

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

I. N. Vekua

Úspěchy sovětských matematiků

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 3 (1958), No. 4, 402--409

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/137037>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1958

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

## ÚSPĚCHY SOVĚTSKÝCH MATEMATIKŮ\*)

Člen koresp. AV SSSR I. N. VEKUA

Čtyřicáté výročí Velké říjnové socialistické revoluce vítá sovětská matematika vynikajícími úspěchy. Během čtyřiceti let prošla velkým rozvojem a v řadě nejvýznamnějších oblastí pevně zaujala vedoucí místo ve světové vědě. Velké sociální a ekonomické přeměny, jež vešly v život sovětského lidu, byly dovršeny vítězstvím socialismu a poskytly výjimečně příznivé podmínky a nesmírné možnosti pro rozvoj všech odvětví současné matematiky. V sovětských podmínkách se matematika stala důležitým nástrojem v boji za výstavbu komunistické společnosti. Matematika je nepostradatelným prostředkem k řešení velkých a obtížných úkolů, kterých si žádá praxe komunistické výstavby.

Od prvních dnů vítězství Velké říjnové socialistické revoluce neustále pečovala sovětská vláda o rozvoj vědy a o přípravu kádrů. Nejlepší představitelé vědecké a technické inteligence, mezi nimiž byli mnozí vynikající matematicové, vřele odpovídali na výzvu velikého Lenina a jali se aktivně pomáhat sovětské vládě při zpracování státně významných vědeckých a ekonomických problémů. Přes velké obtíže, jimiž trpěla země, v rozhořčeném boji s vnějšími i vnitřními nepřáteli revoluce, začaly v zemi postupně vznikat nové ústavy a laboratoře.

Již v říjnu r. 1918 byl v Moskvě založen Ústřední aerohydrodynamický ústav, řízený velkým ruským matematikem a mechanikem N. J. Žukovským. Po smrti Žukovského (1921) vedl ústav po dlouhou dobu akad. S. A. Čaplygin.

V r. 1920 byl zřízen při Akademii věd v Leningradě Fyzikálně-matematický ústav, jehož ředitelem se stal akad. V. A. Stětklov. V r. 1932 se od tohoto ústavu oddělilo samostatné matematické oddělení, které bylo vbrzku přetvořeno v Matematický ústav V. A. Stětklova. Tento ústav řízený od samého svého vzniku akad. I. M. Vinogradovem, byl v r. 1934 spolu s Akademií věd SSSR přeložen do Moskvy a brzy se stal význačným vědeckým centrem země. Soustředil v sobě nejlepší matematiky Moskvy a Leningradu a připravil mnoho talentovaných mladých sil z různých republik a měst naší země. Ústav má vynikající úspěchy skoro ve všech základních oborech současné matematiky: v teorii čísel, algebře, teorii funkcí, diferenciálních rovnicích, matematické logice, teorii pravděpodobnosti, topologii, mechanice, teoretické fyzice, numerických metodách atd.

Dalším vynikajícím matematickým střediskem byl nesporně Matematický ústav při moskevské universitě, založený v r. 1922, který mnoho vykonal pro přípravu kádrů. Ústav přispěl k rozvoji mnoha nových směrů sovětské matematiky. Ve 20. a 30. letech byly zřízeny speciální matematické ústavy v Charukově, Kyjevě, Tbilisi, Kazani, Tomsku. Po Velké vlastenecké válce byly založeny matematické ústavy také v Taškentu, Jerevaně, Baku. Zárodky budoucích samostatných matematických ústavů jsou i při akademiích jiných svazových republik jako matematická oddělení. Toto rozšíření sítě vědecko-výzkumných ústavů v oblasti matematiky otevřelo široké možnosti k tvůrčí práci představitelů všech národů naší rozlehlé vlasti. V nynější době máme vynikající matematické kolektivy v řadě měst, v nichž do Říjnové revoluce nebylo jediné vysoké školy.

\*) Člen koresp. AN SSSR II. H. Bekya, *Dostiženija sovětskich matematikov*, Priroda, 1957, č. 11.

Sovětská matematika, prohlubující tematiku vědeckého bádání a rozšiřující postupně okruh svých vědeckých zájmů, obsáhli všechny základní směry současné matematické vědy. Těžko nalézt více či méně důležitý její obor, pro jehož rozvoj by sovětská vědci nepřinesli významný příspěvek.

Sovětské matematické se dostalo bohatého vědeckého dědictví. Počínaje 18. stoletím bylo Rusko přední zemí matematického myšlení. Členem Petrohradské akademie věd se stal velký matematik a mechanik Leonhard Euler, který velkou část svého života strávil v Rusku; množství jeho dříve nepublikovaných prací bylo vydáno naší Akademií věd. Geniální objev neeuklidovské geometrie N. I. Lobačevského obohatil vědu zcela novými myšlenkami, které měly veliký vliv na celý další rozvoj matematiky i blízkých oborů. Stačí říci, že rozvoj neeuklidovské geometrie připravil teoretickou basi pro vytvoření teorie relativity, která je jedním z nejznamenitějších úspěchů současné fyziky.

V 19. století proslavila po celém světě ruské matematické myšlení plejáda matematiků v čele s velkým Čebyševem. Práce Čebyševovy, Ljapunovy, Markovovy aj. silně ovlivnily další rozvoj světového matematického myšlení. Tvůrčí činnost těchto velkých vědců, jakož i jiných předních ruských matematiků, je charakterisována výjimečnou všestranností vědeckých zájmů. V tom jsou zvláště poučné práce P. L. Čebyševa. Jemu patří prvořadě významné objevy v teorii čísel, teorii pravděpodobnosti, diferenciální geometrii a mechanice. Přitom P. L. Čebyšev se po celý život zajímal o problémy aplikované matematiky. Jeho práce z teorie mechanismů dosud neztratily vědeckého významu.

Vědecké dědictví, které po sobě zanechali Lobačevskij, Čebyšev, Ljapunov, Markov aj., nemluvě již o Eulerovi, bylo a vždy bude zdrojem vědeckého bádání a rozvoje celé řady vědních oborů.

K Čebyševovým a Markovovým tradicím se těsně přimykají např. práce S. N. Bernštejna z teorie pravděpodobnosti a aproximací funkcí. Další rozvoj těchto oborů nalezneme v pracích A. N. Kolmogorova, S. M. Nikolského a dalších.

Z petrohradské školy vyšli mnozí naši význační matematikové, kteří obohatili vědu prvořadými objevy. Jedním ze zárných představitelů petrohradské matematické školy je vynikající sovětský vědec I. M. Vinogradov.

Z tradic petrohradské školy vyšla také vědecká i praktická činnost významného sovětského matematika a vynikajícího odborníka pro stavbu lodí akad. A. N. Krylova. Jemu patří, spolu s pracemi z matematické fyziky a numerických metod, pozoruhodná vyšetřování z teorie lodí, jimž se dostalo světové proslulosti. A. N. Krylov napsal i výborné črty o životě a díle řady velkých matematiků a mechaniků (Newtona, Eulera aj.).

Na rozvoj a utváření celé řady nových směrů sovětské matematiky měla silný vliv moskevská škola matematická, jež vznikla v Moskevské universitě nedlouho po Říjnové revoluci. Tuto školu vytvořil silný kolektiv převážně mladých matematiků, kteří se pod vedením N. N. Luzina intenzivně zabývali problémy teorie funkcí reálné proměnné a problémy teorie množin. V této době byly tyto obory mladými směry v matematicce. Podle vzniklých tradic pěstovala petrohradská škola pouze klasické disciplíny matematiky a jejich aplikace v přírodních vědách a technice.

Skvělé úspěchy moskevské matematické školy si rychle získaly světovou proslulost. Přípravily půdu pro rozvoj a utváření celé řady nových samostatných vědeckých škol. Ve 20. létech vzniká pod vedením P. S. Alexandrova

významná topologická škola. Vynikající úspěchy této školy dosáhly širokého uznání v celém světě. V současné době tvoří tuto školu velký kolektiv talentovaných matematiků starší i mladé generace. Tematika této školy je mimořádně rozmanitá a zahrnuje nejen topologii, nýbrž i mnoho problematiky ze sousedních oborů. Tak např. významných výsledků v obyčejných diferenciálních rovnicích dosáhla skupina topologů v čele s L. S. Pontrjaginem.

Z moskevské školy vyšli naši vynikající vědci A. N. Kolmogorov, I. G. Petrovskij, A. Ja. Činčín, D. J. Menšov, P. S. Novikov, A. N. Tichonov, a další, kteří svými pracemi obohatili takové obory jako je teorie funkcí reálné proměnné, teorie pravděpodobnosti, diferenciální rovnice, funkcionální analýza, matematická logika. Zvláště plodným se ukázalo spojení nových myšlenek, založených na teorii množin, s klasickými metodami v teorii funkcí komplexní proměnné (I. I. Privalov, V. V. Golubev, M. A. Lavrentjev aj.), v obyčejných diferenciálních rovnicích (V. V. Stěpanov, V. V. Němickýj) a jinde.

Jedním z přesvědčivých ukazatelů vysoké úrovně sovětské matematiky může být skutečnost, že v pracích sovětských vědců byly rozřešeny mnohé problémy, které po dlouhou dobu zůstávaly neřešené navzdory úsilí řady vynikajících matematiků. V dalším uvedeme několik příkladů takových problémů. Přes zdánlivě elementární charakter těchto úloh bylo k jejich řešení třeba vytvořit nové, důmyslné a hluboké metody současné matematiky. Vědecký význam vyšetřování úloh tohoto druhu vůbec je především v tom, že tyto úlohy ve značné míře podněcují rozvoj nových metod a právě tím posouvají vědu vpřed.

Po dvě stě let zůstával neřešen proslulý Goldbachův problém. V r. 1742 vyslovil petrohradský akademik Christian Goldbach v dopisu Eulerovi domněnku, že každé celé číslo větší nebo rovné 6 je možno vyjádřit jako součet tří prvočísel. Od té doby vzdorovalo řešení tohoto problému úsilí nejlepších světových matematiků. Počátkem 20. století se dokonce vyskytly pesimistické názory, že je tento problém vůbec neřešitelný. Tento pesimismus se však ukázal předčasným. V r. 1937 rozřešil akad. I. M. Vinogradov originální metodou tento znamenitý matematický problém pro lichá čísla. Ukázal, že každé liché dostatečně velké číslo je součtem tří prvočísel. Je zajímavé, že druhý důkaz, získaný později v r. 1945, rovněž patří sovětskému vědci, leningradskému matematiku J. V. Linnikovi.

Shora zmíněný výsledek I. M. Vinogradova jest jedním z vrcholných úspěchů celé sovětské matematiky. Metody I. M. Vinogradova poskytly hluboké výsledky i v jiných partiích teorie čísel a ve styčných oblastech. Široce jich používají sovětští i zahraniční matematikové.

Vynikajícím příspěvkem k teorii čísel jsou i práce A. O. Gelfonda o transcendentních číslech. A. O. Gelfond podal v r. 1934 řešení jiného významného problému, jehož formulace rovněž patří Eulerovi.

Problém je takový: má se dokázat transcendentnost čísel tvaru  $\alpha^\beta$ , kde  $\alpha$  a  $\beta$  jsou algebraická čísla, při čemž  $0 \neq \alpha \neq 1$  a  $\beta$  je iracionální (připomeňme, že číslo se nazývá algebraické, je-li kořenem algebraické rovnice s celými koeficienty).

Tento problém je jedním z 23 neřešených matematických problémů, které předložil D. Hilbert v r. 1900 na pařížském mezinárodním kongresu.

V poslední době byl akad. A. N. Kolmogorovem a jeho mladými žáky rozřešen jiný významný problém z jiné oblasti, z teorie funkcí reálné proměnné.

Problém spočívá v tomto: jestliže ve funkci  $f(x, t)$  dvou nezávisle proměnných  $x$  a  $t$  dosadíme za jednu proměnnou, např.  $t$ , novou funkci  $\varphi(y, z)$  jiných dvou proměnných  $y$  a  $z$ , dostaneme zřejmě funkci tří nezávisle proměnných

$$\psi(x, y, z) = f[x, \varphi(y, z)], \quad (*)$$

která má speciální tvar: vznikla, jak říkáme, superposicí dvou funkcí dvou nezávisle proměnných. Superposicemi můžeme takto z funkcí menšího počtu proměnných konstruovat složitější funkce více proměnných. Vzniká pak přirozeně otázka, nelze-li každou funkci tří nezávisle proměnných vyjádřit v tvaru (\*) nebo aspoň v tvaru součtu konečně mnoha funkcí tvaru (\*). Problém lze přirozeně zobecnit na případ více nezávisle proměnných. Akad. A. N. Kolmogorov podal řešení tohoto problému pro funkce čtyř argumentů. Tento výsledek byl pak přenesen jeho žákem V. I. Arnoldem na případ tří nezávisle proměnných a dále zostřen samým A. N. Kolmogorovem.

Zmíněný výsledek nám dovoluje úplně řešit (a to záporně) jeden z Hilbertových problémů (třináctý), jehož znění nebudeme uvádět.

Ukážeme ještě jeden příklad z diferenciálních rovnic. Akad. I. G. Petrovskij a J. M. Landis dosáhli ve společné práci důležitých výsledků v řešení klasické úlohy o počtu limitních cyklů obyčejné diferenciální rovnice tvaru

$$\frac{dy}{dx} = \frac{P(x, y)}{Q(x, y)}, \quad (**)$$

kde  $P(x, y)$  a  $Q(x, y)$  jsou mnohočleny v  $x, y$ .

Integrální křivky rovnice (\*\*) jsou zpravidla otevřené; mohou však existovat i uzavřené integrální křivky, jejichž počet je u rovnic tvaru (\*\*) omezený. Tyto křivky jsou limitami otevřených integrálních křivek a nazývají se limitní cykly rovnice (\*\*). Aniž bychom dále zpřesnili tento pojem, připomeňme, že jednou z důležitých úloh teorie obyčejných diferenciálních rovnic je stanovení přesné horní hranice počtu limitních cyklů. Akad. I. G. Petrovskij a J. M. Landis dokázali, že v případě, kdy  $P(x, y)$ ,  $Q(x, y)$  jsou mnohočleny 2. stupně, není tento počet větší než tři, při čemž tento výsledek už nelze zlepšit v tom smyslu, že existují mnohočleny  $P, Q$  2. stupně, jimž odpovídají právě tři limitní cykly. Zeela nedávno se podařilo týmž autorům získat horní hranici počtu limitních cyklů i v obecném případě, kdy  $P(x, y)$  a  $Q(x, y)$  jsou mnohočleny  $n$ -tého stupně.

Jak známo, v různých oblastech matematiky (algebra, teorie čísel, analýsa aj.) zaujímají značné místo úlohy určit různé objekty (kořeny algebraických rovnic, řešení diferenciálních rovnic atd.), nazývané neznámé nebo hledané veličiny, které mají splňovat různé předem dané podmínky. Nejúplnějšího řešení úlohy zpravidla dosáhneme tehdy, udáme-li přímý návod pro konstrukci hledané veličiny. To znamená, že udáme jistý soubor matematických operací a pevně stanovené pořadí jich užití na dané veličiny (jimi mohou být např. koeficienty a pravé strany rovnic, počáteční nebo okrajové podmínky atd.); po provedení určených úkonů pak dostaneme (zkonstruujeme) hledané řešení. Takové pravidlo se obvykle nazývá algoritmus. Již dávno jsou známy algoritmy pro řešení různých úloh. Jako příklad připomeňme metodu k určení největšího společného dělitele, nazývanou Euklidovým algoritmem.

Nalézt algoritmy k řešení různých skupin úloh má zvlášť velký význam v současné matematice vzhledem k rozvoji výpočtářské techniky. Spočívá v tom, že elektronkových matematických strojů lze použít jen tehdy, je-li možné udat určitý algoritmus řešení úlohy, při čemž tento algoritmus smí ovšem obsahovat jen ty matematické operace, které může stroj provádět. Vzhledem k omezeným možnostem každého stroje se proto často vyskytují značné obtíže při sestavování programu pro stroj dokonce i tehdy, je-li známa existence algoritmu řešení úlohy. Avšak kromě těchto potíží ryze praktického

rázu se vyskytují i případy, kdy „rozumná“ matematická úloha vůbec nemá řešení pomocí algoritmu. V souvislosti s tím vznikl v matematické logice speciální směr, zabývající se řešitelností různých skupin matematických úloh pomocí algoritmů. Nejvýznamnějších výsledků dosáhli v tomto směru největší matematikové P. S. Novikov a A. A. Markov. V r. 1957 byla P. S. Novikovovi udělena Leninova cena za práce, v nichž byla dokázána neřešitelnost celé řady problémů teorie grup.

Uvedeme nyní příklad z algebry. V r. 1954 podal I. R. Šafarevič kladné řešení významného problému z teorie algebraických rovnic, obrácení jedné úlohy Galoisovy teorie týkající se řešitelných grup.

Ze školy je dobře známý vzorec pro řešení kvadratické rovnice. V 16. stol. byly nalezeny analogické, leč mnohem složitější vzorce pro řešení rovnic 3. a 4. stupně. V 17. a 18. stol. hledali nejvýznamnější vědci, mezi nimi Lagrange, takové vzorce pro rovnice vyšších stupňů, ale marně. Počátkem 19. stol. dokázal vynikající norský matematik Abel, že počínaje rovnicí 5. stupně takové vzorce obecně vůbec neexistují, i když mnoho takovéhoto speciálních rovnic lze řešit radikály (tj. pomocí odmocnin). Brzy nato našel Evarist Galois nutnou a postačující podmínku pro řešitelnost rovnice  $n$ -tého stupně radikály; ukázal, že tato podmínka spočívá v tom, že jistá konečná grupa permutací kořenů dané rovnice, tzv. Galoisova grupa rovnice, je tzv. „řešitelnou“ grupou.

Snadno lze určit všechny řešitelné grupy permutací daného počtu prvků; zůstala však nevyjasněna otázka, zda každá řešitelná grupa permutací  $n$  prvků je Galoisovou grupou nějaké rovnice  $n$ -tého stupně. Zbývala takto možnost, že tuto vlastnost mají jen některé řešitelné grupy. Tato klasická úloha zůstávala po více než sto let otevřena a bylo jí věnováno množství prací.

Tím byl obohacen klasický oddíl algebry — teorie algebraických rovnic — zcela novou kapitolou.

V rozvoji matematiky snadno zjistíme tři základní tendence, jež se projevují i v sovětské matematice. První tendence spočívá v prohlubování jednotlivých oborů matematiky, jež je doprovázeno další specialisací, vznikem nových užších směrů s jejich specifickými úlohami a metodami. Plodnost i potřebu takové cesty dokazuje celý historický vývoj matematiky. Na této etapě dosahují vědci, soustřeďující svůj zájem na poměrně malý okruh problémů, velmi hlubokých výsledků a vytvářejí speciální, ale velmi mocné metody. Tento stav mohou ilustrovat ty příklady konkrétních matematických výsledků, které jsme uvedli výše. Práce sovětských matematiků rozšířily nové cesty i v řadě jiných matematických oborů. Byly rozřešeny mnohé obtížné problémy z klasické i moderní algebry a z teorie grup (O. Jul. Šmidt, N. G. Čebotarev, B. N. Delone, A. G. Kuroš, A. J. Malcev aj.). Významné úspěchy máme i v různých partiích geometrie. Zde je třeba se zmínit o pracích V. F. Kagana a jeho školy, o pozoruhodných výsledcích A. D. Alexandrova a jeho žáků a o pracích S. P. Finikova, N. V. Jefimova aj.

Spolu s tím se vyskytuje druhá tendence, v jistém smyslu opačná k první, která je charakterisována úsilím co nejdříve obsáhnout předmět matematiky, vyjasnit ideje sblížující její různé oblasti a dávající možnost je dále rozvinout pomocí obecných metod. Tato tendence se projevuje zvláště silně v současné etapě rozvoje matematiky a je snad jejím význačným rysem. Zřejmým projevem této tendence je funkcionální analýza, která se v posledním půlstoletí bouřlivě rozvinula. Poznamenejme, že práce mnoha sovětských vědců značně podnítily rozvoj této důležité disciplíny (A. N. Kolmogorov, S. L. Sobolev, L. A. Ljusternik, I. M. Gelfand aj.). Zjevy, které urychlují syntesu různých matematických metod a vedou k sjednocení různých matematických oborů,

se v matematice často vyskytují. Metoda vzniklá a rozpracovaná v jedné oblasti matematiky často nalezne tvůrčí uplatnění v sousedních oborech, nebo řešení různých skupin důležitých matematických úloh se dosáhne komplexní cestou, spojeným úsilím matematiků různých specialisací.

Třetím, nejvýznamnějším rysem rozvoje moderní matematiky, rysem, který je v podstatě pokračováním nejlepších tradic klasického období jejího rozvoje, je organické spojení teorie a praxe, úsilí dát předmětu matematiky konkrétní obsah a rozsáhle využít matematických metod k řešení úkolů přírodních a technických věd. To si ovšem nelze představovat tak, že by se matematika omezovala jen na použití svých hotových formulí a metod k řešení praktických úloh a to ještě jen tehdy, lze-li jich bezprostředně použít. Ovšem i těchto případů je nemálo. Známe mnoho příkladů, kdy úlohu z přírodních věd, patřičně schematisovanou, lze matematicky řešit už existujícími matematickými metodami. Touto cestou bylo učiněno nemálo nových objevů, např. ve fyzice. Avšak rozvojem vědy a techniky se stávají problémy stále složitějšími, zvláště v současné době pronikání v hluboké tajemství skladby hmoty. Proto se jejich vyšetřování existujícími již matematickými metodami stává čím dál obtížnější. Při tom v praxi vzniká mnoho životně důležitých úkolů, při jejichž řešení se bez matematických metod nelze obejít. V takových případech dochází pod tlakem praxe k dalšímu zdokonalování matematického aparátu, které je často provázeno vznikem nových hledisek a matematických idejí a dokonce vytvářením nových oborů. Na příklad před našima očima probíhá zrod nových matematických nauk — kybernetiky a teorie informací. Jejich rozvoj podněcuje aktuální problémy automatické regulace a řízení procesů probíhajících velkými rychlostmi blízkými rychlosti světla. Na rozvoji těchto nových matematických oborů se aktivně účastní i sovětští vědci (A. N. Kolmogorov aj.).

Skvělé příklady plodného svazku matematiky s praxí a jich vzájemného postupného ovlivňování nám dává historie rozvoje mnoha matematických disciplin za sovětské éry.

Začněme např. teorii funkcí komplexní proměnné. Tento obor je jedním z těch, které vznikly z vnitřních zákonitostí rozvoje matematiky. Později však tato teorie našla velké uplatnění v nejrůznějších partiích analýsy, geometrie, mechaniky a fyziky. Tím se její problematika, která zprvu byla určována vnitřními potřebami tohoto oboru, začala postupně obohacovat o témata souvisící s aplikacemi. Např. vyšetřování okrajových úloh teorie analytických funkcí bylo silně podněceno potřebami hydromechaniky a teorie pružnosti. Vynikající přínos rozvoji teorie funkcí komplexní proměnné dali sovětští matematikové (I. I. Privalov, V. I. Smirnov, M. A. Lavrentěv, M. V. Keldyš, G. M. Goluzin aj.). Práce M. A. Lavrentěva a jeho žáků o kvasikonformních zobrazeních značně rozšířily rámec tohoto oboru i jeho aplikací. I. N. Vekua zobecnil ve svých pracích mnoho vlastností analytických funkcí na funkce, jež jsou řešeními eliptických systémů rovnic a ukázal důležité aplikace těchto výsledků na geometrii a mechaniku. Zvláště je třeba se zmínit o významných vyšetřováních Lavrentěvových a Keldyšových o aproximacích v komplexním oboru, která dosáhla dalšího rozvoje v pracích A. L. Šagihjana, S. N. Mergeljana aj.

Klasické práce N. J. Žukovského a S. A. Čaplygina, které byly základem pro celou dnešní nauku o aerodynamice letadel, spočívají do značné míry na metodách teorie analytických funkcí. V pracích o hydromechanice od M. A. Lavrentěva, N. J. Kočina, M. V. Keldyš, L. I. Sedova, S. A. Christiano-

viče, A. A. Dorodnicyna aj. nalezneme nejen aplikace těchto metod na praktické otázky, nýbrž i formulaci a řešení řady nových problémů teorie funkcí komplexní proměnné. Vůbec je třeba poznamenat, že práce sovětských matematiků seskupených tehdy kolem S. A. Čaplygina měly veliký význam pro rozvoj sovětské nauky o letadlech. A jestliže dnes je sovětská vlast právem hrda na své slavné letectví, disponující velkým množstvím letadel vlastní výroby, na vypuštění první umělé družice Země, pak toto vše je výsledkem tvůrčí spolupráce pracovníků ve vědě a ve výrobě a především výsledkem svorného společného úsilí našich vynikajících matematiků a nadaných konstruktérů.

Druhým velkým oddílem mechaniky, kde užití metod teorie funkcí komplexní proměnné dalo velmi dobré teoretické i praktické výsledky, je teorie pružnosti. Zde je třeba připomenout především práce G. V. Kolosova, který první ukázal možnost použití analytických funkcí k rovinné úloze teorie pružnosti. Další hluboké práce v tomto směru patří N. I. Muschelišvilimu a jeho žákům. Jejich práce vedly k pozoruhodným výsledkům, které daly této části teorie pružnosti v jistém smyslu konečný tvar. Tyto metody našly široké použití v otázkách teorie singulárních diferenciálních rovnic a v okrajových úlohách eliptických diferenciálních rovnic.

Významné užití funkcí komplexní proměnné nalezneme v pracích V. I. Smirnova a S. L. Soboleva, věnovaných dynamickým úlohám teorie pružnosti. Tyto práce mají velké použití v seismice.

Sovětská matematika dosáhla vynikajících výsledků v teorii diferenciálních rovnic. Zde je třeba připomenout především základní práce Bernštejnovy. Z prací vzniklých v sovětském období poukážme předně na hluboké výsledky I. G. Petrovského a S. L. Soboleva, jež mají základní význam a jsou známy po celém světě. Speciálně v pracích Sobolevových byly vytvořeny zcela nové metody, které umožnily široce rozšířit okruh dříve vyšetřovaných rovnic a okrajových úloh. Pojmy zobecněných derivací a zobecněných řešení, zavedené S. L. Sobolevem, daly podnět k vzniku nové matematické disciplíny, známé pod jménem teorie distribucí. Práce Petrovského a Sobolevovy byly dále rozvinuty v řadě článků sovětských i zahraničních matematiků.

V souvislosti s úlohami nelineární mechaniky byly v pracech N. M. Krylova a N. N. Bogoljubova vypracovány nové metody pro zkoumání řady důležitých problémů diferenciálních rovnic. Sovětská matematika má řadu podstatných úspěchů v analytické teorii diferenciálních rovnic (I. A. Lappo-Danilevskij, N. P. Jerugin aj.).

Zvláště třeba se zmínit o významných vyšetřováních okrajových úloh rovnic smíšeného typu, která byla za posledních deset let provedena sovětskými matematiky (M. A. Lavrentěv aj.). Dosažené teoreticky velmi zajímavé výsledky mají velké praktické použití.

Významných úspěchů dosáhli sovětská matematika ve vypracování nových metod v oboru matematických strojů. S bouřlivým rozmachem elektronkové výpočtářské techniky tu vzniklo mnoho velmi aktuálních problémů, jichž řešením se úspěšně zabývá mnoho matematických kolektivů v zemi. Jejich práce mají výjimečný význam pro další posílení úlohy matematiky při řešení praktických úkolů.

Sovětská matematika pěstují rozsáhlé mezinárodní styky. Zahraniční cesty našich vědců k aktivní účasti na různých sjezdech a konferencích, stejně jako návštěvy zahraničních matematiků v Sovětském svazu, se staly zcela obvyklým zjevem. Můžeme směle tvrdit, že takřka neexistuje význam-



nější mezinárodní matematická konference, již by se sovětští vědci aktivně nezúčastnili. Zvláště těsné je spojení s matematiky lidově demokratických zemí. Velmi přátelské jsou naše styky s francouzskými, italskými a anglickými matematiky. Sovětským vědcům se často dostává pozvání k přednáškám v těchto státech, řada sovětských matematiků byla zvolena za členy zahraničních akademii a vědeckých institucí. Členy mnoha zahraničních akademii jsou akad. I. M. Vinogradov, S. N. Bernštejn, P. S. Alexandrov, A. N. Kolmogorov aj.

Ve všech obdobích rozvoje lidstva, počínaje už dávnou minulostí, hrála matematika jako nástroj k poznání zákonitostí obklopujícího nás světa i jako mohutný prostředek k ovládnutí přírody velmi důležitou roli při tvorbě duchovní a hmotné kultury národů. Plní tuto úlohu, matematika se stále zdokonaluje a její význam pro náš život neustále roste. Proto je matematika vědou, která má nejen bohatou minulost, ale i velkou budoucnost. A k této budoucnosti vede cesta komunismu, cesta Velké říjnové socialistické revoluce.

*Zkráceně přeložil Václav Vilhelm*

## ODCHYLKY OD NORMÁLNÍHO ZÁKONA CHYB

JAN NAVRÁTIL, ČVUT Praha

*Neodpovídá-li serie opakovaných měření podmínkám formulovaným Hagenem a Bessellem, může serie měření vykazovat význačné odchylky od normálního rozložení, jehož se běžně v teorii chyb používá. V práci jsou probrány některé možné zdroje takových odchylek a metody k analýze nenormálních empirických rozložení chyb.*

### 1. Úvod

Profesor Z. Horák upozornil ve svých pracích [1] a [2] na odchylky empirického rozložení hodnot, získaných opakovaným měřením, od teoretického rozložení Gaussova, a navrhuje nahrazení Gaussova rozložení obecnějším, závislým na více parametrech. V práci [2] slibuje teoretické zdůvodnění zobecněné hustoty rozložení chyb.

Snaha po formálním vystižení empirického rozložení četností chyb vhodnou funkcí skrývá v sobě nebezpečí, že tak složitý proces, jako je opakování fyzikálního měření, místo aby byl podrobně analysován, bude vtěsnán do bezduché matematické formule. Matematická statistika celým svým vývojem za posledních 20 let tento postup odmítá.

Použití normálního rozložení k aproximaci empirického rozložení četností chyb má teoretické odůvodnění plynoucí z hlubokých úvah o zdrojích náhodného kolísání měřených hodnot. Při snaze o revisi použitelnosti Gaussova normálního rozložení na rozložení chyb je třeba doplnit, opravit nebo zpřesnit tyto úvahy a najít teoretická rozložení odpovídající obecnějším podmínkám, než jsou podmínky, za nichž je Gaussovo rozložení odvozeno. Některá zobecnění předpokladů o vzniku chyb při měření jsou předmětem této práce.

V původní Laplaceově formulaci uvedeného problému se předpokládá, že chyba při fyzikálním měření vzniká kumulováním velkého počtu navzájem nezávislých elementárních náhodných chyb.

Kromě toho může být měření zatíženo konstantní systematickou chybou, takže můžeme psát

$$\xi = x + s + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_n, \quad (1)$$