

Matematicko-fyzikálny časopis

Záviš Bochníček

Měření vysokých teplot optickými filtry

Matematicko-fyzikálny časopis, Vol. 6 (1956), No. 1, 30--55

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/126776>

Terms of use:

© Mathematical Institute of the Slovak Academy of Sciences, 1956

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

MĚŘENÍ VYSOKÝCH TEPLOT OPTICKÝMI FILTRY

ZÁVIŠ BOCHNÍČEK

Astronomický ústav Univerzity Komenského v Bratislave

Úvod

Obsahem tohoto pojednání je teorie optické metody k měření teploty žhavých těles. V technické praxi se s takovým úkolem často setkáváme. Je to na příklad hutní průmysl, kde stanovení vysokých teplot je velmi nutné, neboť kvalita nejrůznějších kovových slitin závisí nejen na jejich chemickém složení, ale i na teplotě, k jaké byly zahřáty a při jaké nastalo míšení. Je s dostatek známo, jak se odlišují některé druhy ocele o stejném složení, které však prošly různě vysokým stupněm žhavení. Mnohdy se stupeň žhavení nedodrжуje přesně, protože chybí vhodný způsob jeho měření nebo stanovení. Slitiny pak nemají jednotné a žádané vlastnosti. Zlepšení lze sjednat stálou kontrolou teploty. Ovšem v tomto oboru teplot, o který nám nyní jde, tedy mezi 1000 až 3500 °C nejsou použitelné běžné metody. Do 1000 °C se užívá odporových teploměrů, založených na známém zjevu změny elektrického odporu kovových vodičů vlivem teploty. V oboru teplot kolem 1000 °C nastupuje další způsob, totiž využití термоelektrického zjevu, při němž vzniká термоelektrická síla mezi dvěma spájenými místy elektrického okruhu, složeného ze dvou kovových vodičů. Její velikost je úměrná rozdílu teplot obou míst. Dodnes je vyzkoušena řada takových vhodných термоočlánků (na příklad konstantan-chromnikel). Jejich použitelnost sahá do 1200—1300 °C, vyjma kombinaci platina-platinorhodium a dále molybden-wolfram, z nichž první je použitelná do 1600 °C, druhá dokonce přes 2200 °C. Dosažení ještě vyšších teplot se očekávalo od термоočlánků těžko tavitelných kovů, jako molybdenu, osmia, tantalu a wolframu, avšak snadná oxidace zabraňuje jejich opakovanému použití. Kromě toho vkládání jednoho ze spájených míst термоočlánku v izolovaném obalu do měřené látky nebo do uzavřeného prostoru, v němž se roztopený kov nalézá, je hlavním zdrojem nesnáží v praxi.

Průmysl však nezbytně potřebuje měření teplot i přes 2500 °C. Zde pak selhávají všechny metody, vyjma metod optických. Jejich principem jsou dva fyzikální zjevy. Předně, každé žhavé těleso vysílá s rostoucí teplotou čím dále tím více záření. Na příklad zvýšime-li teplotu dvakrát, stoupne celkové vyzá-

řování na šestnáctinásobek. A dále, barva žhavého tělesa se rovněž mění s jeho teplotou v tom smyslu, že při nízkých teplotách těleso září červeně, se stoupající teplotou jeho barva přechází do oranžové, později žluté, až při nejvyšších teplotách je bělavá. Fyzikální podklady obou těchto zjevů jsou dnes známy a vysvětleny (zákon Stefanův a zákon Planckův), a obou jich lze použít k měření teploty.

V zásadě lze tedy rozdělit optické metody k měření teploty na dvě skupiny: v první se měří záření vysílané žhavým tělesem v celém rozsahu vlnových délek (nebo aspoň se snažíme přiblížit tomu požadavku co nejvíce), v druhé skupině se naopak vymezí jistý obor vlnových délek, v němž se pak provádí další měření.

I. Stručný přehled pyrometrických metod

I. 1. Určení teploty podle celkového záření

Jestliže přijímač záření je absolutně černý a schopný nezkrasleného příjmu v celém vlnovém rozsahu, pak pohlcuje všechno záření na něj dopadající. Postaráme-li se o to, aby energie záření byla užitečně využita měřitelným způsobem, pak nám indikátor ukáže výchylku úměrnou příkonu dopadajícího záření, totiž konst. $(T^4 - T_0^4)$, kde T je teplota zkoumaného tělesa, T_0 je teplota přijímače, v obou případech v absolutní stupnici, t. j. $T = (273 + t) ^\circ\text{C}$. Konstanta v uvedeném vztahu závisí na experimentálním uspořádání a lze ji určit měřením na záření tělesa známé teploty, známých rozměrů a známé vzdálenosti.

Princip měření celkového záření je tento:

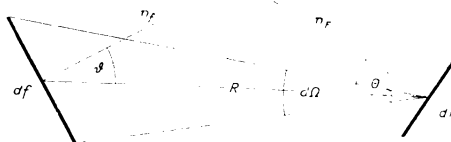
Plocha radiátoru budiž dF . Ve vzdálenosti R se nachází receptor s přijímací plochou dF . Normála plochy radiátoru nechť je od spojnice obou ploch odkloněna o úhel ϑ , plocha receptoru pak o úhel Θ . Ze středu receptoru pozorováno, jeví se nám radiátor v prostrovém úhlu $d\Omega$. Pak pro výkon záření radiátoru, jak je přijímáme na dF , platí

$$dW = d\Omega dF \frac{\sigma}{\pi} T^4 \cos \Theta,$$

kde $\frac{\sigma}{\pi} T^4$ je celkové specifické vyzářování černého tělesa, jak je dostaneme integrací Planckovy funkce

$$\int_{\lambda=0}^{\infty} \frac{2c^2h}{\lambda^5} \frac{d\lambda}{e^{k\lambda T} - 1} = \frac{\sigma}{\pi} T^4,$$

kde $\sigma = 5.664 \cdot 10^{-12} \text{ W cm}^{-2} \text{ grad}^{-4}$.



Obr. 1. Geometrické vztahy mezi radiátorem a receptorem záření.

Receptor necht má teplotu svého okolí T_0 . Za nepřítomnosti jakéhokoliv dalšího tělesa je s tímto okolím v tepelné rovnováze, neboť přijímá z poloprostoru výkon

$$dw = \frac{\sigma}{\pi} T_0^4 dF \int \cos \Theta d\Omega = \sigma T_0^4 dF$$

a rovněž tento výkon do něho vyzařuje. Vložíme-li však do poloprostoru ve směru normály plochy receptoru nějaké těleso o prostorovém úhlu $d\Omega$, pak se nám o tuto hodnotu poloprostor zmenší, takže receptor vlivem stínění dostává výkon poněkud menší, totiž

$$\sigma T_0^4 \left(1 - \frac{d\Omega}{\pi}\right) dF.$$

Tak by tomu bylo, kdyby absolutní teplota vloženého tělesa byla 0. Jestliže však jeho teplota jest T , pak na receptor přichází dodatečný výkon

$$\frac{d\Omega}{\pi} \sigma T^4 dF,$$

takže celková bilance dopadajícího záření je

$$dw = dF \frac{d\Omega}{\pi} \sigma (T^4 - T_0^4),$$

kde faktor před závorkou je závislý na experimentálním uspořádání. Velké citlivosti se dosáhne při velké hodnotě tohoto faktoru. Toho se dá dosáhnout předřazením světelné optické soustavy, na příklad parabolického zrcadla. Nesmíme však zapomenout, že jakýkoliv předřazený systém má vlastní absorpci, což se projeví ztrátou dopadajícího záření. Dále při velmi světelných systémech nevzrůstá výkon se čtvercem světelnosti, nýbrž vlivem nenulového úhlu Θ je tento vzrůst pomalejší.

Jako přijímač se nejlépe osvědčuje bolometr, u něhož dopadající záření vyvolává změnu elektrického odporu, kterou lze dobře měřit. Dále bývá používáno thermočlánek, jehož jedno spájené místo je vhodně začerněno a zahřívá se pod dopadajícím zářením. To vyvolává elektromotorickou sílu, snadno přístupnou měření. Zdá se, že v technické praxi thermočlánek vytlačují bolometry. Měření *ems* je totiž přesnější než měření změny odporu i při muskovém spojení. Rovněž citlivost vhodných thermočláneků je lepší a jejich mechanické provedení snazší a dokonalejší.

1. 2. Určení teploty podle záření ve vybraných oborech

Ačkoliv podstata měření teploty podle celkového záření je zcela jednoduchá, vyskytuje se v praxi řada nesnází značně snižujících přesnost a použitelnost zmíněné metody. Proto již záhy se věnovala pozornost druhé možnosti, jak určit opticky teplotu, totiž měřením záření ve vybraných oborech.

V principu existují dvě takové možnosti. Jednak lze bolometrem nebo thermočlánkem měřit výkon záření vyšetřovaného tělesa v několika vhodně zvolených místech spektra. Zvolíme-li tyto obory pokud možno nejúžší, dostaneme téměř monochromatické záření. Logaritmny výkonu monochromatického záření jsou přibližně lineární funkcí vlnočtu a gradient této funkce (aspoň v omezeném vlnovém rozsahu) je nepřímo úměrný absolutní teplotě zářícího tělesa.

Při druhém způsobu neměříme výkon záření absolutně, nýbrž porovnáváme ho s výkonem srovnávacího zdroje o známé teplotě. Z takových poměrných měření dostaneme relativní gradient, který je úměrný rozdílu reciprokových hodnot teplot obou těles. Známe-li teplotu srovnávacího zdroje, lze neznámou teplotu měřeného tělesa snadno vypočítat.

Výhodou tohoto druhého způsobu je, že přijímač nemusí být absolutně černý. Lze ho tedy nahradit jakýmkoliv receptorem, na příklad lidským okem, fotografickou deskou, hradlovým článkem, fotočlánkem, fotonásobičem a pod. Tyto selektivní receptory bývají ve svém oboru mnohem citlivější než bolometr nebo thermočlánek, jichž nutno používat u metod absolutních. Další a snad hlavní předností těchto metod druhého způsobu je naprostá nezávislost na experimentálním uspořádání, t. j. nezáleží zde ani na velikosti zářících ploch, ani na jejich vzdálenosti. Proto se těchto metod užívá především v astronomii k měření povrchové teploty nebeských těles, často velmi vzdálených, eventuálně i takových těles, jejichž vzdálenost ani neznáme, a přesto jejich teplotu dovedeme určit stejně přesně, jako bychom je měli na dosah ruky.

Nelze ovšem opominout jednu důležitou okolnost. Teplotu z takových měření určenou označujeme jako teplotu termodynamickou. Na příklad hvězdné záření se odlišuje od absolutně černého tělesa, a proto zde barevná teplota je jiná než teplota pravá nebo efektivní. Avšak u kovů a za teplot dosažitelných v laboratorích nenastávají větší odchylky od černého záření, jmenovitě ne ve viditelném světle. Proto zde bývá barevná teplota jen málo odlišná od teploty pravé. Ostatně jestliže by šlo o velmi přesné měření pravé teploty v technické praxi lze vyskytující se odchylky jednou provždy zjistit laboratorně. V úkolech, ke kterým je třeba přihlížet v hutním průmyslu, jde hlavně o to, aby byla stanovena určitá charakteristika, mající těsný vztah k pravé teplotě. A takovou barevná teplota bezesporu je.

1. 2. a Měření na isothermě

Jestliže ze spojitého spektra záření černého tělesa teploty T vybereme dvě vlnové délky λ_1 a λ_2 a určíme poměr jejich intenzit

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^5 \frac{e^{\frac{c_2}{\lambda_1 T}} - 1}{e^{\frac{c_2}{\lambda_2 T}} - 1}.$$

kde $c_2 = 1,43950 (1 \pm 0,00025)$ cm grad, pak z tohoto poměru můžeme stanovit teplotu T zářícího tělesa. Omezíme-li se dále na viditelné záření a teploty běžné v technické praxi, můžeme místo přesného Planckova zákona použít vzorce Wienova, který je tím lepší aproximací, čím menší je součin λT , neboť

$$\lim_{\lambda T \rightarrow 0} \frac{2c_1}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} = \frac{2c_1}{\lambda^5} e^{\frac{c_2}{\lambda T}}.$$

Podle toho je poměr intenzit dvou vlnových délek

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^5 e^{-\frac{c_2}{T} \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right)},$$

z čehož

$$\frac{c_2 \log e}{T} \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) = 5 \log \frac{\lambda_2}{\lambda_1} - \log \frac{I_2}{I_1}.$$

V tomto vzorci jsou všechny veličiny známé až na teplotu T , kterou lze odtud vypočítat. Důležité je to, že výsledek není vůbec závislý na rozměru nebo vzdálenosti měřeného tělesa.

1. 2.b Isochromatické měření

Srovnajme nyní záření dvou vlnových délek λ_1 a λ_2 dvou těles, jednoho o neznámé teplotě T a druhého o teplotě známé T_0 . Srovnání provedeme vždy u téže vlnové délky, t. j. porovnáváme jas tělesa o neznámé a známé teplotě vždy v téže barvě (t. zv. měření isochromatické), tak dostaneme poměry

$$\frac{I(\lambda_1, T)}{I(\lambda_1, T_0)} = \frac{k_1 \frac{e^{\frac{c_2}{\lambda_1 T_0}} - 1}{e^{\frac{c_2}{\lambda_1 T}} - 1}}{k_2 \frac{e^{\frac{c_2}{\lambda_1 T_0}} - 1}{e^{\frac{c_2}{\lambda_1 T}} - 1}},$$

$$\frac{I(\lambda_2, T)}{I(\lambda_2, T_0)} = \frac{k_1 \frac{e^{\frac{c_2}{\lambda_2 T_0}} - 1}{e^{\frac{c_2}{\lambda_2 T}} - 1}}{k_2 \frac{e^{\frac{c_2}{\lambda_2 T_0}} - 1}{e^{\frac{c_2}{\lambda_2 T}} - 1}},$$

kde k_1 a k_2 jsou jisté konstanty, vztahující se při daném experimentálním uspořádání k rozměrům a vzdálenostem zářících těles. Požadované poměry intenzit snadno změříme jakýmkoliv fotometrem vzhledem k snadnosti isochromatického porovnání. Jestliže nyní dělíme první rovnici druhou, dostaneme

$$\frac{I(\lambda_1, T)/I(\lambda_1, T_0)}{I(\lambda_2, T)/I(\lambda_2, T_0)} = \frac{\frac{e^{\frac{c_2}{\lambda_2 T}} - 1}{e^{\frac{c_2}{\lambda_1 T}} - 1} \frac{e^{\frac{c_2}{\lambda_1 T_0}} - 1}{e^{\frac{c_2}{\lambda_2 T_0}} - 1}}{\frac{e^{\frac{c_2}{\lambda_2 T}} - 1}{e^{\frac{c_2}{\lambda_1 T}} - 1} \frac{e^{\frac{c_2}{\lambda_1 T_0}} - 1}{e^{\frac{c_2}{\lambda_2 T_0}} - 1}}.$$

Uvedený výraz při známém λ_1 , λ_2 a T_0 obsahuje jedinou neznámou, totiž hledanou teplotu T . Důležité je opět to, že se zde nevyskytují konstanty k_1 a k_2 , což nám opět umožňuje určit teplotu tělesa, jehož rozměry a vzdálenost nepotřebujeme vůbec znát.

II. Nová metoda dvojího isochromatického měření

II. 1. Úvod

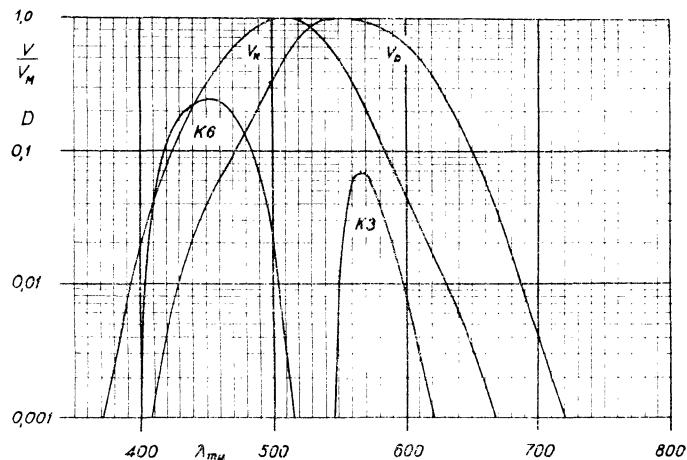
Ačkoliv principy uvedených pyrometrických metod jsou dávno známy, v praxi se všech těchto metod neužívalo. Především poslední metoda dvojího isochromatického měření zůstávala nevyužita, ačkoliv hned při prvním rozboru se ukazuje velice výhodná. Některé úkoly, které se mi před časem vyskytly, vedly mne k řešení tohoto problému. Znamenité výsledky dosažené hned při prvních měřeních byly podnětem k bližšímu rozboru všech okolností zde působících. Tak se nahromadil jistý materiál, jehož uveřejnění považuji za oprávněné vzhledem k výsledkům, jaké tato nová metoda poskytuje. Je to metoda vizuální, což znamená rychlá a nenákladná, používající dvou standardních barevných filtrů, srovnávacího zdroje se žárovkou s wolframovým vláknem (kalibrovanou na příslušnou teplotu) a konečně srovnávacího fotometru jakéhokoliv typu. Zkoušky a měření zde uváděné byly prováděny s Pulfrichovým fotometrem (C. Zeiss, VEB, Jena).

Dříve než přistoupíme k výkladu této nové optické metody pro určování vysokých teplot, věnujme ještě pozornost těm důležitým rysům vizuální fotometrie a filtrové techniky, které se v dalším uplatňují.

II. 2. Relativní spektrální citlivost lidského oka

V praxi nelze dost dobře bez nákladných zařízení izolovat monochromatické záření $I(\lambda, T) d\lambda$, ale musíme se spokojit s širším spektrálním oborem. Ve vizuální fotometrii použitelný obor se rozprostírá od 0,4 do 0,7 μ a je vymezen relativní spektrální citlivostí lidského oka, kteroužto funkci označujeme jako $V(\lambda)$. Na základě mnoha měření je tato funkce známa s dostatečnou přesností. Hodnoty pro jednotlivé vlnové délky uvádím v připojené tabulce 1. Názorný obraz nám podává připojený semilogaritmický diagram, obr. 2. Poznamenejme, že funkce $V_r(\lambda)$ přísluší t. zv. denní adaptaci, t. j. stavu sítnice, jaký nastává při pozorování ploch jasnějších než 30 asb (jas 1 asb je jas bílé, difusně reflektující plochy, osvětlené ze vzdálenosti 1 m zdrojem o svítivosti 1 cd). Avšak ještě při jasu 1 asb jsou odchylky od denní adaptace celkem malé. Teprve pod tímto jasnem nastává znatelný posuv křivky spektrální citlivosti směrem ke kratším vlnovým délkám a ustaluje se u jasů menších než 0,01 asb, kdy mluvíme o t. zv. noční adaptaci. Ji odpovídající relativní spektrální citlivost označujeme jako $V_n(\lambda)$. Její hodnoty uvádím rovněž v připojené tabulce

a diagramu. Při této příležitosti podotkněme, že popsanou změnu spektrální citlivosti z denní adaptace na adaptaci noční objevil a první popsal náš velký fyziolog J. E. Purkyně, podle něhož se tento úkaz nazývá Purkyněovým zje-



Obr. 2. Relativní spektrální citlivost oka pro adaptaci denní $V_D(\lambda)$ a noční $V_N(\lambda)$ a spektrální propustnost optických filtrů Zeiss K3 a K6.

Tabulka I

λ_μ	$V_D(\lambda)$	$V_N(\lambda)$	λ_μ	$V_D(\lambda)$	$V_N(\lambda)$
0,370	0,000040	0,0010	0,570	0,952	0,22
0,380	0,000075	0,0028	0,580	0,870	0,14
0,390	0,00017	0,0080	0,590	0,757	0,083
0,400	0,0004	0,0185	0,600	0,631	0,0490
0,410	0,0012	0,040	0,610	0,503	0,0300
0,420	0,0040	0,080	0,620	0,381	0,0175
0,430	0,0116	0,132	0,630	0,265	0,0100
0,440	0,023	0,212	0,640	0,175	0,00575
0,450	0,038	0,32	0,650	0,107	0,00315
0,460	0,060	0,42	0,660	0,061	0,00170
0,470	0,091	0,58	0,670	0,032	0,00087
0,480	0,138	0,70	0,680	0,017	0,00047
0,490	0,208	0,83	0,690	0,0087	0,00021
0,500	0,323	0,93	0,700	0,0041	0,000105
0,510	0,503	1,00	0,710	0,0021	
0,520	0,710	0,96	0,720	0,00105	
0,530	0,862	0,84	0,730	0,00052	
0,540	0,954	0,69	0,740	0,00025	
0,550	0,995	0,50	0,750	0,00012	
0,560	0,995	0,32	0,760	0,00006	

vem. Jestliže ho zanedbáme -- a to se mnohdy ve fotometrii děje -- může být zdrojem značných chyb. V předložené práci je k němu přihlédnuto, takže vizuální měření teploty dále popsanou metodou je správné jak při denní, tak při noční adaptaci. Rozbor dosažitelné přesnosti je podán později.

11. 3. Optické filtry Zeiss K3 a K6

Použitím barevných filtrů rozdělíme rozsah viditelného záření na užší obory. Tento úkol byl dlouho nesnadno proveditelný, protože neexistovaly filtry s úzkou propustností. Teprve použitím některých organických barviv se podařilo zhotovit vhodné filtry žádaných vlastností. V této práci jsem použil Zeissových filtrů řady *K* s velmi úzkým oborem propustnosti. Užívají se běžně v chemické kolorimetrii a vyznačují se velkou stálostí spektrální křivky. Ani u filtrů vystavených po dlouhou dobu extrémním podmínkám se nedaly zjistit nějaké odchylky.

Abych bylo možno stručně popsat vlastnosti optických filtrů, udává se pro ně vlnová délka λ_m , kde filtr je nejvíce propustný, dále maximální propustnost D_m u této vlnové délky, a konečně šířka spektrálního oboru $b_{\frac{1}{2}}$, v němž relativní propustnost filtru je větší než 0.5. Pro oba použité filtry tyto hodnoty jsou:

filtr	$\lambda_m \text{ \AA}$	D_m	$b_{\frac{1}{2}} \text{ \AA}$
K3	5664	0,0678	271
K6	4537	0,2492	595

Naměřenou propustnost obou filtrů obsahuje tabulka 2.

Používáme-li optických filtrů speciálně k visuální fotometrii, pak uvedené charakteristiky nejsou mezi jednotlivými filtry porovnatelné. Tento nedostatek se v praxi citelně pocítuje, nebyl však dosud odstraněn. Na základě vlastních zkušeností navrhuji pro visuální fotometrii používání těchto nových charakteristik:

1. efektivní vlnová délka

$$\lambda_e = \frac{\int_0^{\lambda} V(\lambda) D(\lambda) \lambda \, d\lambda}{\int_0^{\lambda} V(\lambda) D(\lambda) \, d\lambda},$$

2. efektivní maximální propustnost

$$D_{me} = D_m V(\lambda_m)$$

3. efektivní šířka oboru propustnosti b_e , definovaná tak, aby součin z této efektivní šířky a efektivní maximální propustnosti byl roven visuální propustnosti filtru

$$b_e D_{me} = \int_0^{\lambda} V(\lambda) D(\lambda) \, d\lambda$$

4. efektivní propustnost

$$D_e = \frac{\int_0^{\lambda} V(\lambda) D(\lambda) \, d\lambda}{\int_0^{\lambda} V(\lambda) \, d\lambda}.$$

Tabulka 2
Spektrální propustnost filtru K3 a K6

K3		K6	
λ_{μ}	D ‰	λ_{μ}	D ‰
0,540	0,0047	0,410	3,75
0,542	0,0142	0,420	10,60
0,544	0,043	0,430	18,22
0,546	0,125	0,440	22,4
0,548	0,32	0,450	24,7
0,550	0,71	0,460	24,1
0,552	1,40	0,470	19,9
0,554	2,35	0,472	18,7
0,556	3,35	0,474	17,5
0,558	4,33	0,476	16,2
0,560	5,35	0,478	14,8
0,562	6,20	0,480	13,4
0,564	6,66	0,482	12,1
0,566	6,76	0,484	10,8
0,568	6,73	0,486	9,40
0,570	6,55	0,488	8,20
0,572	6,30	0,490	7,00
0,574	5,80	0,492	5,90
0,576	5,33	0,494	4,90
0,578	4,70	0,496	4,00
0,580	4,22	0,498	3,10
0,590	2,00	0,500	2,35
0,600	0,85	0,510	0,37
0,610	0,33	0,520	0,017
0,620	0,117		
0,630	0,047		
0,640	0,017		
0,650	0,007		
0,660	0,004		

Názorný přehled prvních tří veličin podává připojený obrázek 3.
Pro použité filtry bylo tak nalezeno:

filtr	stav	λ_e	D_{Me}	b_e	D_e
K3	denní adaptace	5715 Å	0,0648	279 Å	0,0169
K3	noční adaptace	5667 Å	0,0193	231 Å	0,0047
K6	denní adaptace	4722 Å	0,0193	482 Å	0,0087
K6	noční adaptace	4658 Å	0,1133	488 Å	0,0581

II. 4. Vizuální metoda dvojího isochromatického měření

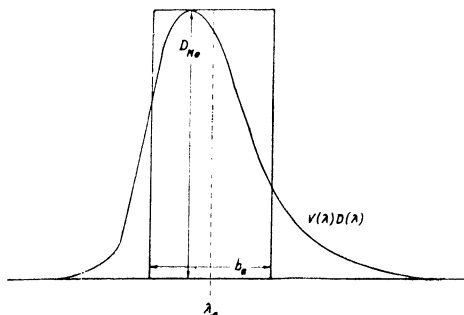
Vraťme se nyní k vlastní metodě určení neznámé teploty srovnáváním intenzit ve dvou spektrálních oborech s intenzitou záření tělesa o známé tep-

lotě. Fotometrickým srovnáním intenzity tělesa, jehož teplotu hledáme, s intenzitou tělesa o známé teplotě T_0 za použití filtru K3 dostaneme poměr

$$Q_1 = \frac{k_1 \int_0^{\infty} I(\lambda, T) V(\lambda) D_1(\lambda) d\lambda}{k_2 \int_0^{\infty} I(\lambda, T_0) V(\lambda) D_1(\lambda) d\lambda}$$

Stejně tak dostaneme při druhém filtru K6 poměr intenzity tělesa o hledané teplotě k intenzitě tělesa teploty T_0

$$Q_2 = \frac{k_1 \int_0^{\infty} I(\lambda, T) V(\lambda) D_2(\lambda) d\lambda}{k_2 \int_0^{\infty} I(\lambda, T_0) V(\lambda) D_2(\lambda) d\lambda}$$



Obr. 3. Spektrální charakteristiky optických filtrů.

Dělme nyní první rovnici druhou; dostaneme tak výraz, který upravíme tím způsobem, aby funkce mající v argumentu stejnou teplotu byly pospolu:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\int_0^{\infty} I(\lambda, T) V(\lambda) D_1(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} I(\lambda, T) V(\lambda) D_2(\lambda) d\lambda} \cdot \frac{\int_0^{\infty} I(\lambda, T_0) V(\lambda) D_2(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} I(\lambda, T_0) V(\lambda) D_1(\lambda) d\lambda}$$

Označme dále

$$\frac{Q_1}{Q_2} = Q$$

$$\log \frac{\int_0^{\infty} I(\lambda, T) V(\lambda) D_1(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} I(\lambda, T) V(\lambda) D_2(\lambda) d\lambda} = f(T)$$

$$\log \frac{\int_0^{\infty} I(\lambda, T_0) V(\lambda) D_1(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} I(\lambda, T_0) V(\lambda) D_2(\lambda) d\lambda} = f(T_0)$$

pak lze stručně psát

$$f(T) = f(T_0) + \log Q,$$

což znamená: funkce hledané teploty T je rovna logaritmu poměru měřených veličin Q_1 a Q_2 plus aditivní konstanta $f(T_0)$, jejíž velikost závisí na volbě teploty srovnávacího zdroje. V této rovnici je vlastní matematické vyjádření celé metody.

Proveďme nyní diskusi uvedených rovnic pomocí aproximací. Představme si optický filtr s dostatečně úzkým oborem propustnosti od $\lambda_0 - \frac{1}{2}b_0$ do

$\lambda_e = \frac{1}{2}b_e$ a s efektivní maximální propustností $D_{m,e}$. Visuální propustnost takového filtru je tedy $D_{m,e}b_e$. Násobíme-li dále výraz $V(\lambda) D(\lambda)$ Planckovou funkcí $I(\lambda, T)$ dostaneme výraz, který v grafickém znázornění představuje křivku velmi podobnou $V(\lambda) D(\lambda)$, zvětšenou však pro každou vlnovou délku o násobek $I(\lambda, T)$. Efektivní vlnová délka tohoto nového výrazu zůstává téměř nezměněna a shodná s efektivní vlnovou délkou použitého filtru. Můžeme proto s postačující přesností psát

$$\int_0^{\lambda} I(\lambda, T) V(\lambda) D_1(\lambda) d\lambda \sim I(\lambda, T) D_{m,e} b_e \sim \gamma c_1 \lambda_e^{-5} e^{-\frac{c_2}{\lambda T}} \left(1 - e^{-\frac{c_2}{\lambda T}}\right)^{-1} D_{m,e} b_e.$$

Jestliže máme dva filtry, pak pro každý z nich platí výraz tohoto tvaru, až na rozdílné veličiny λ_e , $D_{m,e}$, b_e , které odlišíme indexy 1 a 2. Funkce hledané teploty $j(T)$, která je logaritmem obou integrálů plus aditivní konstanta, nabývá tak tvaru

$$j(T) \sim j(T_0) + \log \frac{D_{m,e1} b_{e1}}{D_{m,e2} b_{e2}} - 5 \log \frac{\lambda_{e1}}{\lambda_{e2}} - \left(\frac{1}{\lambda_{e2}} - \frac{1}{\lambda_{e1}}\right) \frac{c_2 \log e}{T} + \frac{1 - e^{-\frac{c_2}{\lambda_{e1} T}}}{1 - e^{-\frac{c_2}{\lambda_{e2} T}}}.$$

Poslední člen této rovnice se dá zanedbat, neboť je téměř nulový. Zbývá tedy výraz

$$j(T) = j(T_0) + a + b \cdot \frac{1}{T},$$

kde a a b jsou v prvním přiblížení konstanty určené charakteristikami filtru:

$$a = \log \frac{D_{m,e1} \cdot b_{e1}}{D_{m,e2} \cdot b_{e2}} - 5 \log \frac{\lambda_{e1}}{\lambda_{e2}},$$

$$b = \left(\frac{1}{\lambda_{e2}} - \frac{1}{\lambda_{e1}}\right) c_2 \log e.$$

Tak konečně dostáváme

$$T = \frac{1}{\frac{1}{T_0} - \frac{a}{b} + \frac{1}{b} \log Q}.$$

11. 5. Číselné hodnoty při denní adaptaci

Poslední rovnice předešlého odstavce je vhodná k posouzení celkového průběhu hledané funkce a rovněž se dobře hodí k interpolaci mezi známými hodnotami Q . Pro přesný výpočet bylo však použito exaktních integrálů typu

$$\int_0^{\lambda} I(\lambda, T) V(\lambda) D(\lambda) d\lambda$$

pro oba filtry a celou řadu zvolených teplot. Jako srovnávací zdroj bylo zvoleno záření o barevné teplotě $T = 2360$ grad. Takové záření se dá velmi

dobře realizovat žárovkou s wolframovým vláknem při určitých provozních podmínkách. Zdroj lze obdržet kalibrovaný z větších fyzikálních ústavů. Provozní podmínky se dají snadno kontrolovat a udržovat na správné hodnotě. Malé odehytky, vznikající u wolframu odehytkou jeho emisního koeficientu od konstantní hodnoty ve viditelném záření, jsou diskutovány později.

Z číselných hodnot svrchu uvedeného integrálu bylo nalezeno číslo Q pro jednotlivé teploty rozložené pokud možno stejnoměrně v soustavě $1/T$, a to od 500 až do 30.000 grad. V tabulce, jež by obsahovala tato čísla, bylo by již možné interpolovat. Ukázalo se však výhodnějším nalézt metodou nejmenších čtverců aproximační funkce, jež by analyticky vyjadřovala vztah mezi $\frac{1}{T}$ a $\log Q$. Eventuální odehytky lze eliminovat zavedením vyšších mocnin $\log Q$. S praktického hlediska musíme ovšem omezit jejich počet. Pro celý teplotní rozsah se ukázalo praktickým zavést dvě funkce, z nichž první platí pro teploty nižší než 5000 grad, druhá pak pro teploty vyšší. První funkce zní

$$\frac{10^3}{T} = 0.4241 + 0.45893 \log Q + 0.016882 \log^2 Q + \delta_1(Q).$$

$Q < 0.30$.

Tabulka 3
Korekční tabulka

Q	$10^3 \delta_1$	$10^3 \delta_2$	Q	$10^3 \delta_1$	$10^3 \delta_2$	$10^3 \delta_3$
30		92	1.6	2		3
25		34	1.4	1		5
20		14	1.2	1		8
18		11	1.0	5		12
16		8	0.95	6		13
14		6	0.90	7		13
12		5	0.85	7		14
10	2	4	0.80	7		14
9.5	1	4	0.75	7		15
9.0	0	4	0.70	7		15
8.5	1	4	0.65	7		15
8.0	1	4	0.60	6		15
7.5	2	4	0.55	5		15
7.0	3	4	0.50	4		14
6.5	3	4	0.45	2		12
6.0	3	4	0.40	5		9
5.5	2	4	0.35	11		5
5.0	1	4	0.30	17	10	7
4.5	1	4	0.25		1	15
4.0	2	4	0.20		0	8
3.5	3	4	0.18		1	19
3.0	4	3	0.16		1	26
2.5	4	0	0.14		1	33
2.0	3	2	0.12		1	38
1.8	3	2	0.10			43

Druhá funkce zní

$$\frac{10^3}{T} = 0,4302 + 0,46757 \log Q + 0,008763 \log^2 Q + \delta_2(Q)$$

$Q < 0,30$.

V těchto rovnicích δ_1 a δ_2 jsou malé opravy (vliv vyšších mocnin $\log Q$), jejichž číselná hodnota je obsažena v tabulce 3.

Podle uvedených rovnic byla vypočtena konečná tabulka 4, použitelná přímo v praxi, v níž ke zjistitelnému argumentu Q , jak ho dostaneme z měření, se přiřazuje barevná teplota T . Podmínkou pro použití tabulky je teplota srovnávacího zdroje $T_0 = 2360$ grad, a dále dostatečný jas obou polí ve fotometru, aby se zrak pozorovatele ustálil na denní adaptaci.

Tabulka 4
Barevná teplota při denní adaptaci

Q	T	Q	T	Q	T
10,0	1,111	1,95	1,790	0,46	3,690
9,5	1,125	1,90	1,807	0,44	3,810
9,0	1,140	1,85	1,824	0,42	3,940
8,5	1,156	1,80	1,843	0,40	4,090
8,0	1,173	1,75	1,863	0,38	4,265
7,5	1,192	1,70	1,884	0,36	4,460
7,0	1,214	1,65	1,905	0,34	4,685
6,8	1,223	1,60	1,928	0,32	4,955
6,6	1,232	1,55	1,952	0,30	5,290
6,4	1,242	1,50	1,978	0,29	5,470
6,2	1,253	1,45	2,005	0,28	5,670
6,0	1,264	1,40	2,034	0,27	5,910
5,8	1,273	1,35	2,065	0,26	6,180
5,6	1,287	1,30	2,098	0,25	6,500
5,4	1,300	1,25	2,133	0,24	6,860
5,2	1,313	1,20	2,171	0,23	7,300
5,0	1,328	1,15	2,212	0,22	7,830
4,8	1,343	1,10	2,257	0,21	8,480
4,6	1,359	1,05	2,306	0,20	9,290
4,4	1,376	1,00	2,360	0,195	9,740
4,2	1,395	0,95	2,419	0,190	10,250
4,0	1,415	0,90	2,484	0,185	10,850
3,8	1,437	0,85	2,555	0,180	11,500
3,6	1,460	0,80	2,640	0,175	12,300
3,4	1,486	0,75	2,730	0,170	13,250
3,2	1,514	0,70	2,835	0,165	14,350
3,0	1,545	0,68	2,880	0,160	15,700
2,9	1,562	0,66	2,930	0,155	17,450
2,8	1,580	0,64	2,980	0,150	19,650
2,7	1,599	0,62	3,040	0,145	22,600
2,6	1,619	0,60	3,100	0,140	26,700
2,5	1,640	0,58	3,165	0,135	33,000
2,4	1,663	0,56	3,235	0,130	44,000
2,3	1,688	0,54	3,310	0,125	67,000
2,2	1,714	0,52	3,390	0,120	143,000
2,1	1,742	0,50	3,480	0,115	
2,0	1,773	0,48	3,580		

II. 6. Úprava metody pro noční adaptaci

Použití tabulky pro denní adaptaci je omezeno na jasnější zdroje. Mnohdy se však setkáváme se zdroji méně jasnými, nebo uspořádání měření je takové, že nemůžeme dosáhnout dostatečného jasů ve fotometru, takže pracujeme v oboru noční adaptace. Abychom spolehlivěji určili teplotu i za takových poměrů, je nutno vypočítat tabulku pro noční adaptaci.

Mohli bychom postupovat způsobem popsáním v předešlém odstavci, avšak tento postup by byl zdlouhavý a namáhavý. Mnohem snáze dosáhneme téhož výsledku použitím nové funkce, kterou definujeme takto:

$$\log P(T) = \log \frac{\int_0^{\lambda} I(\lambda, T) V_d(\lambda) D(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\lambda} I(\lambda, T) V_n(\lambda) D(\lambda) d\lambda},$$

kde $V_d(\lambda)$ je relativní spektrální citlivost oka při denní adaptaci,

$V_n(\lambda)$ je relativní spektrální citlivost oka při noční adaptaci.

Funkce takto definovaná zachycuje analyticky vliv Purkyňova zjevu při pozorování použitými filtry. S hlediska číselného výpočtu má tu výhodu, že se mnohem méně mění než integrály samy, což je důležité pro interpolaci. Aproximativní vzorec pro tuto funkci zní

pro filtr K3:

$$\log P_3(T) = -0,6115 - 3,8671 \frac{10}{T} - 4,5543 \frac{10^4}{T^2} + A_1(T),$$

pro filtr K6:

$$\log P_6(T) = -0,8092 - 1,9670 \frac{10^2}{T} + 2,3184 \frac{10^4}{T^2} + A_2(T),$$

kde $A_1(T)$ jsou malé korekce obsahující vliv vyšších mocnin $\frac{1}{T}$ a mající vliv nanejvýše na třetí místo za desetinnou čárkou.

Tímto způsobem se tedy vyhneme zdlouhavému výpočtu integrálů vlastních a počítáme jednodušeji podle

$$\log \int_0^{\lambda} I(\lambda, T) V_d(\lambda) d\lambda = \log \int_0^{\lambda} I(\lambda, T) V_n(\lambda) D(\lambda) d\lambda + \log P(T),$$

v kterémžto vzorci lze použít již jednou vypočtených hodnot pro denní adaptaci.

Abychom mohli hledanou teplotu nejjednodušeji vyjádřit vzorcem tvaru

$$\frac{1}{T} = A + B \log Q + C \log^2 Q + \delta_3(Q)$$

musíme nalézt vztah mezi Q a $P(T)$. Podle definice je

$$\log Q = f_s(T) - f_s(T_0),$$

kde pro noční adaptaci platí

$$j_N(T) = \log \int_0^x I(\lambda, T) V_N(\lambda) D_1(\lambda) d\lambda$$

$$\int_0^x I(\lambda, T) V_N(\lambda) D_2(\lambda) d\lambda$$

neboli

$$j_N(T) = \log \int_0^x I(\lambda, T) V_n(\lambda) D_1(\lambda) d\lambda = \log P_1(T) -$$

$$\log \int_0^x I(\lambda, T) V_n(\lambda) D_2(\lambda) d\lambda = \log P_2(T).$$

t. j.

$$j_N(T) - j(T) = \log \frac{P_1(T)}{P_2(T)}.$$

Z této rovnice je vidět, že barevný index se při noční adaptaci liší od barevného indexu pro adaptaci denní, což je pochopitelné, uvážíme-li, že jde o měření v poněkud odlišných oborech. Výraz

$$\log \frac{P_1(T)}{P_2(T)} = 1.4207 + 1.5803 \frac{10^2}{T} - 6.8727 \frac{10^4}{T^2} + I_3(T)$$

se mění v rozsahu teplot 1600 až 3000 grad jen málo, z 1.3346 na 1.4238.

Nyní konečně můžeme napsat rovnici pro určení teploty při noční adaptaci. Zní

$$\frac{10^3}{T} = 0.4249 + 0.43966 \log Q + 0.022380 \log^2 Q + \delta_3(Q),$$

kde $\delta_3(Q)$ je malá oprava (vliv vyšších mocnin $\log Q$), jejíž číselnou hodnotu obsahuje připojená tabulka 3. Podle svrchu uvedené rovnice byla posléze vy počtena tabulka 5 pro měření při noční adaptaci, která ke každému argumentu Q přiřazuje teplotu T , používáme-li jako srovnávacího zdroje záření barevné teploty $T_0 = 2360$ grad, a pracujeme-li při stavu noční adaptace, t. j. při plošné fotometrii za jasu menšího než 0.01 asb (pozorováno přes filtr).

II. 1. Přesnost a meze uvedené metody

Zbývá posoudit přesnost uvedené metody a určit meze, v nichž je použitelná.

Pokud jde o číselnou přesnost, byl výpočet všude prováděn na čtyři až pět desetinných míst, což je přesnosti více než postačující, v integrálech vystupující Planckova funkce $I(\lambda, T)$ byla počítána podle exaktního tvaru, Wienovy aproximace bylo použito jen pro malé součiny

$$\lambda T \lesssim \frac{c_2 \log \epsilon}{-\log \epsilon},$$

kde ϵ je předepsaná přesnost

Tabulka 5
Barevná teplota při noční adaptaci

Q	T	Q	T	Q	T
30	891	4,6	1,376	0,62	3,000
29	896	4,4	1,394	0,60	3,055
28	902	4,2	1,413	0,58	3,115
27	909	4,0	1,433	0,56	3,180
26	916	3,8	1,454	0,54	3,250
25	923	3,6	1,478	0,52	3,325
24	931	3,4	1,504	0,50	3,405
23	939	3,2	1,532	0,48	3,490
22	947	3,0	1,562	0,46	3,585
21	956	2,9	1,579	0,44	3,695
20	966	2,8	1,597	0,42	3,815
19,5	971	2,7	1,616	0,40	3,945
19,0	976	2,6	1,636	0,38	4,095
18,5	982	2,5	1,657	0,36	4,265
18,0	988	2,4	1,680	0,34	4,460
17,5	993	2,3	1,704	0,32	4,685
17,0	999	2,2	1,730	0,30	4,955
16,5	1,006	2,1	1,758	0,29	5,110
16,0	1,013	2,0	1,788	0,28	5,270
15,5	1,020	1,95	1,809	0,27	5,460
15,0	1,027	1,90	1,821	0,26	5,670
14,5	1,035	1,85	1,839	0,25	5,900
14,0	1,043	1,80	1,858	0,24	6,170
13,5	1,051	1,75	1,877	0,23	6,470
13,0	1,060	1,70	1,897	0,22	6,830
12,5	1,070	1,65	1,918	0,21	7,280
12,0	1,080	1,60	1,941	0,20	7,830
11,5	1,090	1,55	1,965	0,195	8,440
11,0	1,102	1,50	1,990	0,190	8,470
10,5	1,114	1,45	2,017	0,185	8,840
10,0	1,127	1,40	2,045	0,180	9,260
9,5	1,141	1,35	2,075	0,175	9,730
9,0	1,156	1,30	2,107	0,170	10,250
8,5	1,172	1,25	2,141	0,165	10,850
8,0	1,189	1,20	2,179	0,160	11,550
7,5	1,208	1,15	2,219	0,155	12,400
7,0	1,230	1,10	2,262	0,150	13,350
6,8	1,239	1,05	2,309	0,145	14,550
6,6	1,249	1,00	2,360	0,140	16,000
6,4	1,259	0,95	2,415	0,135	17,850
6,2	1,269	0,90	2,480	0,130	20,300
6,0	1,280	0,85	2,550	0,125	23,600
5,8	1,292	0,80	2,625	0,120	28,400
5,6	1,304	0,75	2,710	0,115	36,000
5,4	1,317	0,70	2,810	0,110	50,000
5,2	1,331	0,68	2,855	0,105	85,000
5,0	1,345	0,66	2,900	0,100	200,000
4,8	1,360	0,64	2,950		

Chyby, které by mohly vzniknout odchylkou spektrální křivky použitých filtrů, jsou téměř vyloučeny. Oba filtry K3 i K6 se vyrábějí standardně a jsou opticky kontrolovány, takže výrobky s eventuální odchylkou jsou zadrženy.

U spektrální citlivosti lidského zraku existují těžko zjistitelné odchylky

od normálních hodnot. Ukazuje se však, že vliv takových odchylek na určení barevné teploty podle popsané metody je v oboru technických teplot neveliký. Lze to odhadnout takto: Představme si, že odehlná křivka spektrální citlivosti je podobná co do tvaru křivce normální, ale je posunuta ke kratším nebo delším vlnovým délkám. Takový případ máme u přechodu z denní adaptace na noční, kde tento posuv obnáší asi 455 Å (t. j. plných sedm desetin efektivní šířky vizuálního oboru). Stejným Q odpovídající teploty zjistíme porovnáním obou příslušných tabulek. Shledáme, že od nejnižších měřitelných teplot až asi do 3000 grad tím vzniká odchylka sotva 20 grad, v okolí teploty srovnávacího zdroje pak rozdíl úplně mizí. Protože však u lidí s normálním zrakem budou v praxi odchylky jejich relativní spektrální citlivosti jistě menší než zmíněných 455 Å, můžeme z toho usoudit, že jejich vliv na určení barevné teploty v celém rozsahu technických teplot je prakticky zanedbatelný.

Zkoumejme dále vliv nepřesnosti měření. Vyjděme od rovnice

$$\frac{10^3}{T} = A + B \log Q + C \log^2 Q.$$

Zde se vyskytuje hodnota Q , kterou získáme měřením dvou veličin Q_1 a Q_2 . Obě dvě budou jistě zatíženy nevyhnutelnými chybami dQ_1 a dQ_2 , takže výsledná hodnota Q je určena s relativní nejistotou

$$\frac{dQ}{Q} = \sqrt{\left(\frac{dQ_1}{Q_1}\right)^2 + \left(\frac{dQ_2}{Q_2}\right)^2}.$$

Poměr dQ_i/Q_i ($i = 1, 2$) je úměrný (t. zv. fotometrickému kontrastu a závisí, pokud je známo – při plošné fotometrii na úhlové velikosti fotometrovaného pole a na jasů v tomto poli. Analytický výraz pro vztah těchto veličin udává na příklad M. Berek, avšak zdá se, že jeho výraz, dobře se shodující se skutečně měřenými veličinami u malých jasů, nevyhovuje u větších jasů. Použil jsem raději experimentálních měření König – Brodhunových a Blanchardových, z nichž lze ke každému jasů určit velikost fotometrického kontrastu dQ/Q , který tak představuje nejistotu při fotometrickém srovnávání.

Pro denní adaptaci musí být jas větší než 1 asb, čehož se dosáhne při daných filtrech u absolutně černého záření za teploty vyšší než 1400 grad. Tehdy je $dQ/Q_1 = 0.012$ a $dQ_2/Q_2 = 0.018$, takže

$$\frac{dQ}{Q} = \pm 0.02.$$

Směrem k vyšším teplotám jas stoupá, takže je pak snadné dosáhnout v poli fotometru nejpříznivějšího jasů kolem 200 asb, kdy fotometrický kontrast je nejmenší a činí asi 0.012, takže

$$\frac{dQ}{Q} = \pm 0.017.$$

Můžeme tedy při denní adaptaci počítat od teploty 1400 grad s fotometrickou nejistotou 0,02.

Při noční adaptaci jsou podmínky mnohem horší. Zde nesmí jas přestoupit hodnotu 0,01 asb, čemuž odpovídá fotometrická nejistota

$$\frac{dQ}{Q} = \pm 0,20\%$$

Uvedený jas 0,01 asb má v použitých filtrech při noční adaptaci záření tělesa o teplotě asi 1.000 grad. Pro tělesa méně žhavá se fotometrická nejistota rychle zvětšuje a prakticky není možné fotometrovat filtry K3 a K6 tělesa chladnější než 900 grad.

Tím, že máme zjištěno dQ/Q , můžeme určit maximální nejistotu v stanovení teploty podle diskutované metody. Diferencováním rovnice

$$\frac{10^3}{T} = A + B \log Q + C \log Q$$

dostaneme

$$\left| \frac{dT}{T} \right| = (B + 2C \log Q) \cdot \frac{dQ}{Q} \cdot \frac{T}{10^3} \cdot \log e,$$

kde člen $2C \log Q$ lze v oboru technických teplot zanedbat, takže číselně dostáváme

$$\frac{dT}{T} \sim \pm 4 \cdot 10^{-6} T.$$

Pro noční adaptaci je tato nejistota asi desetkrát větší.

Přehled relativní a absolutní nejistoty v určení barevné teploty metodou zde popisovanou podává další tabulka 6.

Tabulka 6

Vliv fotometrického kontrastu na určení barevné teploty

Teplota T grad	Adaptace denní		Adaptace noční	
	$\frac{dT}{T}$	dT	$\frac{dT}{T}$	dT
1000			0,04	40
1500	0,006	9	0,06	90
2000	0,008	16	0,08	160
3000	0,012	36	0,12	360
4000	0,016	64	0,16	640
5000	0,020	100	0,20	1000
7000	0,028	200	0,28	2000
10000	0,040	400	0,40	4000

V obou případech je relativní chyba úměrná měřené teplotě. Prakticky lze při denní adaptaci měřit až do 30 000 grad, při noční adaptaci však již teploty

vysší než 10 000 grad jsou málo spolehlivé. Jejich přesnějšího určení lze dosáhnout opakovaním měření, což ostatně u vizuální fotometrie je snadno a rychle proveditelné. Jako spodní hranici pro použitelnost metody lze udát 1500 grad při denní adaptaci a 1000 grad při noční adaptaci. V oboru technických teplot kolem 2000 a 3000 stupňů lze očekávat velmi přesné výsledky.

III. Příklady měření

III. 1. Barevná teplota wolframu

Diferenciální metoda pro určení barevné teploty zářících těles byla popočítána za předpokladu, že srovnávací zdroj září jako černé těleso teploty 2360 grad. V běžných fotometrických pracích není možno používat absolutně černého radiátoru — tento případ zůstává stále dosud vyhrazen jen dobře vybaveným fyzikálním laboratorům, a to ještě jen pro nejpřesnější měření — a je proto nutné opatřit pro fotometr náhradní srovnávací zdroj. Jako nejlepší se osvědčuje žárovka s wolframovým vláknem (eventualně s wolframovým páskem), která za určitých provozních podmínek (napětí a proud) vysílá záření o barevné teplotě 2360 grad. Její pravá teplota je přitom poněkud odlišná, což je způsobeno závislostí emisního koeficientu wolframu na vlnové délce (a také na teplotě). Použijeme-li opět Wienovy aproximace vyzařovacího zákona, která je postačující pro malé součiny λT , tedy v oboru technických teplot — pak intenzita záření vlnové délky λ je dána výrazem

$$I(\lambda, T) = E(\lambda, T) c_1 \lambda^{-5} e^{-c_2/\lambda T}.$$

Otázkou nyní je, zda lze pro záření tělesa s emisním koeficientem $E(\lambda, T)$ nalézt barevnou teplotu jednoznačně, a dále, jaký vztah existuje mezi barevnou teplotou T_c a pravou teplotou T .

Jestliže takový vztah existuje, pak právě zmíněná rovnice představuje na své levé straně Wienův zákon pro záření tělesa o teplotě T_c a platí proto

$$I(\lambda, T_c) = E(\lambda, T) c_1 \lambda^{-5} e^{-c_2/\lambda T}.$$

Tato rovnice poskytuje závislost pro emisní koeficient $E(\lambda, T)$, jaká musí být splněna, má-li existovat jednoznačná barevná teplota T_c . Logaritmováním a malou úpravou dostaneme z uvedených rovnic

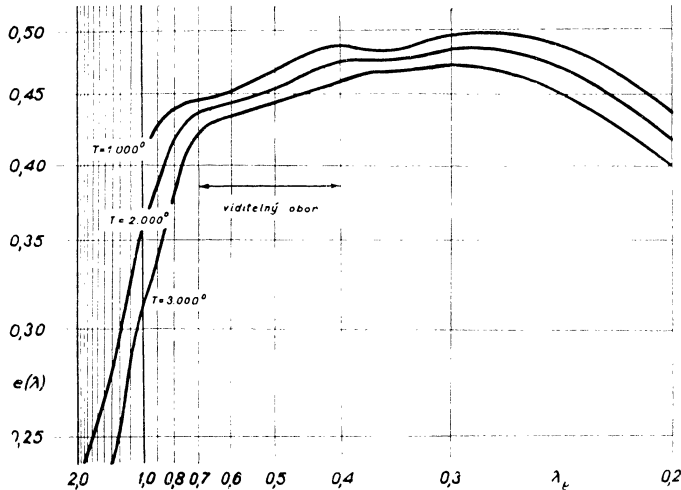
$$\ln E(\lambda, T) = \frac{1}{\lambda} c_2 \left(\frac{1}{T_c} - \frac{1}{T} \right).$$

Vyhovuje-li tedy emisní koeficient vztahu

$$E(\lambda, T) = c \lambda^{-\frac{c_2}{\lambda T}},$$

pak záření takového tělesa má tutéž barvu, jako záření absolutně černého tělesa o teplotě T_c . Pro celou řadu kovů je tato podmínka splněna přibližně

ve visuálním oboru. Mezi takové kovy patří na příklad molybdén, osmium, platina, tantal, wolfram a jiné. Poznáme to snadno, nanese-li v grafu logaritmus emisního koeficientu v závislosti na $\frac{1}{\lambda}$: je-li splněna podmínková rovnice, má závislost obou veličin lineární průběh. Jako příklad uvádím emisní



Obr. 4. Spektrální emise wolframu.

koeficient wolframu. Z něho je patrné, že ve visuálním oboru mezi 4900 až 6050 Å a pro teploty mezi 1000 až 3000 grad (pokud měření sahají) je podmínkový vztah dobře splněn. Podle sklonu lze pak vypočítat barevnou teplotu

$$\frac{1}{T_e} = \frac{1}{T} - \frac{\ln \frac{E(\lambda_1, T)}{E(\lambda_2, T)}}{c_2 \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)}$$

Pro visuální obor tak vycházejí teploty shodné s obecně uznávanými údaji Forsythovými. Uvádím je v další tabulce 7.

Snadno nalezneme, že barevné teplotě wolframu $T_e = 2360$ grad odpovídá pravá teplota $T = 2313$ grad.

Provedeme-li výpočet barevné teploty pro dvě izolované vlnové délky λ_1 a λ_2 , jako je tomu v našem případě, kdy užíváme filtrů s úzkým oborem propustnosti, dostaneme t. zv. diferenciální barevnou teplotu T'_e , která se od barevné teploty T_e platné v širším spektrálním oboru (zpravidla ve visuální části) může lišit. V oborech filtrů K3 a K6 tomu skutečně tak je. Pro ně má wolfram svrchu uvedené teploty diferenciální barevnou teplotu

$$T'_e = 2336 \text{ grad.}$$

Tabulka 7
Barevná teplota wolframu

T	T_c
1,000	1,016
1,200	1,210
1,400	1,414
1,600	1,619
1,800	1,825
2,000	2,033
2,200	2,242
2,400	2,451
2,600	2,664
2,800	2,878

III. 2. Oprava teplotních tabulek pro wolframový srovnávací zdroj

Podle předešlého má standardní wolframový zdroj vizuální barevné teploty 2360 grad pozorován filtry K3 a K6 diferenciální barevnou teplotu 2336 grad. Vzniká otázka, jaký vliv má rozdíl těchto 24 grad na měření teploty postupem naší metody. To nahlédneme tímto způsobem:

Pro stručnost označme písmenem I integrály typu

$$\int_0^{\lambda} I(\lambda, T) V(\lambda) D(\lambda) d\lambda.$$

Provádíme-li fotometrické měření se zdrojem odlišné teploty T'_0 , pak platí

$$Q'(T) = \frac{I_1(T)}{I_2(T'_0)} \cdot \frac{I_2(T'_0)}{I_2(T)} = \frac{I_1(T)}{I_2(T)} \cdot \frac{I_2(T'_0)}{I_1(T'_0)}.$$

Avšak naše tabulky byly propočítány pro měření se zdrojem o barevné teplotě T_0 ve tvaru

$$Q(T) = \frac{I_1(T)}{I_1(T_0)} \cdot \frac{I_2(T_0)}{I_2(T)} = \frac{I_1(T)}{I_2(T)} \cdot \frac{I_2(T_0)}{I_1(T_0)}.$$

Srovnáním obou rovnic plyne ihned vztah

$$Q(T) = Q'(T) \cdot \frac{I_1(T'_0)}{I_2(T'_0)} \cdot \frac{I_2(T_0)}{I_1(T_0)} = Q'(T) \cdot Q(T'_0).$$

To znamená: jestliže chci určit teplotu měřeného zdroje podle zde vypočítaných tabulek, ale používám jiného srovnávacího zdroje než černého tělesa o teplotě 2360 grad, musím změřené $Q(T)$ násobit konstantou $Q(T'_0)$.

V případě wolframové žárovky je pro denní i noční adaptaci

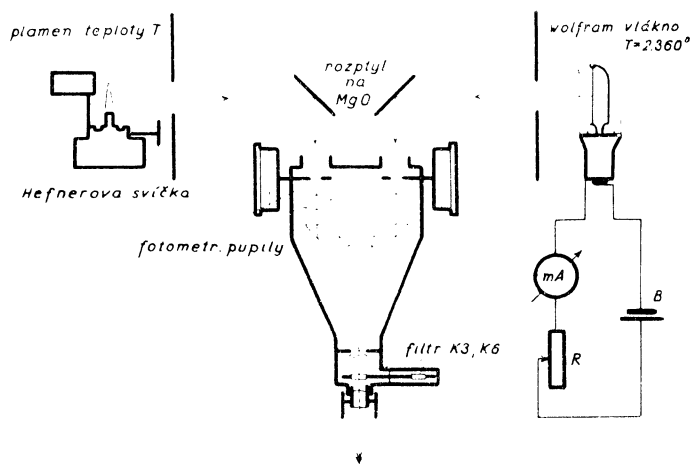
$$Q(T'_0) = 1,023,$$

takže na absolutně černé těleso redukované $Q(T)$ je

$$Q(T) = 1,023 \cdot Q'(T).$$

III. 3. Barevná teplota Hefnerovy normálové lampy

Vhodným objektem k přezkoušení vypracované optické metody pro určování barevných teplot je světelná normála realizovaná Hefnerovou lampou. Uspořádání, jak jsem ho použil k měření, je patrné z připojeného obrázku 5.



Obr. 5. Experimentální uspořádání při měření barevné teploty wolframu.

Světlo plamene Hefnerovy lampy dopadalo na stínítko s vrstvou MgO, čímž se dosáhlo neselektivní rovnoměrné difuse. Tato destička osvětlovala jedno pole, resp. jednu polovinu pole plošného fotometru Pulfrichova. Druhá polovina byla osvětlena na druhé destičce světlem wolframové lampy, kalibrované PTR v Berlíně tak, aby při určitých provozních podmínkách měla efektivní barevnou teplotu 2360 grad. Předepsaného elektrického proudu bylo dosaženo předřazením reostatu a byl kontrolován citlivým miliampérmetrem. Osvětlení obou destiček bylo zvoleno přibližně stejné, totiž 40 asb. Optické filtry a ztráty světla ve fotometru snížily tuto hodnotu až na hranici noční adaptace. Pole fotometru mělo úhlový průměr 10°. Měření bylo provedeno v zatemněné místnosti, aby zraková adaptace zůstávala nezměněná.

Řada násobných měření dala jako výsledek

$$Q(T) = 1.835(1 \pm 0.011).$$

Vzhledem k odchylce diferenciální barevné teploty wolframu od perfektního záření násobíme – podle předěšlého odstavce – tuto hodnotu koeficientem 1.023, čímž obdržíme

$$Q(T) = 1.878(1 \pm 0.011).$$

K tomuto číslu nalezneme z tabulky pro měření při noční adaptaci:

$$T_r = 1830 \pm 8 \text{ grad.}$$

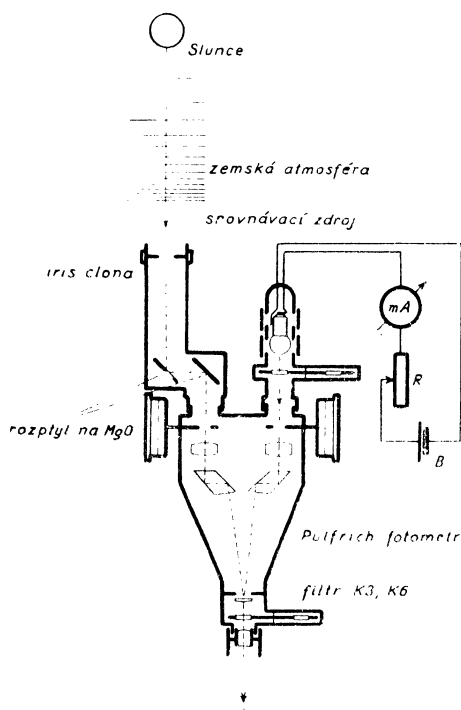
což je barevná teplota plamene Hefnerovy lampy, určená metodou zde popisanou. Obdržený výsledek velmi dobře souhlasí s měřením ostatních autorů, jak patrné z připojeného přehledu:

autor	literatura	změřená abs. teplota grad
Angström K.,	Phys. Rev. 17, 302, 1903	1830
	Phys. Zs. 5, 456, 1904	1830
Leder E.,	Ann. d. Phys. 60, 297, 1919	1830
Becker A.,		
Senfleben H.,	Ann. d. Phys. 60, 297, 1919	1850
Benedict E.,		
Valentiner S.,	Ann. d. Phys. 76, 385, 1925	1840
Rössinger M.,		

III. 4. Ostatní příklady uvedené metody

Popsanou metodou lze určit barevnou teplotu u všech zářících těles se spojitým spektrem, tedy především u látek pevných a tekutých. Avšak v principu lze takto stanovit též teplotu

plynových vrstev, je-li jejich optická hloubka dostatečně velká. Jako příklad uveďme měření teploty Slunce v integrálním záření, což znamená podle záření ze všech viditelných částí slunečního kotouče. To nutno podotknout proto, poněvadž záření z obvodu slunečního kotouče při stejné optické hloubce pochází z vrstev ležících blíže povrchu a je zřetelně chladnější. K měření bylo opět použito Pulfrichova plošného fotometru. Srovnávacím zdrojem zde byla malá fotometrická lampička s wolframovým vláknem. Její záření jsem předtím vyreguloval v laboratoři tak, aby za daných provozních podmínek měla efektivní barevnou teplotu 2360 grad. Záření této žárovky procházelo před vstupem do vlastního fotometru leptanou matnicí, čímž se dosáhlo rovnoměrného jasu kolem 100 asb. Potíž byla se slunečním světlem, které způsobuje osvětlení desettisíckrát větší, a které



Obr. 6. Experimentální uspořádání při měření barevné teploty celkového záření Slunce.

proto muselo být před vstupem do fotometru o tuto hodnotu neselektivně zeslabeno. Použití t. zv. neutrálních filtrů bylo s ohledem na jejich možnou selektivitu vyloučeno. Zkonstruoval jsem proto jednoduché a zcela neselektivní záření, které pak bez obtíží dovolovalo dosáhnout libovolného zeslabení. Rovnoběžný svazek slunečních paprsků byl vpuštěn regulovatelnou clonou do tmavé trubice, na jejímž druhém konci byla destička potažená vrstvou MgO. Ta dopadající světlo velmi rovnoměrně rozptylovala. Postranním otvorem ve stěně trubice část tohoto světla dopadala na další, stejně upravenou destičku. Zde nastal další rozptyl. Odtud teprve vystupovalo světlo do fotometru. Tak se podařilo dosáhnout osvětlení kolem 100 asb, tedy srovnatelného se světlem žárovky. Jas pole ve fotometru byl menší než 0.1 asb, takže bylo měřeno téměř při noční adaptaci (zvýšit jas se nepodařilo pro malý světelný proud použité žárovky).

Aniž zabíhám do podrobností, uvádím jen výsledek takových měření. Ukázalo se, že integrální záření Slunce, jak je pozorujeme při zemském povrchu po průchodu zemskou atmosférou, má při zenitové vzdálenosti 50° barevnou teplotu

$$T_e = 5520 \pm 50 \text{ grad.}$$

$$\lambda = 50 \mu.$$

Známe-li transmisní koeficienty zemské atmosféry pro záření v oborech obou filtrů, lze vliv zemské atmosféry eliminovat. Jako výsledek dostaneme barevnou teplotu integrálního záření Slunce mimo zemskou atmosféru hodnotou $6100 \pm 85 \text{ grad.}$ Dále můžeme odstranit vliv absorpčních čar ve spektru, čímž dostaneme barevnou teplotu čistě spojitého spektra Slunce, tedy hodnotu, která se nejvíce blíží pravé thermodynamické teplotě, a to $6470 \pm 100 \text{ grad.}$ Toto číslo opět souhlasí s výsledky nejrůznějších astronomických měření a potvrzuje nám spolehlivost popsané metody, která proti ostatním astronomickým metodám je velmi rychlá a jednoduchá.

Jako další příklad použitelnosti metody uveďme měření barevné teploty denní oblohy. Zde nejvíce vynikne rozdíl mezi pravou a barevnou teplotou, a jasně poznáme, že barevná teplota může být v extrémních případech velmi odlišná od thermodynamické teploty, a je tedy jedině číselným indexem barvy.

Světlo oblohy je selektivně rozptýleným světlem slunečním. Rozptyl nastává v čisté atmosféře na molekulách vzduchu. V nižších vrstvách k tomu přistupují kapénky vodní páry a kouřové i prachové částice. Pokud jsou rozptylující částice malé, řídí se rozptyl známým zákonem Rayleighovým, podle něhož je vyhasínání pro krátkovlnné záření silnější než pro dlouhovlnné. Energie extinkce pohlcená se objeví v intenzitě rozptýleného záření. Je-li tudíž největší extinkce pro krátkovlnné záření, očekáváme, že intenzita rozptýleného záření rovněž bude vzrůstat směrem ke krátkým vlnám. Že tomu

tak je, ukazuje již modrá barva oblohy. Číselně to lze udat na příklad tak, že přirovnáme rozložení ve spektru oblohy k relativnímu rozložení intenzity ve spektru žhavého tělesa, jak se často děje. Měření, která jsem za tímto účelem provedl, ukazují, že při vyjimečně čisté obloze je její barevná teplota kolem 16 000 grad (pro naše zeměpisné šířky a nadmořskou výškou 200 m, ve vyšších polohách by tato hodnota jistě vystoupila). Vliv mlhy je velmi patrný, i při zcela slabé mlze klesala barevná teplota na 7000 grad a při silné dokonce na 5600 grad. Výzkum barvy mraků provedený stejnou metodou ukázal, že rozptylují sluneční světlo zcela neselektivně a mají barevnou teplotu kolem 5500 grad.

Těchto několik příkladů jasně ukazuje široké pole působnosti a upotřebitelnosti vypracované metody.

Závěr

Při vypracování popsané metody se ukázaly další vývojové možnosti tohoto oboru, a to především ve dvou směrech:

1. Ačkoliv zvolené optické filtry K3 a K6 jsou v zeissovském provedení bezvadné a pro dané účely zcela vyhovující, je přesto možné v dalších aplikacích použít kovových interferenčních filtrů. Důvodem k tomu je značné zjednodušení výpočtů vedoucích posléze k sestavení teplotních tabulek. Bylo by ovšem nutné vybírat naprosto bezvadné filtry bez nejmenších vad a dbát na rovnoběžný a kolmý průchod světelného svazku takovým filtrem.

2. Bylo by možné tuto vizuální metodu modifikovat na metodu automatickou bez zásahu pozorovatele. Receptorem by pak musely být fotoelektrické násobiče, které v dnešním provedení dosahují absolutní citlivosti lidského zraku. Výhodou -- kromě automatiky -- by bylo zvýšení rychlosti měření.

Souhrnně lze na závěr říci: V předcházejících statích popsaná metoda optického měření vysokých teplot za použití dvou barevných filtrů a vyzkoušená na vybraných příkladech vyniká nenákladností, rychlostí a spolehlivostí tak, že lze očekávat její snadnou použitelnost v technické praxi.

MESSUNGEN DER HOHEN TEMPERATUREN DURCH FARBFILTER

Z. BOCHNÍČEK

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit behandelt die optischen Messungen der hohen Temperaturen, bei denen die Strahlung des untersuchten Strahlers messbar ist. Der erste Teil bietet einen Überblick der bisher benutzten Methoden. Der zweite Teil enthält die vom Verfasser ausgearbeitete neue visuelle Methode. Sie besteht im Princip aus zwei photometrischen Vergleichen Q_1 und Q_2 der Leuchtdichte des untersuchten Strahlers mit einer Ver-

gleichsquelle. Die Messungen sind in begrenzten Spektralbereichen durchzuführen. Die Spektralbereiche sind durch Farbfilter K3 und K6 der Firma Zeiss definiert. Als Vergleichsquelle wurde eine elektrische Lampe benutzt, deren Farbtemperatur auf 2360 grad eingestellt wurde. Das Verhältniss $Q = Q_1/Q_2$ ist eine eindeutige Funktion der absoluten Temperatur. Diese Funktion ist hier analytisch erforscht, diskutiert und schliesslich in Form einer Tabelle $Q = f(T)$ veröffentlicht. Da der Adaptationszustand des Auges hier auch eine bedeutsame Rolle spielt, ist die Funktion $f(T)$ wie für die Tagesadaptation (Leuchtdichte > 30 asb), so auch für die Nachtadaptation (Leuchtdichte $< 0,01$ asb) berechnet. Im dritten Teil der Arbeit sind verschiedene Messungen (Farbtemperatur der Hefnerkerze, der Sonne und des Tageshimmels) als Beispiele dieser Methode angegeben. Ausserdem ist noch eine kleine Korrektur der Farbtemperatur von Wolframstrahlung angegeben. Die gebotenen Vorteile dieser neuen Methode (Schnelligkeit, Zuverlässigkeit und grosse Genauigkeit) können auch in der technischen Praxis einen nutzbaren Beifall finden.