Vladimír Guth

Umělé družice (z hlediska nebeské mechaniky)

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 3 (1958), No. 4, 448--457

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/137043`

UMĚLÉ DRUŽICE

(Z HLEDISKA NEBESKÉ MECHANIKY)

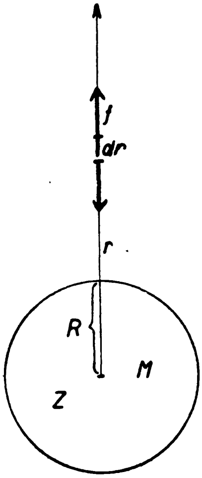
Doc. dr V. Guth

Vypuštění tří umělých družic sovětskými vědci a techniky a amerických družic v rámci Mezinárodního geofysikálního roku oživilo výsledky klasické nebeské mechaniky, aplikované na pohyb těles v sluneční soustavě, tentokráte vytvořených lidskou rukou. V tomto článku chceme čtenáře seznámit — ovšem jen v povšechných rysech — s hlavní problematikou pokud jde o vyšetření potřebné rychlosti družic, o určení jejich dráhových prvků, když se již pohybují a o stanovení předpovědi jejich polohy, čili jak říkáme stanovení jejich efemeridy — úkol, se kterým se setkají ti z našich čtenářů, kteří by chtěli tato tělesa soustavně pozorovat.

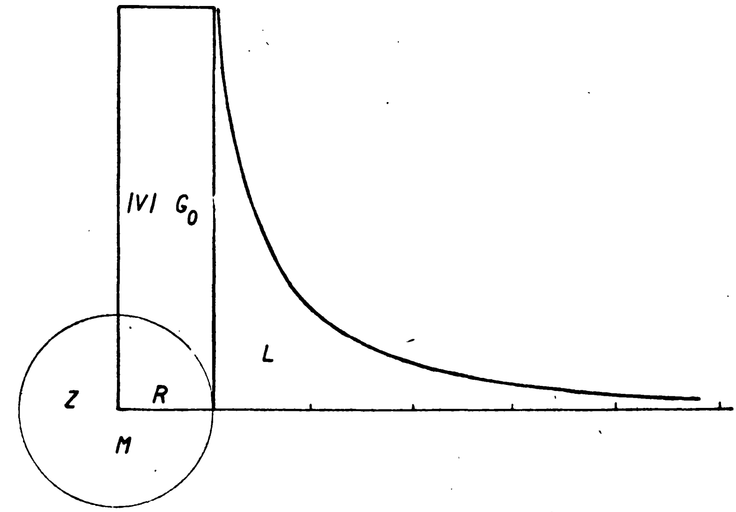
1. Rychlost, kterou musíme tělesu udělit, aby vytvořilo družici naší Země

Abychom tuto úlohu řešili, použijeme Newtonova gravitačního zákona na pohyb tělesa v gravitačním poli Země. Podle tohoto zákona je přitažlivá síla f, kterou na sebe působí dvě tělesa o hmotě M a m, ve vzdálenosti r [viz např. 1] $f = k^2 \,.\, M \,.\, m/r^2$, kde k^2 je konstanta úměrnosti závislá na volbě jednotek pro délku, hmotu a čas. V absolutní soustavě $k^2 = 6{,}68 \,.\, 10^{-8}\, \mathrm{g^{-1}cm^3s^{-2}}$. Předpokládejme, že M je hmota kulové Země — můžeme si tedy myslet, že její hmota je soustředěna v jejím středu. Za m volíme jednotku hmoty, tedy $m = 1$, takže přitažlivá síla je $f = k^2 \,.\, M/r^2$. Počítejme nyní práci potřebnou k tomu, abychom naši jednotku hmoty vzdálili ze vzdálenosti r_0 od zemského středu do nekonečna. Víme, že práce je dána součinem síly a dráhy, tedy na dráhovém elementu dr bude potřeba práce $\mathrm{d}L = f \,.\, \mathrm{d}r = k^2 \,.\, M \,.\, \mathrm{d}r/r^2$ a tedy na dráze od r_0 do nekonečna bude třeba práce $L = \int_{r_0}^{\infty} k^2 \,.\, M/r^2 \,.\, \mathrm{d}r = k^2 \,.\, M/r_0$. Naopak práce, kterou koná gravitace tím, že přivede hmotnou jednotku z nekonečna do vzdálenosti r_0 bude téže velikosti i když opačného smyslu a nazývá se gravitačním potenciálem $V = \int_{\infty}^{r_0} k^2 \,.\, M/r^2 \,.\, \mathrm{d}r = -\, k^2 \,.\, M/r_0$. Práce vykonaná gravitací s jednotkou hmoty z nekonečna až k zemskému povrchu, tj. do vzdálenosti R bude tedy $V_R = -\, k^2 \,.\, M/R$, kde R je poloměr Země. Zavedeme-li do rovnice výraz pro gravitační zrychlení G_0 na zemském povrchu, $G_0 = k^2 \,.\, M/R^2$, bude $V_R = -\, G_0 \,.\, R$.

Značí-li na obr. 2 Z Zemi o poloměru R a G_0 zrychlení na jejím povrchu, představuje obdelník G_0R potenciál V_R (až na znaménko) a je co do obsahu rovný obrazci vpravo, který představuje ubývání intensity gravitačního pole se vzdáleností od zemského povrchu, neboť obsahy obou obrazců jsou totožné: $P = \int_R^{\infty} k^2M/r^2\, \mathrm{d}r = k^2M/R = G_0 \,.\, R$, jinak vyjádřeno: kdyby gravitačního zrychlení neubývalo se čtvercem vzdálenosti, ale kdyby bylo stálé, pak vyzdvižení jednotky hmoty do výše zemského poloměru (R) nad povrch Země, by bylo ekvivalentní práci skutečného gravitačního pole tj. přitažení této jednotky z nekonečna až na zemský povrch, nebo přenesení této jednotky s povrchu Země do nekonečna. Tuto práci vykonáme např. tím, že naší hmotné jednotce udělíme takovou rychlost u, aby její kinetická energie byla právě rovna této práci: $1/2u^2 = k^2 \,.\, M/R = G_0 \,.\, R$ čili $u = \sqrt{2G_0R}$. Rychlosti u říkáme rychlost úniková, neboť těleso, které by touto rychlostí opustilo zemský povrch, už by se naň nevrátilo. Při poloviční práci, tj. při rychlosti $v^2 = 1/2 \cdot u^2$ čili $0 \cdot v^2 = k^2 \cdot M/2R = \frac{1}{2} \cdot G_0 R$ dospělo by těleso jen do vzdálenosti dvojnásobného poloměru a poté by opět dopadlo k Zemi. Kdybychom však tělesu udělili tutéž rychlost, ale ve směru kolmém k poloměru Země, tj. ve směru tečny k zemskému povrchu, začalo by kroužit těsně nad zemským povrchem po kruhové dráze a to proto, že odstředivá síla, která při tomto krouživém pohybu



Obr. 1



Obr. 2

vzniká, právě vyrovná sílu zemské přitažlivosti, neboť $a = v_0^2/R$, a protože $a = G_0$, tedy $v_0^2 = R \cdot G_0 = \frac{1}{2} \cdot u_0^2$; obecně ve vzdálenosti r od středu Země bude zrychlení gravitačního pole $a = G_0 R^2/r^2$, a tedy $G_0 \cdot R^2/r^2 = v_r^2/r$ a příslušná kruhová rychlost v_r bude $v_r = R \cdot \sqrt{G_0/r}$ čili $v_r = v_0\sqrt{R/r}$. Zavedeme-li oběžnou dobu P, získáme vztah: $P = 2 \cdot \pi \cdot r/v_r = 2 \cdot \pi r/\sqrt{r/G_0} = 2 \cdot \pi \cdot r^{3/2}/R\sqrt{G_0}$, což je ale známý třetí (harmonický) Keplerův zákon. Výraz $2\pi/R\sqrt{G_0}$ pro určité těleso (Zemi) je konstantou. Pro ilustraci uveďme několik příkladů:

Vzdálenost r v poloměrech Země R	kruhová rychlost $v_r = 7{,}9\sqrt{r/R}$	doba oběhu $P = 5060^s \cdot r^{3/2}$
$r = R$	7,9 km/sec	1,40 hod.
$r = 2R$	5,6	3,96 hod.
$r = 6{,}6R$	3,07	24 hod. = 1 den
$r = 10R$	2,50	44,4 hod.
$r = 60R$	1,02	27,2 dny (měsíc)

Družice bude mít ve skutečnosti rychlost mezi rychlostí kruhovou (minimum) a rychlostí únikovou (maximum). Jaký tvar bude mít její dráha, posoudíme z rovnice, která plyne ze zákona o zachování energie, tj. z požadavku, že součet kinetické a potenciální energie je stálý. Pro náš případ můžeme tento vztah vyjádřit takto:

kinetická energie + potenciální e. = konstanta

$$\frac{1}{2} \cdot v^2 + (- k^2 \cdot M/r) = - k^2 \cdot M/2a\,,$$

čili jinak přepsáno: $v^2 = k^2 . M . (2/r - 1/a)$ kde v je rychlost tělesa na dráze a to v bodě, který má vzdálenost r od středu Země. Konstantou této rovnice (vedle k a M) je velká poloosa kuželosečky a. Její velikost rozhoduje o druhu kuželosečky:

jestliže	$v^2 < k^2 . M . 2/r$,	$a > \varnothing$,	je elipsou
	$v^2 = u^2 = k^2 . M. \ 2/r$,	$a = \infty$,	je parabolou
	$v^2 > k^2 . M . 2/r$,	$a < \varnothing$,	je hyperbolou
	$v^2 = \frac{1}{2}u^2 = k^2 . M. \ 1/r$,	$a = r$,	je kružnicí.

Uvedená rovnice energie je důležitým vztahem, který zároveň vysvětluje, proč velká poloosa a tedy i perioda P záleží jen na velikosti rychlosti a nikoli na jejím směru. Můžeme tedy volbou rychlosti určit i tvar dráhy (táhlá elipsa, kružnice a pod).

2. Určení dráhy

Jde nám nyní o to — když družice je odpálena — abychom stanovili její skutečnou dráhu. Bude se jistě poněkud lišit od dráhy předpokládané. K určení dráhy můžeme užít klasických metod nebeské mechaniky. Kdybychom znali ke třem různým polohám pozorovacího místa příslušné tři časy a směry (polohy) k družici, mohli bychom určit všechny prvky její dráhy, podobně jako určujeme prvky dráhy nové komety nebo malé planety. U družic volíme za základní rovinu zemský rovník místo ekliptiky, kterou užíváme při drahách komet a asteroid. Rovina dráhy družice je určena sklonem této roviny dráhy k zemskému rovníku (i) a polohou průsečnice této roviny s rovníkem, tzv. uzlovou přímkou (Ω). Tvar dráhy je určen její velkou poloosou a (nebo periodou P), a výstředností kuželosečky e. Někdy uvádíme tzv. parametr $p = a . (1 - e^2)$. Konečně polohu dráhy v její rovině určuje poloha velké osy elipsy (tzv. přímka apsid) vůči uzlové přímce; úhel, který svírá přímka apsid s uzlovou přímkou je tzv. argument perigea ω, kde perigeem (nebo česky přízemím) nazýváme bod dráhy nejbližší zemskému středu a apogeem (čili odzemím) nazýváme bod dráhy od středu Země nejodlehlejší. Poloha družice ve dráze je určena pro určitý čas t průvodičem r (tj. spojnicí družice se středem Země) a úhlem, který tento průvodič svírá s přímkou apsid — tzv. pravou anomálii v. Někdy se užívá okamžik, kdy družice prochází přízemím (tj. anomálie $v = 0$) nebo výstupným uzlem (tj. anomálie $= \omega$ argumentu perigea — záporně vzatém). Metody určení dráhy byly podrobně propracovány v minulých stoletích a je jich celá řada. V podstatě však užívají dvou principů: Gaussova a Laplaceova. Prvý vychází ze 3 obecných poloh, druhý užívá jediné základní polohy (střední) a rychlosti co do velikosti a směru v tomto bodě. Tuto určíme buď přímo, nebo z obou krajních poloh. V některých případech lze docílit podstatné zjednodušení, můžeme-li předpokládat určitý tvar dráhy (např. kruhovou), pak postačí i menší počet pozorování. Při určování drah družic snadno stanovíme její poloosu, neboť během krátké doby zpravidla určíme její periodu a na základě třetího Keplerova zákona i její poloosu. Dále proto, že dosavadní družice obíhají poměrně blízko zemskému povrchu, není problémem přímým měřením (triangulací) určit jejich výšku nad zemským povrchem a tím tedy i jejich vzdálenost od zemského středu, tj. průvodič dráhy. Určíme-li průvodiče dva a příslušné mezičasy, nebo tři průvodiče a vzájemnou jejich polohu, snadno určíme jak dráhové tak i polohové elementy. S výhodou nám budou některé metody užívané při určování drah dvojhvězd (geometrické a dynamické vztahy). Konečně i metoda určení meteorických drah se dá s úspěchem aplikovat na určení dráhy družice. Dva snímky družice pořízené s dostatečně velké základny umožní nám stanovit vzdálenost tělesa (radiusvektor) i přímo jeho rychlost, když jedna z kamer byla opatřena zařízením pro určování úhlové rychlosti (rotující sektor).

Takto určené dráhy však platí ve skutečnosti jen v prvém přiblížení a pro daný okamžik pozorování, protože ve skutečnosti nejsou splněny předpoklady, ze kterých jsme ve svých úvahách vycházeli. Např. Země nemá tvar přesně kulový a proto neplatí předpoklad soustředění hmoty v jejím středu. Právě u družic, které se pohybují v bezprostřední blízkosti Země, se odchylka tvaru Země od kulového tvaru zřetelně projeví. Zanedbali jsme i gravitační působení ostatních nebeských těles, např. Měsíce a Slunce. Nevzali jsme v úvahu ani nestejnorodost v rozložení hmoty uvnitř Země a především jsme svůj výpočet založili na předpokladu, že se pohyb družice děje ve vzduchoprázdném prostoru, což splněno není. Naopak srovnáním skutečného pohybu družice s pohybem vypočteným z našich předpokladů, můžeme posoudit vliv vyjmenovaných činitelů. Některé vlivy můžeme s dostatečnou přesností předem vypočíst a to tam, kde se projeví poměrně malou měrou, jako je např. gravitační vliv Slunce a Měsíce. Naproti tomu např. vliv zploštění Země velmi silně vystoupí a bude mnohonásobně větší než jaký způsobuje tvar Země na pohyb skutečného Měsíce. Je to proto, že závisí nepřímo na třetí mocnině vzdálenosti rušeného tělesa. A protože umělé družice obíhají kolem Země ve vzdálenostech asi 50-krát menších než skutečný Měsíc, bude jejich působení 125.000-krát větší. Můžeme tedy z rušeného pohybu družic vypočísti tvar Země. Gravitační potenciál zploštělé Země má přídavný člen závislý právě na velikosti zploštění:

$$V = k^2 \,.\, M/r - \varepsilon/3r^3 \,.\, (3 \sin^2 \psi - 1)\,,$$

kde M je hmota Země, r vzdálenost tělesa, na jehož pohyb Země působí, ψ jeho geocentrická šířka, k^2 je gravitační konstanta; ε pak závisí na rozměrech, tvaru a rotaci Země, neboť

$$\varepsilon = k^2 \,.\, M \,.\, R_a^2 \,.\, (\alpha - m/2), \quad \text{kde} \quad m = \Omega^2 \,.\, \alpha/g_a\,,$$

R_a je rovníkový poloměr Země, g_a urychlení na zemském rovníku, α zploštění $=$ $= (R_a - R_p)/R_a$ kde opět R_p je polární poloměr Země (malá poloosa), konečně Ω je úhlová rotační rychlost Země. Prvý člen potenciálu V představuje vliv kulové Země, druhý člen vyjadřuje právě rušivý vliv daný odchylným tvarem Země od koule. Hledaná rušivá síla je pak diferenciálem rušivé složky potenciálu. Abychom vyšetřili její vliv na polohu a ev. tvar dráhy, užijeme metody rušeného pohybu, tak jak je běžný v nebeské mechanice. Rušivou složku rozložíme na tři složky S, T a W. Prvé dvě působí v rovině dráhy, a to tak, že složka S působí ve směru průvodiče, složka T je kolmá na S ve směru pohybu a složka W je kolmá k S i T, tj. působí kolmo k rovině dráhy družice. Jak se změní vlivem těchto poruchových složek elementy dráhy, o tom nás poučí učebnice nebeské mechaniky. Uvádíme tu jen výsledek výpočtů. Ukazuje se, že uvažované poruchy nemají trvalého vlivu na sklon dráhy ani na výstřednost ani na parametr dráhy p. Výrazně se však projeví v pohybu uzlu Ω a přízemí ω, ovšem i v délce tělesa ve dráze τ. Po n otáčkách bude změna elementů $\Delta\Omega$, $\Delta\omega$ a τ dána vzorci [2]

$$\Delta\Omega = -\frac{\varepsilon \cdot \cos i_0}{M \cdot p_0^2} \cdot 2\pi n\,, \qquad \Delta\omega = \frac{\varepsilon}{M \cdot p_0^2}(4 - 5\sin^2 i_0)\,\pi n\,,$$

$$\Delta\tau = \frac{\varepsilon}{M\sqrt{p_0 M}}\,(1 + 3e_0)(3\sin^2 i_0 \sin^2\omega - 1)\,2\pi n\,.$$

Pro případ, že jde o dráhy družic s malou výstředností, lze pohyb uzlu a přízemí zjednodušit podle King-Hele a Gilmora [4]:

$$\Delta\Omega^\circ/\text{den} = 10{,}00^\circ \left(\frac{Ra}{r}\right)^{3,5} \cdot \cos i_0{}^\circ/\text{den}\,,$$

$$\Delta\omega^\circ/\text{den} = 5{,}00^\circ \left(\frac{Ra}{r}\right)^{3,5} (5\cos^2 i - 1)^\circ/\text{den}\,,$$

kde R_a je rovníkový poloměr Země a r střední (harmonická) vzdálenost družice od Země. Teoretické výpočty s numerickou aplikací na družice provedli u nás člen kor. ČSAV Prof. E. Buchar [3], v SSSR Jacunskije [2].

Výpočet vlivů anomálních gravitačních sil — vlivem nestejnorodosti v rozložení hmoty uvnitř Země — je velmi obtížný. Postupujeme tak, že se snažíme odhadnout velikost rušivého potenciálu těchto sil. Můžeme jej vyjádřit ve formě řady, v jejichž členech vystupují mocniny poměru poloměru Země R k vzdálenosti družice r a jako číselné součinitele zavádíme veličiny získané z měření gravitačních anomálií jako funkce zeměpisné polohy. Derivace tohoto potenciálu rozkládáme opět v rušivé složky S, T a W, z jejichž velikosti a změny opět soudíme na změnu dráhových elementů. Výpočet je však nejen velmi složitý, ale i nepřesný vzhledem k nejistotě znalostí gravitačních anomálií, jejichž údaje z různých měření se liší až o 100%. Kvalitativně můžeme říci, že anomální gravitační pole se projeví krátkoperiodickými poruchami některých elementů se vzrůstající amplitudou, u některých s oscilující amplitudou. Tak např. ve výstřednosti dráhy se projeví poruchy asi velikosti $2 \cdot 10^{-4}$, v pohybu přízemí v několika obloukových minutách a v poloze tělesa ve dráze v desetinách obloukové vteřiny. Jsou to veličiny, které by bylo možno velmi přesnými pozorováními ověřit.

Třetí a nejpodstatnější zásah do pohybu družic představuje odpor vzduchu. Můžeme jej vyjádřit vztahem [6]: $F = \varrho \cdot A \cdot v^2$, kde ϱ je hustota vzduchu, A účinný průřez družice (tj. průměrná plocha družice kolmo na směr pohybu) a rychlost družice v. Tímto odporem se pohltí část energie pohybové ΔE. Na kruhové dráze o poloměru r v oblouku u° nabude velikosti: $\Delta E = -u \cdot r \cdot F = -u \cdot r \cdot A \cdot \varrho \cdot v^2$. Protože kinetická energie družice je $E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$, bude její úbytek ΔE určen ze vztahu $\Delta E/E = -2 \cdot u \cdot r \cdot A \cdot \varrho/m$ a ten ovlivní dobu oběhu P o ΔP podle třetího Keplerova zákona: $\Delta P/P = = \frac{3}{2} \cdot \Delta E/E = -3 \cdot u \cdot r \cdot A \cdot \varrho/m$. Vzhledem k tomu, že hustoty vzduchu ubývá s výškou velmi prudce, projeví se odpor na dráze družice prakticky jen v okolí jejího přízemí. Proto pro určitou dráhu družice můžeme nahradit veličiny u, r, ϱ jejich středními hodnotami (s indexem p) v okolí přízemí. Výsledek však musíme ještě násobit faktorem v_p^2/v^2, neboť ve výrazu pro ΔE vystupuje v_p^2 a v E hodnota v^2, takže: $\Delta P/P = -3 \cdot u_p \cdot r_p \cdot \varrho_p \cdot v_p^2/mv^2$. Z tohoto vzorce můžeme naopak, známe-li změnu periody ΔP, počítat hustotu vzduchu ve vzdálenosti r_p od středu Země. Z pozorování prvé sovětské družice vychází hodnota $6{,}7 \cdot 10^{-13}\,\text{gcm}^{-3}$, což je hodnota téměř pětinásobná, než jaké se zpravidla uvádí pro tyto výšky (200 km).

Na základě podobných úvah je možno počítat i životní dobu družice. Podle nedávno uveřejněné teorie J. M. C. Scotta [7] je životní doba družice daná vzorcem: $t = C \cdot h' : dh'/dt$, kde h' je výška odzemí a dh'/dt je změna této výšky za den. Konstanta C je závislá od tvaru dráhy a na předpokládaných vlastnostech atmosféry. Pro sovětské družice byla stanovena na 0,3. Pro sovětské družice odvodil Scott tato data pro ukončení jejich existence: pro prvou družici na 10. leden (ve skutečnosti 4. leden), pro prvou raketu 1. prosince (splnilo se) a pro druhou družici uvádí květen (zdá se, že se tak stane již počátkem dubna)*). Vyjádříme-li změny výšky změnou periody, dostaneme výraz $t = C' \cdot P : dP/dt$, zde konst. C' závisí teoreticky na výstřednosti e, $C' = \frac{3}{4}e^2$.

3. Požadavky kladené na pozorování

Na základě toho, co bylo řečeno o výpočtech dráhy, můžeme odvodit i požadavky, které klademe na přesnost pozorování. Chceme-li dosáhnouti výsledků, pomocí nichž by bylo možno úspěšně soutěžiti s měřeními geodetickými a geofysikálními, pak je třeba, abychom stanovili polohu družic s přesností alespoň 10 metrů. Při průměrné kruhové rychlosti 8 km/s to znamená, že je třeba čas poloh určovat s přesností 0,001 s, což odpovídá 8 m na dráze. Tato veličina se nám jeví ze vzdálenosti 206 km pod úhlem 8″ a ze vzdálenosti 820 km pod úhlem 2″, což je asi také mez přesnosti, se kterou dovedeme určiti polohu rychle se pohybujícího tělesa. K sledování družic byla v USA konstruována speciální fotografická kamera optiky Bakerem a Nunnem [8]; jde o zrcadlový systém podobný známé Schmidtově komoře s hlavním zrcadlem o průměru 50 cm a o světelnosti 1 : 1. Komora je opatřena zvláštním zařízením, které umožňuje stanovit časy exposic s přesností 2 milisekund (kombinace rotační uzávěrky s uzávěrkou štěrbinovou).

Naše meteorické komory mají přesnost asi 10× menší, proto stačí udati časové značky — přerušením stopy zachycené družice — s přesností 1/100 s.

Pozorování visuální, která konáme s přesností 1/10 s, vyžadují stanoviti polohu s přesností 3′ až 12′, tj. přibližně na 1/10 stupně. Ačkoli tato měření nepřicházejí v úvahu pro nejpřesnější určení dráhy, jsou velmi žádoucí hlavně proto, že je lze téměř okamžitě předat výpočtovému středisku, ježto prakticky nepotřebují žádné redukce. Slouží pak pro bezprostřední určení oprav elementů a tím i pro dokonalejší výpočet efemeridy, nutné pro přesná sledování fotografická a radarová. Tato pozorování jsou pak hlavně významná v prvních fázích života družice, dokud dráhu neznáme, nebo před ukončením její existence, kdy se dráha mění neobyčejně prudce a každé sebehrubší určení je důležitým vodítkem, kdy a kde skončí družice svou vesmírnou pouť.

Fotografie malými a středními meteorickými komorami byla umožněna proti původnímu očekávání proto, že sovětské rakety vynikají svou velikostí a tím i jasností. Teprve podrobná analysa ukáže, jak dalece bude možné těchto snímků užít i pro přesnější závěry — v každém případě má fotografie velkou výhodu v trvalé registraci a v dodatečně možné kontrole pozorování.

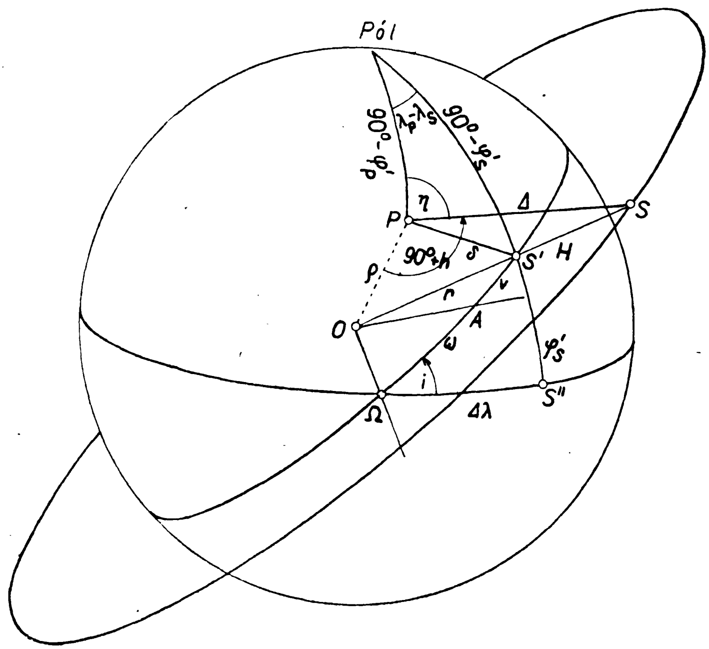
S velkým úspěchem bylo využito i radiových pozorování — dopplerovských „hvizdů" — k přesnému zjištění změn radiálních rychlostí, k určení vzdálenosti i času největšího přiblížení k pozorovateli, ovšem jen po dobu, pokud tyto družice vysílaly své signály. U sovětských družic to bylo na vlně 15 a 7,5

*) Za tisku došla zpráva, že se tak stalo 14. dubna v ranních hodinách.

metrů (frekvencí 20 a 40 MHz) u amerických družic na vlně 3 metrů (frekvenci 108,00 a 108,03 MHz). Z celé serie pozorovaných průchodů bylo pak možné stanovit elementy dráhy nezávisle na optických pozorováních.

4. Efemeridy

Výpočet efemerid můžeme v podstatě rozdělit na dvě skupiny: na výpočet přesných poloh a na výpočet přibližných poloh, které jsou hlavně důležité v počátečním stadiu po vypuštění družice. Přesné efemeridy jsou počítány zpravidla elektronickými počítači v ústavech, které jsou v bezprostředním



Obr. 3

styku se základnou, odkud jsou rakety odpalovány, ale i se spojovacími centry, která počtářská ústředí mohou co nejrychleji zásobit novými pozorováními družic z celého světa. Ačkoli jsou výsledky těchto ústavů předávány pozorovatelům také co nejrychlejší cestou — nejčastěji dálnopisem, někdy leteckou poštou, přec se stává, že jej výkonní pozorovatelé dostávají pozdě. Proto tu přinášíme stručný návod, podle kterého si může pozorovatel ze známých elementů vypočíst efemeridu, nebo jak alespoň v nejhrubších rysech může odhadnouti polohu družice.

Předpokládejme nejdříve, že zná pro čas t_0, tzv. epochu, tyto elementy dráhy: Střední anomalii dráhy M_0, výstřednost dráhy e a velkou poloosu a (resp. periodu P, kterou můžeme vypočísti ze vztahu $P =$ konst $a^{3/2}$, nebo parametr $p = a(1 - e^2)$. Dále sklon dráhy i, argument přízemí ω_0 a jeho denní změnu $\Delta\omega$, rektascensi výstupného uzlu Ω_0 a jeho denní změnu $\Delta\Omega$; někdy se též udává okamžik průchodu výstupným uzlem T v závislosti na počtu oběhů družice n ve tvaru $T = A + B \,.\, n + C \,.\, n^2 + D \,.\, n^3 + \ldots$, kde tedy A je okamžik průchodu v době $t_0 = 0$ a B je tak řečená nodální (uzlová) perioda.

Úkolem našeho výpočtu je určit zeměpisné (geocentrické) souřadnice bodu, (λ_s, φ'_s), který bude mít v okamžiku t družici v zenitu ve výšce H km.

Nejdříve určíme střední anomálii M pro čas t ze vzorce $M = M_0 + (t - t_0) \,.\, \mu$, kde μ je střední úhlový pohyb družice za minutu a je dán vztahem $\mu = 360°/P^m$. Z Keplerovy rovnice $E - e \sin E = M$ určíme tzv. excentrickou anomálii E a z této pomocí známých geometrických vztahů určíme pravou anomálii v:

$$\operatorname{tg} v/2 = \sqrt{(1 + e)/(1 - e)} \,.\, \operatorname{tg} E/2 \,.$$

Argument šířky u (tj. úhel $SO\Omega$ v obr. 3) je dán vztahem $u = \omega + v$ ($\Omega OA = \omega$, $AOS = v$), kde za argument přízemí ω dosadíme jeho příslušnou hodnotu, platnou pro čas t, tj. $\omega = \omega_0 + (t - t_0)\, \Delta\omega/\text{den}$. Poté určíme rozdíl zeměpisných délek $\Delta\lambda$ a geocentrickou šířku φ' řešením pravoúhlého sférického trojúhelníka $\Omega SS'$, $\operatorname{tg} \Delta\lambda = \operatorname{tg} u \,.\, \cos i$ a $\sin \varphi' = \sin u \,.\, \sin i$, při tom ($\Delta\lambda = \Omega S''$) počítáme ve směru pohybu od uzlové přímky ($O\Omega$). Musíme proto vyšetřit i zeměpisnou polohu tohoto bodu. Šířka ex definitione bude $= 0$, délku λ_Ω určíme ze vztahu, že musí být rovná hodinovému úhlu tohoto bodu pro čas t a Greenwichský poledník, při tom Λ je rektascense výstupného uzlu. Nejdříve ji převedeme na epochu t z relace: $\Omega = \Omega_0 - k_2\,(t - t_0)$, kde k_2 je časová změna délky uzlu za 24 hodiny, tedy $\Delta\Omega$ n/den. Poté určíme greenwichský hvězdný čas pro okamžik t, tj. $\Theta g = t(k_1 + 1)/k_1 + M_g$, kde k_1 je zrychlení hvězdného času proti času střednímu, a M_g je hvězdný čas o světové půlnoci, tak jak je udáván např. v Hvězdářské ročence pro každý den v roce. Pak tedy zeměpisná délka výstupného uzlu bude dána vztahem $\lambda_\Omega = \Theta_g - \Omega_\Omega = t\ (1 + k_1)/k_1 + M_g - \Omega_0 + k_2(t - t_0)$, takže výsledná zeměpisná délka družice bude $\lambda_s = \lambda_\Omega - \Delta\lambda$.

Známe tedy obě souřadnice λ_s i φ'_s pro čas t. Výšku H vypočteme z průvodiče družice r a to ze vztahu $r = a(1 - e^2) \,.\, \sin E/\sin v = a \,.\, (\cos E - e)/\cos v$, a tedy $H = r - R$, kde R je poloměr Země.

Nás však zajímá poloha satelitu S vůči našemu pozorovacímu místu P, určenému souřadnicemi λ_P, φ'_P (geoc. šířka) a vzdálenosti ϱ od středu Země. Úhlovou vzdálenost δ bodu S a P dostaneme ze sférického trojúhelníka *Pól—P—S'*:

$$\cos \delta = \sin \varphi'_P \,.\, \sin \varphi'_s + \cos \varphi'_P \,.\, \cos \varphi'_s \cos (\lambda_P - \lambda_s) \,,$$

azimut η ze vztahu (Pól $-P-S'$) *)

$$\sin \eta = \sin (\lambda_P - \lambda_s) \,.\, \cos \varphi'_s/\sin \delta \,,$$

a konečně vzdálenost pozorovatele od družice Δ ($= PS$) z relace

$$\Delta^2 = \varrho^2 + r^2 - 2r \,.\, \varrho \,.\, \cos \delta \,;$$

výšku družice nad obzorem h určíme z trojúhelníka OSP (úhel $SPO = 90° + h$):

$$\cos h = r/\Delta \,.\, \sin \delta \,.$$

Vypočteme-li pro několik časů (např. po 2 až 4 minutách) hodnoty η, h i Δ, můžeme si zhotoviti graf, ze kterého tyto veličiny (např. min. Δ) vyčteme

*) V obr. 3 jde úhel η chybně jen po rameno PS.

pro libovolný jiný okamžik. Užitím obdobných vztahů, ale v opačném sledu užijeme, chceme-li vypočítati průchod družice buď rovnoběžkou, nebo poledníkem určitého pozorovacího stanoviště. Takové efemeridy počítají např. Američané. Udávají zpravidla čas průchodu určitou — (např. +40°) — rovnoběžkou. Musíme je pak přepočítati na průchod naší rovnoběžkou (např. +50°).

Konečně se zmíníme o postupu výpočtu pro případ, že dráha družice je dosud nejistá. Zpravidla známe alespoň polohu roviny její dráhy, tj. polohu uzlu Ω a sklonu dráhy i. Doba oběhu v prvních hodinách bývá velmi nejistá. Také v konečné fázi je to element poměrně nejistý. V tomto případě si představíme dráhu satelita jako plný prstenec, který se vine kolem Země. Určíme pak, kdy tento prstenec buď bude procházeti zenitem (u sklonu dráhy větší než je uvažovaná šířka pozorovacího místa), nebo určíme okamžik, kdy nám bude kulminovat (na jihu). Pak totiž máme možnost, pozorujeme-li ve směru, kde prstenec je, že spatříme i družici, pozorujeme-li alespoň po dobu jedné periody (přibližně): nejlépe půl periody před kulminací a půl periody po kulminaci. Je totiž nutná podmínka — (i když není postačující) —, že družice se musí po této dráze pohybovat.

V případě sklonu menšího než je šířka pozorovacího místa, bude okamžik průchodu nejvyššího bodu dráhy dán světovým časem, který vypočteme ze vzorce:

$$T_g = \frac{\alpha_M + \lambda - M_g}{1 + k_1 + k_2} - (n - 1)(k_1 + k_2) ,$$

kde α_M je rektascense nejvyššího bodu dráhy, tedy $\alpha_M = \Omega + 90$, M_g je hvězdný čas o světové půlnoci, k_1 je zrychlení hvězdného času a k_2 je zpětný pohyb uzlové přímky. Dostáváme tím jakýsi nový „satelitový" čas.

Jestliže dráha družice kříží naši rovnoběžku, pak počítáme okamžik průchodu dráhy zenitem v podstatě podle téhož vzorce, jen s tím rozdílem, že za rektascensi α_M musíme vzít hodnotu jinou, tj. $\Omega + \Delta\lambda$, kde $\Delta\lambda$ je dáno vzorcem

$$\operatorname{tg} \Delta\lambda = \operatorname{tg} u \, . \cos i, \quad \text{kde} \quad \sin u = \sin \varphi' \operatorname{cosec} i \, .$$

Tyto průchody zároveň určují podmínky viditelnosti družice. Jestliže je průchod družice blízko průchodu dráhy zenitem, pak budou podmínky příznivé.

Počet průchodů za den bude dán poměrem $n = 1440^{m}/P^{min}$. Jestliže n je číslo celé, budou se opakovat průchody vždy v tutéž dobu, bude-li je možno vyjádřit v polovinách, budou se opakovat za dva dny, v třetinách po třech dnech atd. Ve skutečnosti se však dráha stáčí vůči Slunci jednak o 1° za den, jak postupuje Slunce mezi hvězdami, jednak pohybem uzlu i vůči jarnímu bodu ($\Delta\Omega$); tím se ovšem poměry opakování průchodu podstatně změní.

Při pozorování je konečně třeba uvážit i poměry, které panují pro osvětlení dráhy Sluncem, když jde o pozorování optická [9]. Je totiž nutná podmínka, aby pozorovaná část dráhy ležela ve slunečním světle. Proto je třeba vypočítati depresi Slunce pro okamžik průchodu. Nejlépe když vypočítáme, kolik minut po západu Slunce nebo před jeho východem procházela družice rovnoběžkou, na níž pozorujeme, a pro tento okamžik vypočteme úhel deprese Slunce, nebo pomocí tabulek (např. Lugeonových) určíme přímo výšku zemského stínu na vertikále. Je-li větší než výška družice, pak bude družice ve stínu, jinak ve světle. Pro průchody téhož dne stačí jediný výpočet, protože dráha družice se vůči Slunci jen pomalu stáčí a můžeme její polohu pro určitý den pokládati za stálou. Celý výpočet můžeme názorně provést graficky nebo si zhotovíme grafickou pomůcku. Přes mapu Země kreslenou v polární projekci položíme pausovací papír otáčivý kolem pólu s dráhou družice (v gnómonické projekci se jeví jako přímka), a druhou průsvitku s vyznačením polohy Slunce a terminátoru zemského stínu případně i linii téže sluneční deprese. Vzájemným postavením těchto tří elementů můžeme vyčíst podmínky viditelnosti družice s ohledem na osvětlovací podmínky.

Závěrem můžeme říci, že již pouhá existence umělé družice umožní řešit řadu úloh základního významu pro tvar i složení Země, ale pomáhá nám i kontrolovat některé závěry nebeské mechaniky, kde změny v dráhách nebeských těles se urychlí v poměru dob oběhu nebeských těles a družice. Je to teprve prvý krok člověku do vesmíru. V dalších článcích bude vysvětlen význam družice při přímých měřeních. K otázce využití nebeské mechaniky se vrátíme ještě později, v článcích věnovaných cestě na Měsíc a k planetám.

Literatura

[1] B. Hacar, *Mechanika Sluneční soustavy* (Cesta k vědění sv. 41).

[2] Různí autoři v časopise Uspechi fizičeskich nauk, sv. LXVIII, č. 1a.

[3] Čl. kor. ČSAV E. Buchar, Sdělení na konferenci o družicích, ČSAV-list. 1957.

[4] King-Hele-Gilmore, *The Effect of the Earth Oblateness on the Orbit of a Near Satellites* (citát nepubl. práce v *Nature* 180, 927, 1957).

[5] Dr B. Šternberk, Sdělení na konferenci o družicích ČSAV — list. 1957 a ústní sdělení o výsledcích dosud nepubl.

[6] Priester-Bennewitz-Lengrüsser, *Radiobeobachtungen des ersten künstlichen Erdsatelliten* (Mitteilungen der Univ.-Sternwarte Bonn).

[7] J. M. C. Scott, *Estimating the Life of a Satellite* — Nature 1957, December 28, 1957, Vol. 180 p. 1467.

[8] K. G. Heinze, *The Baker-Nunn Satellite-Tracking Camera* (Sky and Telescope XVI, No 3, January 1957).

[9] Čl. kor. ČSAV doc. F. Link, *Conditions de visibilité du satellite artificiel* (Studia Geophysica et Geodetica t. 1, též sdělení na konf. ČSAV — list. 1957).

CO A JAK LZE MĚŘIT Z UMĚLÝCH DRUŽIC ZEMĚ

Dr B. Valníček

Umělé družice nabízejí výzkumu vysoké atmosféry naší Země i výzkumu astrofysikálnímu netušené možnosti. Uvědomíme-li si, že jsou to vlastně předsunuté laboratoře, pohybující se v poměrně značných výškách po dlouhou dobu, je nám ihned jasné, že jejich užitím lze postoupit o podstatný kus cesty kupředu při studiu jevů, silně narušených zemskou atmosférou. I když v posledních letech byla provedena řada měření např. z výškových raket typu V-2, Aerobee a pod., přece jen měření získaná z raket jsou velmi nedostatečná, vzhledem k tomu, že raketa může svůj úkol plnit jen velmi krátkou dobu, kterou můžeme počítat nejvýše na minuty. Umělá družice obíhá kolem Země dny, týdny a měsíce, a záleží jen na tom, jakými metodami budeme měřit, abychom dostali různé dlouhé řady měření. Zde jsme v podstatě omezeni pouze kapacitou užitých energetických zdrojů, které napájejí měřicí aparaturu a sdělovací zařízení, předávající výsledky měření na Zemi.

Původní americký projekt *Vanguard* počítal s vybavením osmikilové družice základním měřicím zařízením pro studium kosmického a slunečního záření a některými dalšími měřicími zařízeními. Při studiu tohoto projektu jsme se všichni domnívali, že jde o věc obrovského významu, dokonale promyšlenou