vznik prvků a kosmického záření je třeba hledat v magnetických polích v mezihvězdné hmotě. Zatím co v prvních třech kapitolách je podán kvalitativní výklad celé hypotézy, obsahují obě poslední kapitoly kvantitativní propracování některých zásadních problémů. Autor počítá entropii pro hvězdy a protohvězdy v závislosti na masse a celkové energii. Přitom dospívá k vyjádření kritické massy a kritického poloměru protohvězdy s hlediska

stability útvaru vzhledem k dělení. Dále odvozuje kritérium gravitační nestability obecněji než Jeans a používá je k vyšetřování gravitační kondensace v rovině vrstvě. Dospívá k závěru, že maximální rozměry zhuštění v nynější vrstvě mezihvězdné hmoty v naší galaxii jsou řádově 10^2 — 10^3 ps. Uvažujeme-li místo plynné hmoty vrstvu hvězd, lze aplikovat podobné úvahy s tím rozdílem, že setkání hvězd mají charakter pružných srážek. Autor vyvozuje, že gravitační kondensace „hvězdného plynu“ vede k vytvoření ploché soustavy hvězdných oblaků a méně ploché soustavy jednotlivých hvězd. Konečně vyšetřuje Lebedinskij turbulenci mezihvězdné hmoty a dospívá k závěru, že je způsobena rušivým vlivem oblaků hvězd.

Další, rovněž obsáhlou studii, *Vývoj hvězdných soustav*, napsal L. E. Gurevič. Omezuje se při zkoumání vývoje Galaxie na období srovnatelná s existencí většiny hvězd, neboť během této doby lze zanedbat vzájemné působení mezi galaxiemi a také přírůstek hmoty z mezagalaktického prostoru nemůže ovlivnit celkový vývoj galaxie. V prvních dvou kapitolách vypracoval autor teorii rovnováhy rotující hvězdné soustavy a mechanismu, který mění její tvar. Vychází přitom z požadavku, aby rovnovážný tvar systému při dané celkové záporné energii odpovídal maximu entropie. Dochází k závěru, že je možno rozlišovat dvě hlavní stadia vývoje galaxií: a) V prvním období, kdy rotující galaxie je složená převážně z difusní látky, má vzájemné působení mezi částicemi charakter nepružných srážek a soustava se stále zplošťuje. b) V dalším období, kdy difusní hmota se zčásti přeměnila ve hvězdy, mají jejich setkání charakter pružných srážek; dochází k novému rozložení momentu hybnosti, při čemž se soustava rozdělí na centrální sférickou a periferní plochou část. K podobnému rozdělení dochází nejen v soustavě jako celku, nýbrž i v jednotlivých jejích částech a v menším měřítku u jednotlivých hvězd. V této fázi jde tedy vývoj od plochých spirál k eliptickým galaxiím, v soulase s Shapleyovou hypotézou, že eliptické galaxie jsou starší. Galaxie se přitom smršťuje v radiálním směru a na úkor takto uvolněné gravitační energie se zvětšuje tloušťka hvězdné složky. Děje se tak především vzájemným působením hvězdných oblaků a hvězdokup; setkání jednotlivých hvězd k tomu rovněž přispívají, avšak pomaleji. Analogicky probíhá rovněž vymršťování hvězd kulové složky z jádra galaxie na všechny strany. Při podrobnější analýze radiálního smršťování dospívá Gu-

revič k závěru, že rozptylové rychlosti ve směru kolmém ke galaktické rovině rostou pomaleji než ve směru radiálním a transversálním, čímž elipsoid rychlostí se stává zploštělým. Pro poměr poloos dává teorie hodnotu 0,6. Stočení hlavní osy elipsoidu rychlostí vykládá autor působením spirálních větví. Vzájemné působení hvězdotup vede k jejich rozpadu na jednotlivé hvězdy; tento děj probíhá z počátku rychleji než samovolný rozpad podle Ambarcumjana a Spitzera. Úhrnem lze říci, že vyvíjející se galaxie není kvasistatickou soustavou a nemůže v ní být rovnoměrného rozložení energie, neboť stále existuje rozdíl rozptylových rychlostí starých a nových hvězd a rozdíl rozptylových rychlostí v galaktické rovině a ve směru k ní kolmém. Ve třetí kapitole zkoumá Gurevič rotaci a magnetické pole hvězd. U skupiny smršťujících se protohvězd jsou osy rotace původně rovnoběžné, avšak rovnoběžnost se záhy poruší vzájemnými srážkami a gravitačním působením. Ke srážkám mezi protohvězdami dochází na počátku jejich vývoje, pokud jejich rozměry jsou větší než asi setina vzájemné vzdálenosti. Při smršťování protohvězd se zesiluje magnetické pole, které existovalo v difusní mlhovině, a je tedy jednou z příčin magnetického pole hvězdy. Zatím není jasno, do jaké míry se toto pole utlumí během molekulárního stadia. Druhým zdrojem magnetismu hvězd může být připoutání difusní hmoty, čímž lze rovněž vysvětlit případnou odchylku rotační a magnetické osy. Rozdílným směrem těchto os se vysvětlují proměnná magnetická pole některých hvězd. Třetím zdrojem magnetismu může být konvektivní zóna uvnitř hvězdy. Čtvrtá kapitola obsahuje úvahy o vzniku prvků. Především ukazuje autor, že různé teorie o vzniku prvků za obrovských teplot ($\sim 10^{10}$ stupňů) a hustot ($\sim 10^{12}$ g/cm³) v jádrech velmi hmotných hvězd vedou k nesouhlasům jak s hlediska astrofysiky, tak i s hlediska atomové fyziky. Z výskytu lehkých kovů a deuteria na Slunci a na Zemi vyvozuje Gurevič, že tyto prvky se neustále tvoří v mezihvězdném prostoru a jsou odtud Sluncem zachycovány. V difusních mlhovinách existují slabá, avšak velmi rozsáhlá magnetická pole. Při srážkách oblaků vznikají vírová elektrická pole, která urychlují protony na velkou energii (až 10^{17} eV) a stačí k vytvoření i nejtěžších prvků. Autor uvádí tři hlavní děje k vytváření těžších jader: a) Protony s energií asi $4 \cdot 10^8$ eV mohou při srážkách s jinými jádry uvolňovat deuteronu a neutrony. Deuterony po zabrzdění na několik MeV mohou být zachycovány jádry různých prvků (na př. jádry helia, vyvrže-

nými z hvězd, při čemž vzniká Li⁶). b) Protony s energií 10—100 MeV mohou být zachyceny různými jádry; děje a) a b) se mohou střídát. c) Nejtěžší prvky mohou vznikat zachycením neutronů (vytvořených v reakcích a)) v prostředí o hustotě nad 10^{-12} g/cm³; autor uvádí jako možné prostředí protohvězdy nebo atmosféry hvězd. Energie, potřebná ke vzniku prvků, se bere na úkor gravitační energie, uvolněné při radiálním smršťování galaxie, a částečně také na úkor vnitřní energie hvězd. Stejně jako v mezihvězdném prostoru vznikají podle Gureviče prvky i v prostoru mezigalaktickém. Následuje práce P. P. Parenaga, *O rozdělení hlavní posloupnosti na dvě části*. Rozdělení hlavní posloupnosti na část, obsahující typy O—F, a část G—M se projevuje zřetelně jak v kinematických charakteristikách, tak i ve vztahu mezi massou, svítivostí a poloměrem. Kinematické charakteristiky druhé části hlavní posloupnosti jsou obdobné charakteristikám podobrů; ve své velké práci o hvězdách v Orionu autor vyslovil domněnku, že první část hlavní posloupnosti je zároveň vývojovou cestou, zatím co hvězdy druhé části vznikají z podobrů. Na diagramu spektrum-svítivost obě části hlavní posloupnosti téměř hladce na sebe navazují. Za použití fotoelektrických barevných indexů (Eggenových) místo spekter ukázal však Parenago jasně, že druhá část hlavní posloupnosti se zřetelně odchyluje od první v místě styku. Vysvětlení je v tom, že barevné indexy hvězd druhé části při tomže spektrálním typu jsou větší než u hvězd první části.

Zajímavé je vyšetřování Kaplana, jaký vliv mají setkání hvězd na korelaci mezi výstředností a velkou poloosou u dvojhvězd. Jak známo, je u dvojhvězd výstřednost dráhy tím větší, čím větší je poloosa. Autor ukazuje, že při setkáních je v průměru zvětšení poloosy provázeno zmenšením excentricity. Z toho vyplývá, že hvězdná setkání nemohou vysvětlit zmíněnou korelaci; naopak z platnosti této korelace vyplývá, že setkání hvězd neměla podstatnou úlohu ani při vzniku, ani při vývoji hvězd. To mluví proti domněnce Gureviče a Levina, že široké dvojhvězdy vznikly připoutáním ve hvězdotupách.

Přehled o mezihvězdné hmotě napsal Safronov. Stať obsahuje údaje o rozložení mezihvězdné hmoty v prostoru, o jejích pohybech a fyzikálních vlastnostech. Celkovou hustotu hmoty v okolí Slunce můžeme brát asi $0,1 \text{ } \odot / \text{ps}^3$. Z celkové hmoty galaxie $1,1 \cdot 10^{11} \odot$ asi 15—20% připadá na mezihvězdnou hmotu. Tato hmota je uspořádána v oblacích o středním

průměru 5 ps, jichž připadá na 1 kps průměrně 5—7. Střední hustota oblaků je asi 10^{-2} g/cm³, v prostoru mezi oblaky je hmota asi stokrát řídkší, malé oblaky (globuly) jsou až stokrát hustší. Zdrojem pohybu oblaků je asi hlavně zářivá energie hvězd a zčásti také tlak záření. Ve všech mlhovinách (emisních i reflektivních) je patrně plyn i prach, jen vzájemný poměr obou složek je různý. Kinetické teploty oblasti vodíku ionisovaného (H II) lze brát 7000°—13000°, neutrálního (H I) okolo 50° K. Otázka skutečné teploty prachových částic je velmi obtížná, lze ji brát asi 10°—20° K. Složení plyných mlhovin odpovídá přibližně složení hvězdných atmosfér; u pevných částic není dosud jasno, zda převládají kovy nebo led. Mezhvězdná absorpce se mění od místa k místu, v galaktické rovině činí průměrně asi 3,5^m na kps. Polarizace světla hvězd je vykládána různě; mohou ji způsobovat buď částice ferromagnetické nebo paramagnetické, nebo je světlo částečně polarisováno už v samých hvězdách. Všechny výklady narážejí zatím na obtíže. Jakkoliv naše znalosti mezhvězdné hmoty jsou dosud neúplné, vývoj zde jde rychle vpřed; všechny nové výsledky mají velkou důležitost pro kosmogonii.

Následující recenze a referáty. Vsechsvjatskij recensuje Waldemeierovu knihu o sluneční koruně, kde jsou shrnuta pozorování z let 1939—49. Ljustich referuje o Kropotkinově práci, v níž jsou uvedeny na podporu Šmidtovy teorie některé úvahy o stavbě zemského jádra i kůry. Ljubimova referuje o třech pracích, týkajících se tepelné rovnováhy v zemské kůře s ohledem na vývin tepla při rozpadu radioaktivních hornin (autoři Ljubimova, Urry, Jung). Safronov referuje o Dejčově vyšetřování dvojhvězdy 61 Cygni, u níž byl zjištěn neviditelný průvodce o hmotě 0,02 \odot . Saveljeva referuje o práci Torondžadze, v němž zvláštnosti pohybu jasných hvězd O, B se

uvádějí do přímého vztahu s rozpadem asociací. Pikelnér a Safronov referují o několika pracích, týkajících se mezhvězdné hmoty. V práci Altěrové byla vyšetřována celková i selektivní absorpce o rozložení mezhvězdné hmoty v závislosti na galaktické délce. Ve známé práci Fesenkovové byl vyšetřován vztah mezi vláknitými mlhovinami a hvězdnými řetízky. Ruskolová vyšetřovala vliv galaktické rotace na tvar temných mlhovin. McCrea se pokusil uvést v souhlas různá určení množství mezhvězdných oblaků, při čemž vyšel z exponenciálního zákona četnosti v závislosti na rozměrech. Vycházejí však příliš velké massy oblaků. Podle Schatzmana existují jednak malé oblaky (jichž je 6 na kps) o absorpci 0,27^m a velké (jeden na 2 kps) o absorpci 2^m. Poslední čtyři referáty od Jefremova jsou věnovány galaxiím. Holmberg studoval známou spirálu M 51 a zjistil, že částečně zakrývá svého průvodce. Z práce vyplývá, že mezhvězdná absorpce v této spirále je obdobná jako v naší Galaxii. De Vaucouleurs zkoumal strukturu spirály NGC 2146 a došel k závěru, že smysl rotace odpovídá zatáčení ramen. K opačnému smyslu rotace došel Lindblad u NGC 4594 na základě snímků 5m-reflektorem. Zwicky vyšetřoval kupu galaxií ve Vlasech Bereniky. Zjistil, že větší galaxie a rovněž mezgalaktická hmota se koncentrují ke středu kupy.

Na konci sborníku je zpráva o kosmogonické konferenci v Moskvě v květnu 1952, již se za Československo účastnil člen kor. ČSAV E. Buchar. Velmi podrobně referuje Masevičová o symposiu, věnovaném hvězdnému vývoji, na sjezdu Mezinárodní astronomické unie v Římě 1952. Velmi zajímavé referáty s hlediska planetární kosmogonie byly předneseny na zasedání Komise pro absolutní stáří geologických útvarů v Moskvě v dubnu 1952.

B. Onderlička