Silvester Krajčovič

Geoelektrické odporové anomálie vyvolané vložkou tvaru splošteného polelipsoidu

Matematicko-fyzikálny časopis, Vol. 11 (1961), No. 3, 222--228

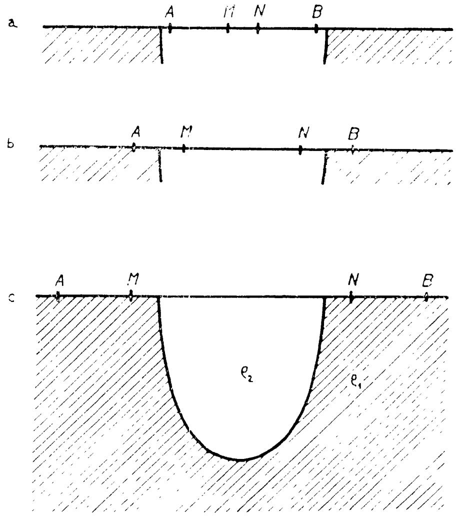
Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/126684

MATEMATICKO-FYZIKÁLNY ČASOPIS SAV, 11, 3, 1961

GEOELEKTRICKÉ ODPOROVÉ ANOMÁLIE VYVOLANÉ VLOŽKOU TVARU SPLOŠTENÉHO POLELIPSOIDU

SILVESTER KRAJČOVIČ, Bratislava

Pri praktickom geoelektrickom prieskume v teréne sa môže vyskytnúť prípad, keď sa v nekonečnom polopriestore nachádza rušivé teleso tvaru splošteného polelipsoidu o inej elektrickej vodivosti.



Obr. 1.

Okrajová úloha geoelektriky pre rušivé teleso tohto tvaru bola vyriešená v práci [1], z ktorej preberáme pre výpočet geoelektrických odporových anomálií vzorce v tvare nekonečných konvergentných radov.

Vzťahy platné pre výpočet zdanlivého špecifického odporu pri Schlumbergerovom usporiadaní, a to jednak pre prípad vnútorného sýtenia (obr. 1a), jednak pre prípad vonkajšieho sýtenia (obr. 1b), majú tento tvar:

$$\varrho_{zd} = \varrho_2 \left[1 + \frac{ie\eta_0^2}{\kappa q} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n+1)!}{2^{2n}(n!)^2} B_{2n+1} \right], \tag{1}$$

$$\varrho_{zd} = \frac{ie\eta_0^2 \varrho_1}{q} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n+1)!}{2^{2n}(n!)^2} B_{2n+1}^{+}, \tag{2}$$

v ktorých sa pre jednoduchosť zaviedli označenia:

$$B_{2n+1} = \frac{(\kappa - 1)\, N_n(1 + \eta_1^2)\, Q_n(i\eta_1)\, Q_n'(i\eta_1)}{1 + (\kappa - 1)(1 + \eta_1^2)\, P_n(i\eta_1)\, Q_n'(i\eta_1)}, \tag{1a}$$

$$B_{2n+1}^{+} = \frac{\kappa M_n}{1 + (\kappa - 1)(1 + \eta_1^2)\, P_n(i\eta_1)\, Q_n'(i\eta_1)}. \tag{2a}$$

Všetky pre výpočet potrebné konštanty, ktoré vystupujú v rovniciach (1a) a (2a), sú uvedené v práci [1].

Pri numerickom výpočte teoretických sondážnych kriviek podľa rovníc (1) a (2) sa použilo usporiadanie výpočtov do tabuliek, ktoré kvôli stručnosti neuvádzame.

Vo výrazoch B_{2n+1} a B_{2n+1}^{+} sa vyskytujú polynómy $P_n(i\eta_1)$; $P_n'(i\eta_1)$ a Legendrove funkcie druhého druhu s imaginárnym argumentom $Q_n(i\eta_1)$; $Q_n'(i\eta_1)$, ktoré boli určené pre $n = 0$ až $n = 7$ a majú tieto tvary:

$$\begin{aligned}
&P_0(i\eta) = 1;\ P_1(i\eta) = i\eta;\ P_2(i\eta) = -(1{,}5\eta^2 + 0{,}5);\ P_3(i\eta) = -i(2{,}5\eta^3 + 1{,}5\eta);\\
&P_4(i\eta) = 4{,}375\eta^4 + 3{,}750\eta^2 + 0{,}375;\ P_5(i\eta) = i(7{,}875\eta^5 + 8{,}750\eta^3 + 1{,}875\eta);\\
&P_6(i\eta) = -(14{,}4375\eta^6 + 19{,}6875\eta^4 + 6{,}5625\eta^2 + 0{,}3125);\\
&P_7(i\eta) = -i(26{,}8125\eta^7 + 43{,}3125\eta^5 + 19{,}6875\eta^3 + 2{,}1875\eta).
\end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
&P_1'(i\eta) = 1;\ P_2'(i\eta) = 3i\eta;\ P_3'(i\eta) = -(7{,}5\eta^2 + 1{,}5);\ P_4'(i\eta) = -i(17{,}5\eta^3 + 7{,}5\eta);\\
&P_5'(i\eta) = 39{,}375\eta^4 + 26{,}250\eta^2 + 1{,}875;\ P_6'(i\eta) = i(86{,}625\eta^5 + 78{,}750\eta^3 + 13{,}125\eta);\\
&P_7'(i\eta) = -(187{,}6875\eta^6 + 216{,}5625\eta^4 + 59{,}0625\eta^2 + 2{,}1875).
\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
&Q_1(i\eta) = \eta \operatorname{arctg} \eta - 1; \qquad Q_3(i\eta) = -\frac{1}{2}(5\eta^3 + 3\eta) \operatorname{arctg} \eta + \frac{1}{2}\left(5\eta^2 + \frac{4}{3}\right);\\
&Q_5(i\eta) = \left(\frac{68}{3}\eta^5 + \frac{35}{4}\eta^3 + \frac{15}{8}\eta\right) \operatorname{arctg} \eta - \left(\frac{63}{8}\eta^4 + \frac{49}{8}\eta^2 + \frac{8}{15}\right);\\
&Q_7(i\eta) = -\left(\frac{425}{16}\eta^7 + \frac{693}{16}\eta^5 + \frac{315}{16}\eta^3 + \frac{35}{16}\eta\right) \operatorname{arctg} \eta +\\
&\qquad + \frac{429}{16}\eta^6 + \frac{275}{8}\eta^4 + \frac{489}{80}\eta^2 + \frac{16}{35};
\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
&Q_1'(i\eta) = -i\left(\operatorname{arctg} \eta - \frac{\eta}{1 + \eta^2}\right);\\
&Q_3'(i\eta) = \frac{i}{2}\left(15\eta^2 \operatorname{arctg} \eta - \frac{5\eta^3}{1 + \eta^2} + 3 \operatorname{arctg} \eta - \frac{3\eta}{1 + \eta^2} - 10\eta.\right.
\end{aligned} \tag{6}$$

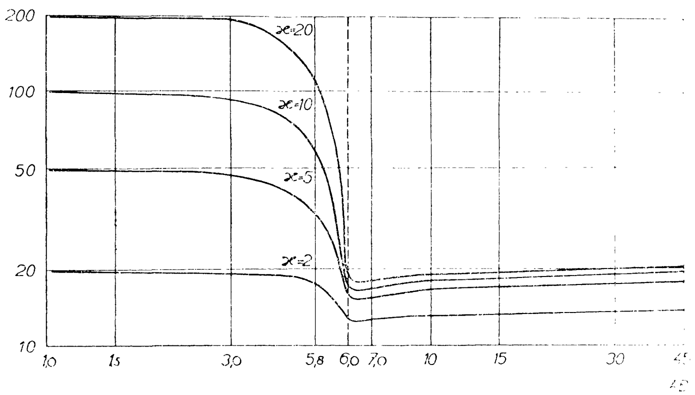
K sústave rovníc (6) poznamenávame, že výrazy pre Legendrove funkcie druhého druhu s imaginárnym argumentom $Q'_4(i\eta)$, ..., $Q'_7(i\eta)$, ktoré sa použili v numerických výpočtoch, nie sú kvôli stručnosti uvedené.

Pre výpočet teoretických sondážnych kriviek pre Schlumbergerovu metódu sa zvolili tieto hodnoty špecifických odporov polelipsoidu a polopriestoru: $\kappa = 2{,}5$; $10{,}0$; $20{,}0$. Pri vnútornom sýtení sme zvolili tieto rozstupy sýtnych elektród: $\overline{AB} =$ $= 5{,}0$ m; $5{,}99$ m. Pritom sme zvolili pre rušivý polelipsoid tieto parametre, merané všetky v metroch: $a = 6$; $b = 3$; $e = 5{,}196$; $\eta_1 = 0{,}578$. Pritom pre veľké rozstupy elektród ($\overline{AB} > 30$ m) sme použili pre výpočet hodnôt Legendrových funkcií druhého druhu s imaginárnym argumentom asymptotický vzťah:

$$Q_n(i\eta) \approx (-i)^{n+1} \frac{2^n(n!)^2}{(2n+1)!\eta^{n+1}}, \tag{7}$$

keď sme sa najprv presvedčili, že už pre $Q_1(i\eta)$ je rozdiel medzi exaktným a približným výrazom $4 \,.\, 10^{-3}$, kým pre $Q_7(i\eta)$ je to už len $4 \,.\, 10^{-7}$, teda hodnota zanedbateľne malá.

Teoretické sondážne krivky pre Schlumbergerovu metódu sú graficky znázornené na dvojitom logaritmickom papieri, pričom modul vodorovnej súradnicovej osi je 150 mm, kým modul zvislej osi je 200 mm, aby priebeh geoelektrických anomálií bol



Obr. 2.

zreteľnejší. Na obr. 2 sú na vodorovnej súradnicovej osi vynesené hodnoty vzdialenosti $\overline{AB}$ v metroch, kým na zvislej súradnicovej osi sú vynesené hodnoty zdanlivého špecifického elektrického odporu.

Z grafického znázornenia teoretických kriviek je na prvý pohľad zrejmé, že pri vonkajšom sýtení sa geoelektrická anomália aj pre veľký rozstup elektród $\overline{AB}$ vždy zreteľne odlišuje od špecifického elektrického odporu polopriestoru, ktorý sme v našom prípade zvolili rovný 1 Ω m. Svojím priebehom pripomínajú teoretické krivky „dvojvrstvový profil“ aspoň v prvej časti uvažovaného rozstupu sýtnych elektród.

Pre výpočet teoretických sondážnych kriviek pre Wennerovo usporiadanie sa zvolili také isté parametre ako v predošlom odseku. Rozdiel však je v tom, že výpočet sa robil v troch etapách, pretože vzájomné vzdialenosti medzi sýtnymi a mernými elektródami sa v tomto prípade rádove nelíšia, $\overline{MN} = 1/3\ \overline{AB}$.

V prvej etape výpočtu, pre rozstup merných elektród $\overline{MN} < 2$ m (obr. 1a) sme použili vzorec:

$$\varrho_{zd} = \varrho_2 \left[1 + \frac{8e\eta}{\kappa q} \sum_{n=0}^{\infty} B_{2n+1} P_{2n+1}(i\eta) \right], \tag{8}$$

v ktorom

$$B_{2n+1} = - \frac{(\kappa - 1)(1 + \eta^2)\, N_n Q_n(i\eta_1)\, Q_n'(i\eta_1)}{1 + (\kappa - 1)(1 + \eta_1^2)\, P_n(i\eta_1)\, Q_n'(i\eta_1)}, \tag{8a}$$

a to pre tieto vzdialenosti merných elektród: $\overline{MN} = 1{,}0$ m; 1,5 m; 1,9 m.

Pre druhú etapu výpočtu teoretických kriviek, keď sa merné elektródy M, N ešte nachádzajú na povrchu elipsoidu, kým sýtne elektródy A, B sú už vo vonkajšom polopriestore, použili sme pre výpočet vzťah:

$$\varrho_{zd} = \frac{8e\eta\varrho_1}{q} \sum_{n=0}^{\infty} B_{2n+1} P_{2n+1}(i\eta), \tag{9}$$

pre rozstup merných elektród $\overline{MN} = 2{,}1$ m; 2,5 m; 4,0 m; 5,5 m.

Konečne pre tretiu etapu výpočtu, keď sa aj merné aj sýtne elektródy nachádzajú mimo oblasti rušivého telesa (obr. 1c), vypočítali sa teoretické krivky podľa rovnice:

$$\varrho_{zd} = \varrho_1 \left[1 + \frac{8e\eta}{q} \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n+1} Q_{2n+1}(i\eta) \right], \tag{10}$$

v ktorej

$$A_{2n+1} = - \frac{(\kappa - 1)(1 + \eta_1^2)\, M_n P_n(i\eta_1)\, P_n'(i\eta_1)}{1 + (\kappa - 1)(1 + \eta_1^2)\, P_n(i\eta_1)\, Q_n'(i\eta_1)}. \tag{10a}$$

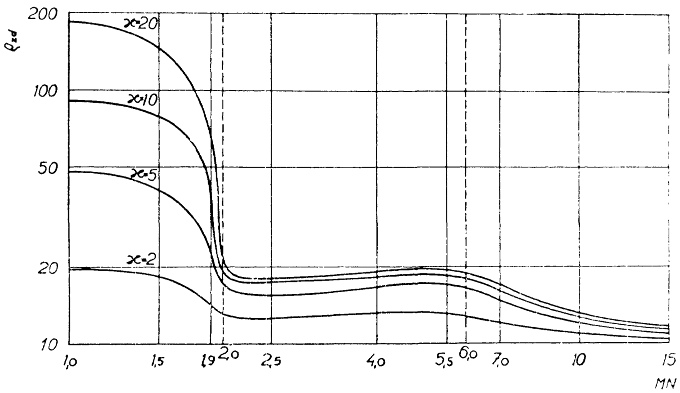
Pre výpočet tejto etapy sa zvolili tieto rozstupy merných elektród: $\overline{MN} = 7{,}0$ m; 10,0 m; 15,0 m.

Teoretické sondážne krivky pre toto usporiadanie sú zase graficky vynesené na dvojitom logaritmickom papieri, pre také isté moduly ako v predošlom odseku. Priebeh týchto kriviek je zrejmý z obr. 3.

Na rozdiel od teoretických sondážnych kriviek pre Schlumbergerovo usporiadanie majú tieto krivky vyslovene „trojvrstvový charakter“. Pritom je z ich priebehu zrejmá anomália v intervale 4,0 m $\leq \overline{MN} \leq 6{,}0$ m, spôsobená zrejme prechodom sýtnych elektród z oblasti rušivého polelipsoidu do oblasti vonkajšieho polopriestoru.

V ďalšej časti priebehu teoretických kriviek sa postupne začína prejavovať asymptotické klesanie hodnoty zdanlivého špecifického odporu k hodnote ϱ_1, teda k špecifickému odporu polopriestoru.

Môžeme teda konštatovať, že geoelektrické odporové anomálie, vyvolané v nekonečnom polopriestore rušivou polelipsoidálnou vložkou, môžu sa pri terénnych



Obr. 3.

meraniach prejaviť rozličným spôsobom. Veľkosť a zmena geoelektrických anomálií závisí predovšetkým od geometrického usporiadania merných sond a sýtnych elektród, a to najmä vtedy, keď sa stred geoelektrickej sondáže nachádza v strede rušivej vložky o inom špecifickom odpore.

Zatiaľ čo pri Wennerovom usporiadaní elektród a sond vplyv rušivej vložky pri zväčšovaní sa vzdialenosti $\overline{MN}$ postupne mizne, dokonca aj pre $\varkappa = 20$ je už pri $AB = 10$ m geoelektrická anomália zanedbateľná, nie je to tak pri Schlumbergerovom usporiadaní. Pri tejto meračskej schéme je ešte aj pri $\overline{AB} = 100$ m geoelektrická anomália dosť veľká (10 %) a má mierne stúpajúcu, alebo aspoň neklesajúcu tendenciu.

Je to do určitej miery výsledok analogický tomu, ktorý sa dosiahol v práci [2]; tam sa urobila analýza geoelektrických odporových anomálií pre prípad rušivého telesa tvaru polgule pre také isté meračské schémy ako v tejto práci.

Môžeme teda formulovať výsledok nášho rozboru takto: aj pomerne malá povrchová inhomogenita o inej elektrickej vodivosti, ako má okolité prostredie, môže sa pri nevhodne zvolenej meračskej schéme prejavovať do značnej vzdialenosti. Je to tak najmä vtedy, keď je inhomogenita v strede sondáže. Znamená to teda, že voľba vhodnej meračskej schémy je pri odporových meraniach — najmä v teréne s povrchovými inhomogenitami — veľmi dôležitá.

LITERATÚRA

[1] Kolbenheyer T., *Riešenie okrajovej úlohy odporovej geoelektriky pre sploštený rotačný elipsoid*, Geofysikální sborník 1955, č. 33.
[2] Krajčovič S., *Geoelektrické odporové anomálie vyvolané polguľovou povrchovou inhomogenitou*, Geofysikální sborník 1959, č. 120.
[3] Hobson E. W, *The theory of spherical and ellipsoidal harmonics* (ruský preklad), Moskva 1952.

Došlo 30. 4. 1960.

Geofyzikálne laboratórium
Slovenskej akadémie vied
v Bratislave

ГЕОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ АНОМАЛИИ, СОЗДАННЫЕ ТЕЛОМ ФОРМЫ СЖАТОГО ПОЛУЭЛЛИПСОИДА

Сильвестер Крайчович

Резюме

В работе вычислены и построены теоретические кривые геоэлектрических аномалий, созданных телом вида сжатого полуэллипсоида вращения, электрическая проводимость которого отличается от элктерической проводимости бесконечного однородного изотропного полупространства. Теоретические кривые зондирования вычислены для различных соотношений удельных электрических сопротивлений полуэллипсоида и полупространтсва, а именно для установок Веннера и Шлумберже. При этом оказалось, что теоретические кривые для установки Веннера имеют трехслойный вид, а теоретические кривые для установки Шлумберже напоминают двухслойный вид.

В заключении работы дан анализ полученных результатов, которые сравниваются с результатами геоэлектрических аномалий, для случая, когда тело возмущения имеет форму полушара.

Наконец, в работе отмечается большое значение подходящего выбора установки, а именно такого, чтобы результаты полевых работ были как можно более эффективными.

VON GEOELEKTRISCHEN ANOMALIEN, DIE DURCH DAS ABGEPLATTETE ROTATIONSELLIPSOID HERVORGERUFEN SIND

Silvester Krajčovič

Zusammenfassung

In der Arbeit werden die theoretischen Kurven der geoelektrischen Anomalien, die durch das abgeplattete Rotationsellipsoid im unendlichen Halbraume von anderen Leitfähigkeit hervorgerufen sind, gerechnet und konstruiert.

Die theoretischen Kurven werden für verschiedene Verhältnisse der spezifischen Wiederstände des Halbellipsoides und des Halbraumes gerechnet. Es handelte sich um die Wennersche und Schlumbergersche Anordnung der Stromelektroden und Meßsonden.

Daraus erfolgt, daß die theoretischen Kurven für die Wennersche Anordnung dreischichtige Form haben, indessen die theoretischen Kurven für die Schlumbergersche Anordnung die zweischichtige Form haben.

Am Schluß der Arbeit wird die Analyse der erreichenen Resultate durchgeführt. Die Resultate werden mit anderen Resultaten und zwar mit Anomalien für Halbkugel im Halbraume vergleicht. In dieser Arbeit wird gezeigt auf die große Bedeutung der entsprechenden Wahl der Meßanordnung der Elektroden.