Recenzie

Mathematica Slovaca, Vol. 32 (1982), No. 2, 199--205

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/136295

Math. Slovaca 32, 1982, No. 2, 199—205

RECENZIE

J. Bosák: GRAFY A ICH APLIKÁCIE, Alfa, Bratislava, 1980, 168 strán.

Autorom uvedenej publikácie je nielen jeden z popredných predstaviteľov teórie grafov v našej republike, ale i jeden z najvýznamnejších popularizátorov tejto teórie na Slovensku. A preto rozhodnutie vydavateľstva Alfa zveriť sprostredkovanie prvej informácie o pojmoch, metódach a použití teórie grafov širokému okruhu čitateľov práve jemu, právom možno považovať za odôvodnený edičný čin. O to náročnejšou a zodpovednejšou bola úloha autora. Spôsob akým sa jej zhostil si bližšie rozoberieme.

Kniha je písaná prístupným štýlom, s vtipnými sprevádzajúcimi komentármi, pre autora tak príznačnými, a nekladie temer žiadne nároky na matematickú prípravu čitateľa, ktorým môže byť študent strednej školy i pracovník praxe. Na prvý pohľad môžu čitateľa zaraziť otázky: Prečo vychádza táto kniha práve v čase, keď vyšla knižka J. Nečasa s rovnakým názvom „Grafy a jejich použití" v edícii Polytechnická knižnica (SNTL 1978), rovnako určená širokému okruhu čitateľov? Je rozumné, aby v tak malej krajine akou je naša, vyšli krátko po sebe dve populárne zamerané knižky z tej istej teórie, s tým istým názvom a rovnako určené stredoškolákom, vysokoškolákom a pracovníkom praxe? Nie je to zbytočný luxus? Odpoveďou je jednoznačné nie. Naopak, z istého hľadiska ich existencia je prirodzená. Kým Nečasova knižka je očividne určená technicky mysliacim čitateľom, obsahujúca skôr informácie o návodoch pre rôzne praktické úlohy, je Bosákova knižka určená skôr „prírodovedecky" zameraným a mysliacim čitateľom, hľadajúcim tvorivé podnety pre svoje myslenie a prácu. To je zásadný rozdiel a určuje i obsah predloženej publikácie.

Ten je rozdelený do 19-tich kapitol. Prvé štyri majú úvodný charakter. Autor v nich prístupne rozoberá úvahy vedúce k pojmu grafu, základné pojmy z teórie grafov a základné druhy grafov, pričom nezabúda ani na historické poznámky.

V ďalších kapitolách sa autor zaoberá výlučne len klasickou teóriou grafov, čo môže v istom zmysle skresliť názor a predstavu o teórii grafov ako celku, ako aj o jej základných problémoch. Odhliadnuc od toho, že je ťažko súhlasiť napríklad s názorom (str. 8), že teória enumerácií grafov leží na okraji teórie grafov (otázne je vôbec, či leží aspoň na okraji klasickej teórie grafov), môže takáto koncepcia implikovať prípadnú zámenu — a čitateľa menej skúseného (a na takého sa autor obracia) — teórie grafov s klasickou teóriou grafov, čo by mohlo viesť k určite neželaným dôsledkom.

V nasledujúcich štyroch kapitolách sa autor zaoberá niektorými základnými triedami grafov a ozrejmuje pojem izomorfnosti grafov.

Kapitoly 9.—11. sú venované problematike tzv. „chodenia" po grafe. Preberajú sa problémy súvisiace s hamiltonovskými kružnicami, eulerovskými grafmi a pod., pričom sa tu nachádza jednoducho vyložená populárna problematika kreslenia „obrázku" (grafu) jedným ťahom.

Párne a acyklické grafy sú popisované v 12. kapitole. Trinásta kapitola ozrejmuje pojem planárneho grafu a je v nej obsiahnutá slávna Kuratowského veta spolu s dôkazom „ľahšej" implikácie. Táto kapitola sa určite radí k tým, ktoré môžu zaujať i náročnejšieho čitateľa, rovnako ako štrnásta kapitola týkajúca sa farbenia grafov a máp.

V ďalších troch kapitolách sa študujú niektoré invarianty grafov, grafy binárnych relácií a ohodnotené grafy. Zaujímavou (okrem iného vzhľadom i na to, že môže opäť vyvolať polemiku) je 18. kapitola, kde sa rozoberajú typické smery výskumu v teórii grafov. Záverečná 19. kapitola obsahuje zavedenie základných pojmov teórie grafov pomocou množín.

Všetky kapitoly sú opatrené cvičeniami, ktoré častokrát vhodne dopĺňajú a vysvetľujú preberanú problematiku. Výnimkou je snáď len inak veľmi dobre spracovaná kapitola o planárnych grafoch, za ktorou sa nachádzajú len dve jednoduché cvičenia, hoci práve v tejto kapitole, ako jedinej v celej knižke, sa autor zaoberal geometrickým a topologickým modelom grafu, tak prepotrebným pre budovanie intuície. Je škoda, že práve tu núkajúca sa príležitosť na umocnenie výkladu zostala nevyužitá.

Ku knihe je pripojený rusko—slovenský a anglicko—slovenský slovník dôležitých termínov z teórie grafov. V súvislosti s tým však bizarne pôsobí pripojený diferenčný česko—slovenský slovník, svedčiaci skôr o príznačnej pedantnosti autora ako o použiteľnosti tohoto slovníka.

V súvislosti s autorom používanou terminológiou a jeho prácou s ňou a textom, môže u menej vnímavého a povrchného čitateľa vzniknúť dojem, akoby celá knižka nebola ničím iným ako akrobatickou prechádzkou po definíciách klasickej teórie grafov. Tu si je však nutné uvedomiť, že na rozdiel od väčšiny kníh z teórie grafov je táto stavaná na dôslednom používaní pojmu čiastočne orientovaného grafu a veľkou prekážkou pri použití tejto iste zaujímavej koncepcie bola neexistencia slovenskej terminológie.

Záverom možno poďakovať autorovi za knihu, ktorá je ako celok veľmi pútavá i vtipná a určite prispeje k popularizácii „čistej" teórie grafov a jej praktickému využitiu u nás.

Pavel Tomasta, Bratislava

P. Brunovský: MATEMATICKÁ TEÓRIA OPTIMÁLNEHO RIADENIA Alfa, Bratislava 1980, 196 strán.

Táto publikácia je prierezom súčasnej matematickej teórie optimálneho riadenia. Zámerom autora je vysvetliť základné myšlienky a výsledky tejto teórie, oboznámiť s jej vlastnými metódami, líšiacimi sa od klasických metód variačného počtu, na ktorý teória optimálneho riadenia nadväzuje. Hlavným jeho cieľom však je ukázať možnosti použitia tejto teórie na riešenie konkrétnych praktických úloh z rozličných odborov techniky, ekonómie, chemického inžinierstva, atď.

Autor sa nesnaží o úplný rozbor problematiky a vzhľadom na matematickú náročnosť súčasnej teórie optimálneho riadenia, uvádza len špeciálne prípady teórie a viacero zložitých dôkazov len výstižne načrtáva. Kniha však obsahuje bohatý zoznam literatúry, ktorý umožňuje doplnenie chýbajúcich podrobností.

Kniha je určená najmä absolventom matematických odborov vysokých škôl prírodovedeckého, technického a ekonomického zamerania. Vzhľadom na svoj obsah, metodické usporiadanie látky, ako aj spôsob výkladu, má predpoklady na to, aby pomohla vniknúť do uvedenej problematiky aj čitateľovi bez príliš veľkého množstva predbežných matematických znalostí. Základné pojmy z lineárnej algebry, matematickej analýzy, diferenciálnych rovníc, geometrie konvexných množín, nelineárneho programovania a teórie pravdepodobnosti, potrebné pre výklad, nájde čitateľ v dodatku knihy.

V úvode sú uvedené príklady, motivujúce diskrétne aj kontinuálne úlohy optimálneho riadenia. Kniha je rozdelená do dvoch kapitol. Prvá kapitola je venovaná diskrétnym úlohám. Sú tu vysvetlené základné myšlienky a postupy Bellmannovho prístupu k riešeniu týchto úloh v deterministickej aj stochastickej verzii, ako aj prístupy, ktorých cieľom sú variačné podmienky optimality. Na základe sformulovaného tzv. pseudoprincípu maxima, ako aj diskrétnej analógie Pontrjaginovho princípu maxima, sú riešené niektoré príklady. Na záver kapitoly sú klasifikované numerické metódy na výpočet optimálneho riadenia. V druhej kapitole sú preberané kontinuálne úlohy optimálneho riadenia. Hlavná pozornosť je venovaná Pontrjaginovmu princípu maxima a jeho použitiu na výpočet optimálneho riadenia. Okrem toho sú rozoberané základné otázky týkajúce sa riaditeľnosti lineárnych aj nelineárnych úloh, singulárneho optimálneho riadenia a sú načrtnuté metódy dynamického programovania pre spojité úlohy. Záver kapitoly je venovaný vzťahu teórie optimálneho riadenia a variačného počtu a numerickému riešeniu kontinuálnych úloh.

Milan Medveď, Bratislava

EUROMECH COLLOQUIUM No. 112: BRACKETING OF EIGENFREQUENCES OF CONTINUOUS STRUCTURES, Akadémiai Kiadó, Budapest 1979.

Kniha obsahuje 49 krátkych článkov z prednášok na medzinárodnej konferencii z mechaniky „Euromech Colloquium No. 112", ktorá sa konala v r. 1979 v maďarskom meste Mátrafüred. Ústrednou témou väčšiny týchto prác je problem určenia vlastných čísel, vlastných funkcií a vlastných frekvencií v mnohých závažných úlohách mechaniky kontinua. Z hľadiska výsledkov a použitých metód možno tieto práce rozčleniť na niekoľko skupín. K prvej skupine patria práce, v ktorých autori modifikujú, zosilňujú a zovšeobecňujú Poincaréovu—Rayleighovu—Ritzovu metódu a predkladajú jej nové aplikácie. Druhá skupina prác sa opiera o Weinsteinovu—Aronszajnovu—Bazleovu—Foxovu metodu. V tretej skupine prác sa v rôznych modifikáciách aplikuje Ficherova metóda ortogonálnych invariantov. Štvrtá skupina prác sa zaoberá variačnou charakterizáciou vlastných frekvencií a optimalizačnými úlohami vzhľadom na vlastné frekvencie istých dynamických systémov. V poslednej skupine prác sa skúmajú vhodné numerické metódy na určenie a odhad vlastných čísel a vlastných frekvencií. Prevažná časť prác je ilustrovaná vhodnými konkrétnymi príkladmi, numerickými výsledkami a grafickými znázorneniami.

Hlavné témy konferencie boli uvedené prehľadnými prednáškami známych vedeckých osobností v tejto tematike. Menovite, hlavné prednášky predniesli N. Bazley, G. Fichera, D. W. Fox, E. Uhring a W. H. Wittrick.

Jozef Kačúr, Bratislava

M. Csörgö, P. Révész: STRONG APPROXIMATIONS IN PROBABILITY AND STATISTICS. Akadémiai Kiadó, Budapest 1981, 284 pp.

This interesting monograph is a must for anyone doing research on asymptotic methods of probability and statistics as well as for one willing to become acquainted with recent progress within the field of limit theorems of probability theory.

The term strong approximation relates to a.s. convergence results as opposed to weak approximations formulated in terms of weak convergence. In spite of some kind of equivalence between the two approaches many of the results would have been quite difficult to produce by the usual weak convergence methodology.

The monograph starts with a chapter devoted to Wiener and related Gaussian processes which turn out to be appropriate candidates for the limiting processes similarly to the Gaussian distribution within classical central limit theorems (Chapter 1).

The subsequent chapter is devoted to strong approximations of partial sums of i.i.d. random variables by Wiener processes, and deals mainly with extensions of a classical result according to Strassen.

The most important part of the monograph is Chapter 4, where Gaussian processes are used to produce strong approximations to empirical processes. This and the subsequent two chapters contain a remarkable number of deep results on empirical processes which may be of interest also to people doing applied research. Here are a few of the problems investigated: the distance between empirical and quantile processes, asymptotic distributions for some functionals of empirical processes, limit distributions for empirical densities, empirical regression, empirical characteristic functions.

It should be emphasized that, in spite of very clear presentation (not surprising for those familiar with previous publications of prof. Révész), the book is by no means easy to read. It demands a well-prepared reader which, on the other hand, can gain considerable insight into results and methods of this challenging part of probability theory.

Štefan Šujan, Bratislava

T. Šalát: METRICKÉ PRIESTORY, Alfa, Bratislava, 1981, strán 218.

Recenzovaná kniha pojednáva v dvanástich kapitolách o metrických priestoroch a obsahuje tiež niektoré aplikácie teórie metrických priestorov v teórii reálnych funkcií a nekonečných radov. Kniha je určená predovšetkým študentom prírodovedeckých a pedagogických fakúlt.

Prvá kapitola je venovaná základným pojmom: metrickému priestoru, sférickému okoliu bodu, priemeru množiny, konvergencii a metrike na konečnom karteziánskom súčine metrických priestorov a jednoduchým tvrdeniam o konvergencii. Obsahuje nasledovné príklady metrických priestorov: n-rozmerného euklidovského priestoru, priestoru ohraničených funkcií, ako aj ohraničených postupností, so suprémovou metrikou a Hilbertovho priestoru l_2.

Druhá kapitola pojednáva o topologických pojmoch v metrických priestoroch. Sú tu uvedené pojmy. uzáveru množiny, otvorenej množiny, uzavretej množiny, obojakých množín, vnútorného bodu, vnútra množiny, izolovaných, hromadných a kondenzačných bodov, derivácie množiny, hustých, brehových a riedkych množín, množín prvej a druhej kategórie, husto rozložených, perfektných a rozprášených množín. O nich sú dokázané základné vlastnosti. Ďalej nasleduje pojem topologického priestoru a topologického priestoru indukovaného metrickým priestorom, pojednanie o systéme borelovských množín, príklad Cantorovej množiny a kapitola končí pojmom relatívnej topológie podpriestorov topologického priestoru. Dôležitými vetami tejto kapitoly sú: veta o štruktúre otvorených množín na číselnej osi a Cantorova—Bendixonova veta.

Tretia kapitola sa týka separabilných metrických priestorov a metrických priestorov so spočítateľnou bázou. Po ich definíciach sa dokazuje veta, že metrický priestor je separabilný práve vtedy, keď má spočítateľnú bázu. Príkladom v cvičeniach ukazuje autor, že tá veta neplatí, ak sa v nej metrický priestor nahradí topologickým priestorom. Je to príklad separabilného topologického priestoru všetkých reálnych čísel bez spočítateľnej bázy, v ktorom množina všetkých iracionálnych čísel nie je separabilným podpriestorom. Nasleduje Lindelöfova veta a nasledovné vety o mohutnostiach: veta o mohutnosti systému všetkých otvorených množín v topologickom priestore so spočítateľnou bázou, veta o mohutnosti disjunktného systému otvorených množín v separabilnom topologickom priestore, veta o mohutnosti separabilného metrického priestoru, veta o mohutnosti množiny všetkých bodov v separabilnom metrickom priestore, ktoré nie sú kondenzačnými bodmi a Cantorova—Bendixonova veta v prípade separabilného metrického priestoru.

Štvrtá kapitola je venovaná úplným metrickým priestorom. Uvádzajú sa a dokazujú sa: Cantorova veta o prieniku postupnosti do seba zapadajúcich uzavretých množín a Baireova veta o kategórii. Kapitola končí dôkazom, že množina všetkých reálnych čísel s obvyklou metrikou je úplným metrickým priestorom. Piata kapitola pojednáva o vlastnostiach kompaktných metrických priestorov. Sú tu. Cantorova veta o prieniku postupnosti do seba zapadajúcich uzavretých množín a Borelova veta o pokrytiach otvorenými množinami kompaktných metrických priestorov. Šiesta kapitola sa týka súvislých množín a obsahuje jedinú vetu, a to o charakterizácii súvislých podmnožín obvyklého metrického priestoru všetkých reálnych čísel.

Siedma kapitola začína pojmami spojitého zobrazenia, homeomorfizmu a izomorfizmu a jednoduchými tvrdeniami o nich. Ďalej obsahuje tvrdenia o spojitých obrazoch separabilných, súvislých, kompaktných metrických priestoroch, tvrdenia o rovnomernej spojitosti metriky a vzdialenosti bodu od množiny. Kapitola končí pojednaním o zúplnení metrických priestorov, pričom veta o zúplnení metrického priestoru sa dokazuje pomocou jeho izometrického vnorenia do úplného metrického priestoru všetkých ohraničených spojitých reálnych funkcií so suprémovou metrikou.

Ôsma kapitola predstavuje aplikáciu výsledkov o existencii množiny bodov spojitosti a nespojitosti funkcií definovaných na metrických priestoroch s hodnotami v metrických priestoroch. Pomocou pojmu oscilácie sa dokazuje, že množina bodov spojitosti takej funkcie je vždy množina typu G_δ. V poslednej časti tejto kapitoly je konštrukcia reálnej funkcie reálnej premennej, ktorá ma za množinu všetkých bodov nespojitosti práve danú množinu typu F_σ. Deviata kapitola je venovaná Banachovej vete o pevnom bode na úplnom metrickom priestore a na kompaktnom metrickom priestore a aplikáciam Banachovej vety na dôkaz existencie jediného riešenia diferenciálnej rovnice $y' = f(x, y)$ vyhovujúceho danej počiatočnej podmienke, ak f je lipschitzovská v premennej y a na dôkaz existencie jediného ohraničeného riešenia tzv. úplnej regulárnej sústavy nekonečne mnohých lineárnych rovníc s nekonečne mnohými premennými.

Desiata kapitola sa zaoberá otázkou rôznych konvergencií postupností funkcií definovaných na metrickom priestore s hodnotami v metrickom priestore. Najprv sa pojednáva o bodovej a rovnomernej konvergencii. Uvádzajú sa vety: o spojitosti funkcie, ktorá je rovnomernou limitou postupnosti spojitých funkcií a Diniho veta o rovnomernej konvergencii bodovo konvergentnej monotónnej postupnosti spojitých funkcií definovaných na kompaktnom metrickom priestore k spojitej funkcii. Potom sa prechádza k pojednaniu o konvergencii a rovnomernej konvergencii radov, ktorých členmi sú funkcie. Pri tej príležitosti sa dáva jednoduchá konštrukcia spojitej funkcie reálnej premennej nemajúcej v žiadnom bode deriváciu. Ďalej je Tietzeho veta o rozšírení spojitej funkcie definovanej na uzavretej podmnožine metrického priestoru. Nasleduje pojednanie o kvázirovnomernej a skoro rovnomernej konvergencii a o otázke, či tieto konvergencie sú konvergenciami od metriky vhodného metrického priestoru. Jedenásta kapitola obsahuje tri aplikácie Baireovej vety o kategórii. V prvej aplikácii sa ukazuje, že množina všetkých tých postupností reálnych čísel, ktorých limes inferior je $-\infty$ a limes superior je ∞, je reziduálna v množine všetkých reálnych postupností s fréchetovskou metrikou, a teda množina všetkých konvergentných reálnych postupností v tom priestore je prvej kategórie. V druhej aplikácii sa dokazuje, že v priestore $C(0, 1)$ všetkých spojitých funkcií na uzavretom intervale $\langle 0, 1 \rangle$ je množina tých funkcií, ktoré majú aspoň v jednom bode konečné pravé Diniho derivované čísla, je prvej kategórie, a teda aj množina všetkých spojitých funkcií majúcich aspoň v jednom bode konečnú deriváciu je v $C(0, 1)$ prvej kategórie. Tretia aplikácia sa týka dôkazu vety, že množina bodov nespojitosti bodovej limity postupnosti spojitých funkcií definovaných na metrickom priestore s hodnotami v metrickom priestore je prvej kategórie v obore definície tých funkcií. Z toho sa potom dokazuje, že množina bodov nespojitosti konečnej derivácie spojitej reálnej funkcie reálnej premennej (prirodzene, ak tá derivácia existuje) je prvej kategórie v množine všetkých reálnych čísel. Posledná kapitola obsahuje pojem lineárneho normovaného priestoru a tri tvrdenia o ňom. Prvé je, že vlastný uzavretý lineárny podpriestor lineárneho normovaného priestoru je v ňom riedky. Z toho autor dokazuje, že množina všetkých spojitých funkcií na $\langle a, b \rangle$ a množina všetkých funkcií integrovateľných podľa Riemanna na $\langle a, b \rangle$ sú riedkymi množinami v metrickom priestore všetkých ohraničených funkcií definovaných na $\langle a, b \rangle$ pri suprémovej norme. Druhé je, že lineárny normovaný priestor je súvislý a tretie, že žiaden netriviálny lineárny normovaný priestor nie je kompaktný.

Spracovanie knihy je veľmi pekné a mnohé cvičenia uvádzané za každým článkom jednotlivých kapitol sú zaujímavé, ukazujú na aplikácie látky a vhodne dopĺňujú alebo rozširujú látku jednotlivých článkov. Autor na konci knihy uvádza aj výsledky k cvičeniam. Knihu možno hodnotiť ako úvod do teórie metrických priestorov a ako ukážku, akého typu výsledky možno získať v teórii reálnych funkcií a nekonečných radov použitím teórie metrických priestorov.

Ladislav Mišík