K. Lichnerová

Zpráva o III. ročníku Matematickej olympiády na Slovensku

Matematicko-fyzikálny časopis, Vol. 4 (1954), No. 4, 242--(244)

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/126856

ZPRÁVA O III. ROČNÍKU MATEMATICKEJ OLYMPIÁDY NA SLOVENSKU

V školskom roku 1953/54 prebiehal na území celého štátu III. ročník Matematickej olympiády pre žiakov ôsmeho až jedenásteho ročníka stredných škôl a pre žiakov škôl odborných. Olympiádu organizovalo Ministerstvo školstva spolu s Matematickým ústavom Československej akadémie vied. Súťaže sa mohol zúčastniť každý žiak príslušných ročníkov, a to tak, že riešil úlohy v kategórii, ktorá mu podľa podmienok súťaže prislúchala.

Súťaž sa vykonala v 4 kategóriách:

a) kategória A bola určená pre žiakov jedenástej triedy všeobecne vzdelávajúcej školy a pre tretie a štvrté ročníky vyšších škôl odborných;

b) kategória B bola pre žiakov desiatej triedy všeobecne vzdelávajúcej školy a druhé triedy vyšších škôl odborných;

c) kategória C bola pre žiakov deviatej triedy všeobecne vzdelávajúcej školy a prvé triedy vyšších škôl odborných.

d) v kategórii D súťažili žiaci ôsmej triedy všeobecne vzdelávajúcich škôl.

Súťaž prebiehala v troch kolách:

1. prípravné kolo, 2. krajské kolo, 3. celoštátne kolo. (Prvé dve kolá pre kategórie ABCD, tretie kolo len pre kategóriu A.)

Úlohou súťažiacich vo všetkých kolách a vo všetkých štyroch kategóriách bolo vyriešiť určitý počet matematických úloh, ktoré vypracoval ústredný výbor MO. Zaslané úlohy opravovali dvaja odborníci určení krajským výborom MO.

Prvé kolo súťaže bolo prípravné a študijné. Trvalo od 15. októbra do 15. februára. Úlohou účastníka bolo vyriešiť v prvom kole 16 úloh. Tieto úlohy sa riešili doma. Úspešným riešiteľom sa stal každý žiak, ktorý správne vyriešil 9 úloh, a tak postúpil do druhého kola.

Druhé kolo súťaže kategórií A, B, C prebiehalo v krajských sídlach, kategórie D v okresných sídlach 11. apríla 1954, kde na slávnostnom zahájení za prítomnosti zástupcov SAV a Povereníctva školstva víťazi I. kola dostali hodnotné knižné odmeny. V druhom kole mali súťažiaci vyriešiť 4 úlohy. Úspešným riešiteľom sa stal ten, kto aspoň dve úlohy vypracoval „dobre". Druhým kolom sa skončila olympiáda pre kategórie B, C, D. Víťazi boli odmenení čestnými diplomami a knižnými cenami Povereníctva školstva.

Tretie kolo prebiehalo v Prahe 8. mája 1954 a zúčastnili sa ho víťazi druhého kola kategórie A. Zo Slovenska sa do tretieho kola dostali 7 účastníci. Všetci absolvovali v Prahe tretie kolo s úspechom a dvaja z nich sa umiestnili na druhom a treťom mieste. Je to J. Virsík, žiak I. jedenásťročnej školy v Bratislave, ktorý sa umiestnil na druhom mieste, a M. Bordováč, žiak priemyselnej školy elektrotechnickej v Partizánskom, ktorý obsadil tretie miesto.

Pri riešení úloh sa žiaci opierali hlavne o učebnice pre bývalé stredné školy a gymnáziá. Na niektorých školách sa vytvárali tiež záujmové krúžky MO, kde sa žiakom dostalo poučenia o metódach riešenia a boli upozornení na chyby, ktorých sa účastníci väčšinou dopúšťajú.

Prehľad o účastníkoch súťaže zo Slovenska vypadá takto:

Počet účastníkov	A	B	C	Vcelku	Úspešných			Spolu úspešných
					A	B	C	
I. kolo	163	115	275	553	14	9	7	30
II. kolo	14	9	7	30	7	5	3	15
III. kolo	7	—	—	7	7	—	—	7

Úlohy I. kola sa uverejnili v letákoch zaslaných v dostatočnom množstve na jednotlivé školy. Úlohy druhého a tretieho kola uvádzam nižšie.

Úlohy II. kola:

Kategória A:

1. Určite súčet:

$$s_n = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 \ldots\ldots\ldots\ldots (-1)^{n+1} \,.\, n^2,$$

kde n je dané prirodzené číslo.

2. Nech sú dané čísla $a > b > 0$; potom platí:

$$\frac{(a-b)^2}{8a} < \frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} < \frac{(a-b)^2}{8b}$$

3. Dokážte, pre ktoré x má zmysel rovnica:

$$\log_x 10 + \log_x 100 + \log_x 1000 = \frac{\log x^3}{1 + \log x},$$

a nájdite všetky jej riešenia ($\log_A B$ značí logaritmus čísla B při základe A logaritmov; pre $A = 10$ píšeme $\log B$).

4. Je daný základný kváder $ABCDA'B'C'D'$ (kde $ABCD$ je podstava a $AA' \| BB' \| \| CC' \| DD'$ sú bočné hrany kvádra).
Vyšetrite priečku p mimobežiek AC, BC' (stenové uhlopriečky v susedných stenách kvádra) takú, že $p \| B'D$ (telesná uhlopriečka kvádra). Priesečík AC, p označte X; priesečík priamok BC', p označte Y. Dokážte, že bod X je vo vnútri úsečky AC, bod Y vo vnútri úsečky BC', pričom platí:

$$AX = 2 \cdot CX,\ C'Y = 2 \cdot BY,\ B'D = 3 \cdot XY.$$

(Pokyn: užite náčrtu vo voľnom rovnobežnom zobrazení — náhľad zľava.)

Kategória B:

1. Druhá mocnina každého celého čísla má jeden z tvarov: $5n - 1$; $5n$; $5n + 1$, kde n je určité prirodzené číslo. Dokážte. Možno vetu obrátiť?

2. Ak sú u_1, u_2, v_1, v_2 ľubovoľné reálne čísla, potom vždy platí vzťah:

$$(u_1v_1 + u_2v_2)^2 = (u_1^2 + u_2^2)(v_1^2 + v_2^2). \text{ Dokážte.}$$

Určite všetky hodnoty čísel u_1, u_2, v_1, v_2, pre ktoré v tomto vzťahu platí rovnosť.

3. Je daný trojuholník $\triangle ABC$. Vo vnútri strany BC zvoľte dva rôzne body J, J'. Na úsečke AB určite body K, K' tak, aby platilo $JK \| AC$, $J'K' \| AC$, na úsečke AC body L, L' tak, aby platilo $JL \| AB$; $J'L' \| AB$. Dokážte, že platí vzťah:

$$\frac{KK'}{LL'} = \frac{AB}{AC}.$$

4. Nech je daný rovnostranný trojuholník ABC a vo vnútri tohto trojuholníka bod P. Dokážte, že každá z troch úsečiek PA, PB, PC je menšia ako súčet ostávajúcich.

Kategória C:

1. Určite všetky reálne čísla a, b, c, pre ktoré je výraz:

$$a(b^2 + c^2) + b(c^2 + a^2) - c(a + b)^2 \text{ rovný nule.}$$

2. Je dané číslo s a ďalej čísla a, b, c, rôzne od nuly.
Riešte sústavu rovníc:

$$\frac{x}{a} = t, \quad \frac{y}{b} = t, \quad \frac{z}{c} = t, \quad x + y + z = s$$

s neznámymi x, y, z, t.

3. Nech sú dané dva body X, Y a priamka p, ktorá ich oddeľuje.
Na priamke p zostrojte bod O tak, aby platilo: $\sphericalangle XOP = \sphericalangle YOP$, kde P je ľubovoľný bod priamky p, rôzny od bodu O. Stanovte podmienku riešiteľnosti pre rôzne polohy bodov X, Y.

4. Nech je daný rovnobežník $ABCD$. Označme za sebou M, N — stredy strán AD, BC, a ďalej P, Q — priesečíky uhlopriečky BD s priamkami AN, MC.

Dokážte, že platí:

$$BP = PQ = QD; \quad PN = MQ = \frac{1}{3} \cdot AN.$$

Príklady III. kola kategórie A:

1. Nech a je reálne číslo. V obore reálnych čísel riešte rovnicu:

$$ax^2 + 2(a - 1)x + a - 5 = 0.$$

Urobte diskusiu vzhľadom na číslo a.

2. Nech a, b sú komplexné čísla. Ak obrazy koreňov rovnice $z^2 + az + b = 0$ v rovine komplexných čísel tvoria spolu s obrazom čísla 0 pravouhlý rovnoramenný trojuholník s pravým uhlom pri počiatku, platí: $a^2 = 2b \neq 0$. Dokážte a zistite, či možno vetu obrátiť.

3. Bez upotrebenia logaritmických tabuliek dokážte správnosť vzťahu

$$\log_2 \pi + \log_4 \pi < \frac{5}{2}.$$

Pritom $\log_A B$ značí logaritmus čísla B pri reálnom základe logaritmov A.

4. Je daná kocka $ABCDA'B'C'D'(AA' \| BB' \| CC' \| DD')$. Nech bod X leží vo vnútri úsečky AB; priesečík hrany AB s rovinou $B'D'X$ označme Y.

a) Aký útvar vyplní priesečík uhlopriečok štvoruholníka $B'D'YX$, ak bod X prebieha vnútrajšok hrany?

b) Určite medzi týmito štvoruholníkmi $B'D'YX$ taký, že jeho uhlopriečky sa delia navzájom v pomere 1 : 2.

Podrobnosti o celej olympiáde budú uverejnené v brožúre, ktorú vydá Štátne pedagogické nakladateľstvo pod nadpisom: „III. ročník Matematickej olympiády".

Priebeh III. ročníka Matematickej olympiády na Slovensku možno i pri nedostatkoch považovať za úspešný a iste prispel k zvýšeniu matematickej úrovne našich študentov.

K. Lichnerová.