Alois Apfelbeck

O životě a díle Vladimíra Andrejeviče Stěklova

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 1 (1956), No. 1, 101--108

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/137254

O ŽIVOTĚ A DÍLE VLADIMÍRA ANDREJEVIČE STĚKLOVA

Vladimír Andrejevič Stěklov se narodil 9. ledna 1864 v Nižním Novgorodě. Jeho otec byl rektorem kněžského semináře. Již v chlapeckých letech projevoval Vladimír Andrejevič velké nadání k matematice a fysice. Proto tedy není podivné, že krátce po svém vstupu na lékařskou fakultu Moskevské university v r. 1882 přešel na fakultu matematicko-fysikální. O rok později přešel na Charkovskou universitu; zde měl na mladého Stěklova velký vliv docent této university Alexandr Michajlovič Ljapunov.

V r. 1887 ukončil Stěklov svá universitní studia a o rok později se stal asistentem katedry mechaniky na Charkovské universitě. V r. 1894 podal magisterskou disertaci na théma „Pohyb tuhého tělesa v kapalině" [1] a v r. 1896 byl jmenován profesorem na katedře mechaniky. O šest let později podal Stěklov disertaci doktorskou [2]. V letech 1902—1906 byl předsedou Charkovské matematické obce; v r. 1903 byl zvolen dopisujícím členem Akademie věd.

V r. 1906 přešel Stěklov na universitu v Petrohradě, kde vedl celou řadu studentů a mladých vědeckých pracovníků. V r. 1912 se stal skutečným členem a krátce po svém odchodu z university r. 1916 pak řádným členem Akademie věd.

Po Velké říjnové revoluci dal Stěklov všechny své znalosti a veškerou svoji energii do služeb osvobozeného lidu. V r. 1919 se stává Stěklov vicepresidentem Akademie věd a veškerá práce Akademie v tomto těžkém období je nerozlučně spojena s jeho jménem. Postaral se o vytištění vědeckých prací, o získání zahraničních knih a časopisů a pod. Jemu patří též hlavní zásluhy za vybudování sovětské seismologie.

Když byl fysikálněmatematický ústav Akademie, jehož byl ředitelem, rozdělen na ústav fysikální a ústav matematický, byl matematický ústav pojmenován po V. A. Stěklovovi.

Stěklov byl členem Charkovské a Moskevské matematické obce a čestným členem matematické obce Leningradské. Mimo to byl dopisujícím členem Göttingenské Akademie věd a j. Zemřel 30. května 1926.

Všimněme si nyní nejdůležitějších Stěklovových prací. Jejich těžiště leží v oboru matematické fysiky. Hned ve své magisterské disertaci se Stěklov zabýval problémem pohybu tuhého tělesa v kapalině. Zde se zabývá především pohybovými rovnicemi pro případ nevírového pohybu v ideální nestlačitelné kapalině. Odvozuje t. zv. Clebschovy rovnice a zabývá se jejich studiem.

Problematiku týkající se tohoto systému rovnic stručně nastíním. Bylo dokázáno, že tento systém rovnic lze rozřešit pomocí dvou kvadratur, bude-li znám t. zv. čtvrtý integrál systému, který má tyto dvě vlastnosti:

1. Není závislý na jistých třech integrálech studovaného systému, které se dají velmi snadno určit;
2. neobsahuje explicitně časovou proměnnou.

Pochopitelně zde byla snaha najít všechny případy, ve kterých čtvrtý integrál existuje. Clebsch vyšetřil několik takovýchto případů a stanovil podmínky pro existenci čtvrtého integrálu. Ve své práci však Stěklov dokázal nesprávnost

Clebschova tvrzení a našel celou řadu dalších případů, kdy čtvrtý integrál existuje. Stěklovovy výsledky ještě dále doplnil především jeho učitel A. M. Ljapunov dalšími možnostmi, které Stěklov opominul.

Další skupina Stěklovových prací pojednává o theorii potenciálu. Abychom se seznámili se základní problematikou této theorie, uvedeme si několik základních úloh.

Pro stručnost budeme užívat označení $U(M) = U(x, y, z)$, má-li bod M souřadnice x, y, z; podobně označíme $\frac{\partial U(M)}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial x}\Big|_M$ atd.

Funkci $U(M)$ budeme nazývat harmonickou v otevřené oblasti T, je-li v této oblasti spojitá spolu se všemi svými derivacemi až do druhého řádu a vyhovuje-li zde Laplaceově rovnici

$\Delta U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0$. Je-li dále $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ a není-li oblast T omezená, nazývá se harmonická funkce regulární v této oblasti, platí-li pro $R \to +\infty$ vztahy $U(M) = O(R^{-1})$, $\frac{\partial U}{\partial x} = O(R^{-2})$, $\frac{\partial U}{\partial y} = O(R^{-2})$, $\frac{\partial U}{\partial z} = O(R^{-2})$. Nyní můžeme přistoupit k formulaci základních úloh theorie potenciálu.

Budiž T otevřená oblast omezená uzavřenou plochou Σ.

1. **Vnitřní úloha Dirichletova:** Najít funkci $U(M)$ harmonickou uvnitř T a nabývající na ploše Σ předepsaných hodnot, $U(M^*) = f(M^*)$ pro $M^* \in \Sigma$.

2. **Vnější úloha Dirichletova:** Najít harmonickou funkci $U(M)$ regulární vně plochy Σ a nabývající na ploše Σ předepsaných hodnot, $U(M^*) = f(M^*)$ pro $M^* \in \Sigma$.

3. **Vnitřní úloha Neumannova:** Najít funkci $U(M)$ harmonickou v oblasti T, jejíž derivace ve směru vnitřní normály nabývá na ploše Σ předepsaných hodnot, $\frac{\partial U}{\partial n_i}\Big|_{M^*} = f(M^*)$ pro $M^* \in \Sigma$, při čemž $\iint\limits_{\Sigma} f(M^*)\, d\Sigma = 0$.

4. **Vnější úloha Neumannova:** Najít harmonickou funkci $U(M)$ regulární vně plochy Σ, jejíž derivace ve směru vnější normály nabývá na ploše Σ předepsaných hodnot, $\frac{\partial U}{\partial n_e}\Big|_{M^*} = f(M^*)$ pro $M^* \in \Sigma$.

Na tyto úlohy lze převést celou řadu problémů matematické fysiky, jako na př. hydrodynamickou úlohu, problém stacionárního rozložení teploty, dále hlavní elektrostatickou úlohu a j. O těchto úlohách se může čtenář poučit na př. v knize Tichonov-Samarskij, „Rovnice matematické fysiky"; český překlad vydalo Nakladatelství ČSAV v r. 1955.

Je proto pochopitelná snaha vyšetřit, kdy která ze základních čtyř úloh má jednoznačně určené řešení, t. j. stanovit, za jakých předpokladů o uzavřené ploše Σ (případně i o dané funkci $f(M^*)$) má ta či ona úloha jediné řešení.

Velkou důležitost zde mají t. zv. plochy Ljapunovovy. Uzavřenou plochu Σ nazýváme Ljapunovovou, má-li tyto tři vlastnosti:

1. V každém bodě plochy Σ existuje jediná tečná rovina (a tudíž také jediná normála);

2. existuje kladné číslo d takové, že libovolná přímka rovnoběžná s normálou k ploše Σ v bodě M^* této plochy protíná část Σ_1 plochy Σ nejvýše v jednom bodě, jakmile jen Σ_1 leží uvnitř kulové plochy, která má střed v bodě M^* a poloměr d;

3. je-li ϑ ostrý úhel sevřený normálami k ploše Σ v bodech M_1^* a M_2^* této plochy a γ vzdálenost těchto dvou bodů, existují čísla $A > 0$ a $0 < \alpha \leqq 1$ taková, že platí $\vartheta < A\gamma^\alpha$.

K nalezení řešení uvedených základních úloh bylo vypracováno několik method opírajících se v podstatě o ekvivalenci dané základní úlohy s jistou integrální rovnicí, a podávajících návod, jak lze tuto integrální rovnici vyřešit. Je to především methoda Neumannova, která využívá k řešení jistých řad vytvořených z potenciálů dvojvrstev, a dále methoda postupných aproximací, která využívá posloupnosti jistých funkcí.

Stěklovova zásluha v řešení těchto problémů tkví především v tom, že spolu s A. M. Ljapunovem v řadě prací dokázal, že obou method lze použít pro jakoukoli Ljapunovovu plochu a lze tak dostat řešení příslušné Dirichletovy nebo Neumannovy úlohy.

Zmíněné Stěklovovy studie v oboru matematické fysiky ho přivedly k vypracování řady obecných matematických method, jejichž význam daleko přesahuje rámec matematické fysiky. Jsou to hlavně methody řešení parciálních diferenciálních rovnic a s nimi souvisící řešení okrajových úloh, existence a nalezení charakteristických hodnot a funkcí a konečně otázky týkající se úplnosti orthogonálních systémů funkcí.

Celá řada fysikálních dějů se dá popsat lineárními parciálními diferenciálními rovnicemi. Zvláště důležitým a často se vyskytujícím případem jsou lineární parciální diferenciální rovnice 2. řádu.

Abychom si uvědomili rozdílnost problematiky u obyčejných a parciálních diferenciálních rovnic, stačí, povšimneme-li si parciální diferenciální rovnice

$$x \frac{\partial u}{\partial x} - y \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$

Jak se snadno přesvědčíme, vyhovuje této rovnici libovolná diferencovatelná funkce součinu, $u(x, y) = \varphi(xy)$. Porovnáme-li tento výsledek s obecným řešením obdobné rovnice obyčejné, t. j. s řešením obyčejné lineární diferenciální rovnice 1. řádu, nahlédneme snadno, že množina všech řešení dané parciální diferenciální rovnice je mnohem obsáhlejší, než množina vsech řešení obdobné rovnice obyčejné. Velmi často se dokonce stává, že u parciální diferenciální rovnice množinu všech řešení ani nedovedeme obecně najít nebo popsat. Proto se snažíme volbou vhodných doplňujících podmínek — t. zv. podmínek počátečních a okrajových — tuto množinu všech řešení omezit; budeme se přirozeně snažit zvolit tyto doplňující podmínky tak, aby z množiny všech řešení nám zůstalo řešení jediné.

Při studiu parciálních diferenciálních rovnic půjde tedy mimo jiné i o vyšetření, jak lze volit doplňující podmínky, aby existovalo jediné řešení dané úlohy. Toto vyšetření se provádí obvykle ve dvou krocích: dokáže se totiž zvlášť unicita a zvlášť existence řešení. Přitom současně s důkazem existence řešení se toto jediné řešení už přímo zkonstruuje.

Jednou z method nalezení řešení parciálních diferenciálních rovnic je t. zv. methoda Fourierova. Ukážeme ji stručně na jednom z případů, které Stěklov prostudoval, totiž na rovnici vedení tepla v omezeném tělese.

Nechť jisté těleso T omezené plochou Σ je umístěno v nekonečném prostředí, jehož teplota je stále nulová. Teplota bodu (x, y, z) tělesa v čase t budiž $U(x, y, z, t)$. Teplotní stav tělesa je jak známo popsán parciální diferenciální rovnicí

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \alpha^2 \Delta U, \tag{1}$$

vyzařování tepla do obklopujícího prostředí nulové teploty pak okrajovou podmínkou

$$\frac{\partial U}{\partial n} + U = 0 \text{ (na ploše } \Sigma), \tag{2}$$

kde α a σ jsou jisté konstanty a $\frac{\partial U}{\partial n}$ značí derivaci ve směru normály k ploše. K tomu pak je třeba ještě připojit počáteční teplotní stav tělesa, t. j. rozložení teploty v okamžiku $t = 0$ (od tohoto okamžiku totiž děj studujeme). Toto rozložení teploty je určeno danou funkcí

$$U(x, y, z, 0) = f(x, y, z), \tag{3}$$

která samozřejmě musí též vyhovovat okrajové podmínce

$$\frac{\partial f}{\partial n} + \sigma f = 0 \text{ (na ploše } \Sigma). \tag{4}$$

Fourierova methoda převádí především řešení tohoto systému na řešení jednoduššího systému stacionárního. Úloha se formuluje takto:

Najít řešení parciální diferenciální rovnice (1), které není identicky rovno nule, vyhovuje okrajové podmínce (2), a které lze psát ve tvaru součinu

$$U(x, y, z, t) = \varphi(t) \cdot V(x, y, z), \tag{5}$$

kde $\varphi(t)$ je funkce jediné proměnné t a $V(x, y, z)$ závisí pouze na x, y a z.

Dosazením (5) do (1) dostáváme $\dot{\varphi}(t)\, V(x, y, z) = \alpha^2 \varphi(t)\, \Delta V(x, y, z)$, z čehož (ježto není ani $\varphi(t) \equiv 0$, ani $V(x, y, t) \equiv 0$) $\frac{\dot{\varphi}}{\alpha^2 \varphi} = \frac{\Delta V}{V}$. Avšak levá strana této rovnosti závisí pouze na t, kdežto pravá strana pouze na zbývajících proměnných x, y, z. Mění-li se tedy t při pevných hodnotách x, y, z, nemění se výraz $\frac{\Delta V}{V}$ a tudíž ani výraz $\frac{\dot{\varphi}}{\alpha^2 \varphi}$. Bude proto

$$\frac{\dot{\varphi}(t)}{\alpha^2 \varphi(t)} = \frac{\Delta V}{V} = -\lambda, \tag{6}$$

kde λ je konstanta nezávislá na x, y, z a t. Podobně dosazením (5) do okrajové podmínky (2) dostáváme po zkrácení výrazem $\varphi(t) \not\equiv 0$ okrajovou podmínku

$$\frac{\partial V}{\partial n} + \sigma V = 0 \text{ (na ploše } \Sigma).$$

Řešení daného problému se tedy rozpadá především na řešení okrajové úlohy

$$\left.\begin{aligned} &\Delta V + \lambda V = 0 \quad \text{(v tělese } T), \\ &\frac{\partial V}{\partial n} + \sigma V = 0 \quad \text{(na ploše } \Sigma), \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

a na řešení obyčejné diferenciální rovnice

$$\dot{\varphi}(t) + \alpha^2 \lambda \varphi(t) = 0. \tag{8}$$

Snadno nahlédneme, že soustava (7) má jistě triviální řešení $V(x, y, z) \equiv 0$. O toto řešení nám však nejde, neboť pak by bylo i $U(x, y, z, t) \equiv 0$, což jsme vyloučili. Půjde tedy o nalezení netriviálních řešení soustavy (7).

Ukazuje se však, že pro některé hodnoty parametru λ má soustava (7) pouze zmíněné triviální řešení. Budeme proto hledat ony hodnoty λ, pro něž existuje řešení netriviální. Tyto hodnoty parametru λ nazýváme charakteristickými hodnotami okrajové úlohy (7) a odpovídající netriviální řešení pak charakteristickými funkcemi (Stěklov užíval názvu fundamentální funkce). Dá se však pro některé typy rovnic dokázat, že není-li každá (obecně komplexní) hodnota λ charakteristickou hodnotou, nemá množina všech charakteristických hodnot dané okrajové úlohy v konečnu žádný hromadný bod.

Je tedy především třeba dokázat:

I. Existuje nekonečná posloupnost $\lambda_1 < \lambda_2 < \ldots < \lambda_n < \ldots$ charakteristických hodnot a jim odpovídajících charakteristických funkcí, při čemž je $\lim\limits_{n \to \infty} \lambda_n = +\infty$.

Snadno dokážeme, že charakteristické funkce odpovídající různým charakteristickým hodnotám jsou orthogonální, t. j. platí pro ně

$$\iiint\limits_T V_r V_s \, d\tau = 0 \quad (r \neq s). \tag{9}$$

Je totiž $\Delta V_r + \lambda_r V_r = 0$, $\Delta V_s + \lambda_s V_s = 0$, z čehož

$$(\lambda_s - \lambda_r) \iiint\limits_T V_r V_s \, d\tau = \iiint\limits_T (V_s \Delta V_r - V_r \Delta V_s) \, d\tau =$$

$$= \iint\limits_\Sigma \left(V_s \frac{\partial V_r}{\partial n} - V_r \frac{\partial V_s}{\partial n} \right) d\Sigma = 0,$$

neboť na ploše Σ platí $\dfrac{\partial V_s}{\partial n} + \sigma V_s = 0$, $\dfrac{\partial V_r}{\partial n} + \sigma V_r = 0$, z čehož plyne

$$V_s \frac{\partial V_r}{\partial n} - V_r \frac{\partial V_s}{\partial n} \equiv 0.$$

Pro $\lambda_r \neq \lambda_s$ je tedy $(\lambda_r - \lambda_s) \iiint\limits_T V_r V_s \, d\tau = 0$, odkud plyne ihned vztah (9).

Poněvadž je však $V_s(x, y, z) \not\equiv 0$, bude $h_s = \iiint\limits_T V_s^2 \, d\tau > 0$, a poněvadž i $\hat{V}_s = \dfrac{V_s}{\sqrt{h_s}}$ bude charakteristickou funkcí, bude systém funkcí $\hat{V}_1, \hat{V}_2, \ldots, \hat{V}_n, \ldots$ orthonormální, t. j. bude

$$\iiint\limits_T V_r V_s \, d\tau = \begin{cases} 0 \text{ pro } r \neq s, \\ 1 \text{ pro } r = s. \end{cases} \tag{10}$$

Pišme nyní formálně

$$f(x, y, z) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \hat{V}_k(x, y, z). \tag{11}$$

Vynásobením poslední rovnosti funkcí $\hat{V}_s(x, y, z)$ a formální integrací řady na pravé straně po členech dostáváme vzhledem k (10)

$$c_s = \iiint\limits_T f \hat{V}_s \, \mathrm{d}\tau \quad (s = 1, 2, \ldots, n, \ldots). \tag{12}$$

Tím jsou jednoznačně stanoveny koeficienty c_k řady (11) a stojíme nyní před dalším problémem:

II. Najít podmínky, které musí splňovat funkce $f(x, y, z)$, aby ji bylo možno nikoli jen formálně rozvinout v nekonečnou řadu (11).

Pro libovolné λ_k dostaneme řešením diferenciální rovnice (8) ihned $\varphi_k(t) = c_k e^{-a^2 \lambda_k t}$, takže libovolná lineární kombinace funkcí $U_k(x, y, z, t) = e^{-a^2 \lambda_k t} \hat{V}_k(x, y, z)$ bude řešením diferenciální rovnice (1) splňujícím okrajovou podmínku (2), avšak nikoli počáteční podmínku (3). Pišme opět formálně

$$U(x, y, z, t) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k e^{-a^2 \lambda_k t} \hat{V}_k(x, y, z) \tag{13}$$

a snažme se zvolit koeficienty c_k tak, aby funkce definovaná řadou (13) splňovala počáteční podmínku (3). To může nastat jedině tehdy, zvolíme-li tyto koeficienty podle vztahů (12), neboť pak pro $t = 0$ bude $U(x, y, z, 0) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \hat{V}_k(x, y, z)$, čili $f = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \hat{V}_k$.

Řešení úlohy (1) až (3) je tedy dáno vzorcem (12), jakmile dokážeme:

III. Řadu (13), která definuje řešení úlohy (1) až (3), lze derivovat po členech a to jednou podle proměnné t a dvakrát podle proměnných x, y, z.

Stěklov dokázal vedle unicitního theoremu otázky I, II a III pro uvedenou parciální diferenciální rovnici a vyšetřil obdobné otázky pro řadu typů dalších parciálních diferenciálních rovnic.

Již z uvedeného příkladu je vidět, že Stěklovem vybudovaná theorie je skutečně více matematické povahy, než povahy fysikální.

S řešením otázky II velmi úzce souvisí vyšetřování různých orthonormálních systémů. Označme E integrační obor, který je omezený a který může být buďto objemem, nebo plochou nebo konečnou křivkou; budiž de element tohoto prostoru. Buďte dále p, f a φ_i $(i = 1, 2, \ldots, n, \ldots)$ funkce definované a integrabilní v tomto prostoru, při čemž je $p > 0$ všude v E.

Říkáme, že funkce $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n, \ldots$ tvoří orthonormální systém váhy p v oboru E, platí-li

$$\int\limits_E p \, \varphi_r \varphi_s \mathrm{d}e = \begin{Bmatrix} 0 & \text{pro } r \neq s, \\ 1 & \text{pro } r = s. \end{Bmatrix} \tag{14}$$

Vzniká otázka, jak aproximovat danou funkci f lineárními kombinacemi funkcí φ tak, aby střední kvadratická odchylka v E byla minimální. Jinými slovy, jde o nalezení lineární kombinace $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \varphi_i$ takové, aby výraz

$$\delta_n^2 = \int_E p \left(f - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \varphi_i\right)^2 \mathrm{d}\, e \tag{15}$$

byl minimální.

Označme pro daný systém φ_i ($i = 1, 2, \ldots, n, \ldots$) a danou funkci f

$$c_k = \int_E p\, f\, \varphi_k\, \mathrm{d}\, e. \tag{16}$$

Podle (14) a (16) pak dostáváme

$$\delta_n^2 = \int_E p \left(f^2 + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i^2 \varphi_i^2 - 2f \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \varphi_i\right) \mathrm{d}\, e = \int_E p\, f^2\, \mathrm{d}\, e + \sum_{i=1}^{n} (\lambda_i^2 - 2 c_i \lambda_i) =$$

$$= \int_E p\, f^2\, \mathrm{d}\, e - \sum_{i=1}^{n} c_i^2 + \sum_{i=1}^{n} (\lambda_i - c_i)^2.$$

Tento výraz bude zřejmě minimální, bude-li poslední součet rovný nule, t. j. bude-li $\lambda_i = c_i$ ($i = 1, 2, \ldots, n, \ldots$). Avšak bude dále

$$\delta_n^2 = \int_E p\, f\, \mathrm{d}\, e - \sum_{i=1}^{n} c_i^2 > 0, \text{ z čehož } \sum_{i=1}^{n} c_i^2 < \int_E p\, f^2\, \mathrm{d}\, e.$$

Z poslední nerovnosti dostáváme limitním přechodem pro $n \to \infty$

$$\sum_{i=1}^{\infty} c_i^2 \leq \int_E p\, f^2\, \mathrm{d}\, e \tag{17}$$

a k funkci f můžeme konečně sestrojit zobecněnou Fourierovu řadu $f \sim \sum_{i=1}^{\infty} c_i \varphi_i$, kde $c_i = \int_E p\, f\, \varphi_i\, \mathrm{d}\, e$. Libovolný úsek této řady (t. j. zobecněný Fourierův mnohočlen) pak nejlépe aproximuje funkci f (ve smyslu aproximace podle nejmenší střední kvadratické odchylky).

Stěklov se zabýval dále problémem, zda k danému orthonormálnímu systému funkcí φ_i ($i = 1, 2, \ldots, n, \ldots$) existuje funkce $f \not\equiv 0$, která by byla orthogonální ke všem funkcím φ_i ($i = 1, 2, \ldots, n, \ldots$).

Je-li $\{f\}$ třída funkcí (samozřejmě integrabilních v E), pro něž platí $\int_E p\, f^2\, \mathrm{d}\, e < +\infty$, je uvedený problém ekvivalentní s otázkou, kdy pro libovolnou funkci z této třídy $\{f\}$ přechází nerovnost (17) v rovnost

$$\sum_{i=1}^{\infty} c_i^2 = \int_E p\, f\, \mathrm{d}\, e, \text{ kde } c_i = \int_E p\, f\, \varphi_i\, \mathrm{d}\, e.$$

Ve své další práci [3] rozřešil Stěklov tento problém pro některé typy jím vyšetřovaných orthonormálních systémů charakteristických funkcí, při čemž za třídu funkcí $\{f\}$ bral velmi obecnou třídu funkcí omezených a integrabilních v E.

Již z tohoto stručného výčtu je vidět velikost Stěklovova díla. Připojíme-li k tomu ještě jeho bohatou publikační a pedagogickou činnost, můžeme pak teprve správně pochopit jeho velké zásluhy ve vědě.

Práce V. A. Stěklova, citované v tomto článku:

[1] *O dviženiji tverdovo těla v židkosti*, Charkov (1893).

[2] *Obščije metody rešenija osnovnych zadač matěmatičeskoj fiziki*, Charkov (1901).

[3] *Sur certaines égalités générales communes à plusieurs séries de fonctions souvent employées dans l'analyse*, Zapiski Imperatorskoj akaděmiji nauk, sv. XV, č. 7 (1904).

Literatura

Ja. L. Geronimus, *Očerki o rabotach korifejev russkoj mechaniki*, Moskva, 1952.

Tichonov-Samarskij, *Rovnice matematické fysiky*. Český překlad, ČSAV, 1955.

A. Apfelbeck

GAVRIIL KONSTANTINOVIČ SUSLOV

(1857—1935)

V listopadu minulého roku se připomínalo dvacáté výročí úmrtí G. K. Suslova, věhlasného ruského vědce, autora jedné z nejlepších učebnic analytické mechaniky ve světové literatuře.

Gavriil Konstantinovič Suslov, petrohradský rodák, působil od r. 1887 na vysokých školách Ukrajiny, a to nejdříve na kyjevské universitě a pak od r. 1919 na oděském polytechnickém institutu.

Všechna obsáhlá vědecká práce Suslovova náleží theoretické mechanice. Uvedeme stručný přehled jeho hlavních pojednání, která jsou podstatným obohacením této fundamentální vědy.

V pojednáních »K voprosu o načale najmenšego dějstvija« (z roku 1891), »Ob odnom vidoizmeněnii načala Dalambera« (z roku 1901) a j., jakož i na četných místech své fundamentální učebnice »Osnovy analitičeskoj mechaniki« podal G. K. Suslov přesnější formulace vět o virtuálních pošinutích pro mechanické soustavy s nejobecnějšími druhy vazeb. Virtuální pošinutí definuje Suslov jako rozdíly dvou libovolných elementárních pošinutí, kompatibilních s vazbami v témž časovém intervalu. Při této definici odpadají potíže, které vznikají při definici virtuálních pošinutí při nestacionárních a neholonomních vazbách.

Práce »K voprosu o načale najmenšego dějstvija« je věnována otázce, kdy skutečně nastává minimum účinku ve smyslu Lagrangeově. Všechny úvahy v tomto