Gabriel Čeněk

Poznámka ku konštrukcii osvetlenia guľovej plochy v ortogonálne axonometrickom premietaní

Matematicko-fyzikálny časopis, Vol. 5 (1955), No. 3, 152--161

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/126477`

POZNÁMKA KU KONŠTRUKCII OSVETLENIA GUĽOVEJ PLOCHY V ORTOGONÁLNE AXONOMETRICKOM PREMIETANÍ

(Metodický príspevok)

GABRIEL ČENĚK, Bratislava

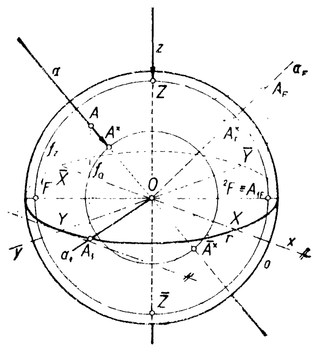
Úloha zostrojiť osvetlenie guľovej plochy zobrazenej v ortogonálnej axonometrii vyžaduje zostrojiť obraz kružnice medze svetla a tieňa a obraz jej vrhnutého tieňa na určitú rovinu. Ide tu zväčša o zostrojenie kužeľosečiek a pre ich určenie používajú sa v doterajšej literatúre rozličné vlastnosti a metódy ortogonálneho aj axonometrického premietania, najmä určenie axonometrickej priemetne π Pelcovým spôsobom; zavádzajú sa pomocné konštrukcie v otočených, resp. sklopených rovinných rezoch guľovej plochy, transformujú sa priemetne a používajú aj pomocné guľové plochy, vždy podľa toho, ako si autori určujú základ vlastného axonometrického ortogonálneho premietania.

Ortogonálne axonometrické premietanie osami x, y, z a počiatkom O si však môžeme určiť priamo obrysom guľovej plochy, t. j. kružnicou o so stredom v bode O a obrazom bodu Z, v ktorom guľovú plochu pretína svislá os z axonometrického zobrazenia (obr. 1). Z vlastností ortogonálneho priemetu kružnice vyplýva, ako z uvedených údajov zostrojíme obrazy všetkých troch osí x, y, z a stanovíme aj priemety rovnakých (jednotkových) úsečiek na nich, t. j. úsečky OX a OY pri ľubovoľnej voľbe jedného smeru x alebo y v rovine ϱ hlavnej kružnice r kolmej na os z. Veď OZ je dĺžka lineárnej excentricity elipsy obrazu kružnice r, jej hlavná os má dĺžku skutočného priemeru guľovej plochy a je kolmá na obraz osi z.

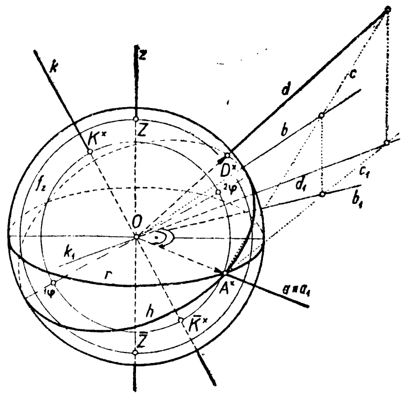
Vlastné konštrukcie osvetlenia guľovej plochy, či už pri osvetlení paralelnom alebo centrálnom, vyžadujú schopnosť pri tomto určení ortogonálne axonometrického zobrazenia vyriešiť niektoré úlohy. Po prvé pôjde o stanovenie obrazov priesečníkov ľubovoľného priemeru guľovej plochy s plochou, po druhé bude treba zostrojiť obraz toho priemeru guľovej plochy, ktorý je na danú rovinu kolmý.

1. Obraz priesečníkov daného priemeru s guľovou plochou

Priemer (obr. 1) nech je a a obraz jeho ortogonálneho priemetu do vodorovnej roviny ϱ nech je a_1. Nech ďalej nesplývajú spolu obrazy a a a_1 a ani $a \equiv a_1$ nesplýva s obrazom osi z a obrazom priamky a nie je bod. Svislá rovina určená priemermi a a z pretína guľovú plochu v hlavnej kružnici h, ktorej obrazom bude elipsa združených polomerov OA_1 a OZ. Hľadané priesečníky priemeru a nech sú body $A^{\times}$ a $\bar{A}^{\times}$. Sú to vlastne priesečníky priamky a s hlavnou kružnicou h. S elipsou obrazu kružnice h je perspektívne afinná kružnica f_z, ktorá



Obr. 1.



Obr. 2.

s ňou má spoločný priemer $Z O \bar{Z}$. Kružnica f_z je ohniskový meridián pre obrazy kružníc v rovinách rovnobežných s rovinou ϱ, ktorému budeme ďalej hovoriť ohniskový meridián smeru z (kolmého na ϱ). Pomocou tejto perspektívnej afinity ľahko stanovíme hľadané priesečníky $A^{\times}$ a $\bar{A}^{\times}$. Úsečka obrazu $OA^{\times}$ je súčasne polomerom ohniskového meridiánu pre smer a, teda ležia na nej ohniská obrazov všetkých kružníc guľovej plochy, ktoré ležia v rovinách kolmých na smer a.

2. Druhá pomocná konštrukcia hľadá obraz priemeru k guľovej plochy, ktorý je kolmý na danú rovinu α. Súčasne rieši aj úlohu zostrojiť stredom guľovej plochy rovinu α_0 rovnobežnú s danou rovinou α a obraz hlavnej kružnice k v tejto rovine

Konštrukcia stanoví aj kružnicu f_k ohniskového meridiánu pre smer k (obr. 2).

Rovinu α_0, ktorá ide stredom O rovnobežne s danou rovinou α a o ktorej predpokladáme, že nie je ani rovnobežná ani kolmá na axonometrickú priemetňu π, určíme si dvoma priamkami a, b, rovnobežnými s dvoma navzájom rôznobežnými priamkami roviny α tak, aby prechádzali stredom O. Jedna z nich a nech leží vo vodorovnej rovine ϱ, druhá nech má svoj obraz b a b_1 nech je obraz jej ortogonálneho priemetu do roviny ϱ.

Úlohu môžeme riešiť tak, že si stanovíme priesečníky $A^x\, \overline{A}^x$ a $B^x\, \overline{B}^x$ priamok a a b s guľovou plochou a zostrojíme si obraz tej hlavnej kružnice h, ktorá je nimi určená.

Alebo si pre elipsu obrazu hlavnej kružnice h stanovíme polomer $OD^x = d$ združený k polomeru OA^x. Obraz jeho priemetu do roviny ϱ je priamka d_1, pričom smery a_1 a d_1 sú smery združených priemerov elipsy r. Z d_1 vieme určiť obraz priamky d v rovine α_0 napr. pomocou ďalšej priamky c tejto roviny. Vieme ďalej zostrojiť aj priesečník D^x priemeru d s guľovou plochou. Zo združených polomerov OA^{xx}, OD si zostrojíme niektorou zo známych konštrukcií osi elipsy h, určíme si aj jej ohniská ${}^1\varphi\ {}^2\varphi$ a z toho dostaneme ohniskový meridián hľadaného smeru k a obrazy priesečníkov priemeru k s guľovou plochou, t. j. body K^x, $\overline{K}^x$.

I. Paralelné osvetlenie guľovej plochy.

A. Ortogonálne axonometrický priemet guľovej plochy si určíme jej obrysom — kružnicou o — a svislou úsečkou OZ, pričom bod Z je obrazom priesečníka osi z s guľovou plochou. Z týchto údajov vieme si zostrojiť aj elipsu obrazu hlavnej kružnice r, ktorá leží vo vodorovnej rovine ϱ (obr. 3).

Smer lúčov rovnobežného osvetľovania nech je s a predbežne o ňom predpokladajme, že nie je ani rovnobežný s axonometrickou priemetňou π ani neleží v ortogonálne premietacej rovine osi z. Vylúčime aj triviálny prípad, že smer s je kolmý na priemetňu π. Jeho polohu v priestore si určíme obrazom lúča s_0, ktorý ide stredom guľovej plochy a obrazom jeho ortogonálneho priemetu s_1 do vodorovnej roviny ϱ. Treba si pritom uvedomiť, že priamka s_1 je súčasne priesečnicou svislej svetelnej roviny — určenej smerom osvetľovania s_0 a osou z — s vodorovnou rovinou ϱ. Je to teda obraz vrhnutého tieňa osi z do roviny ϱ.

Medzou vlastného tieňa bude hlavná kružnica m v rovine μ kolmej na smer svetelných lúčov. Podľa tejto kružnice dotýka sa guľovej plochy rotačná valcová plocha s povrchovými priamkami rovnobežnými so smerom svetla. Budeme ju nazývať svetelným valcom.

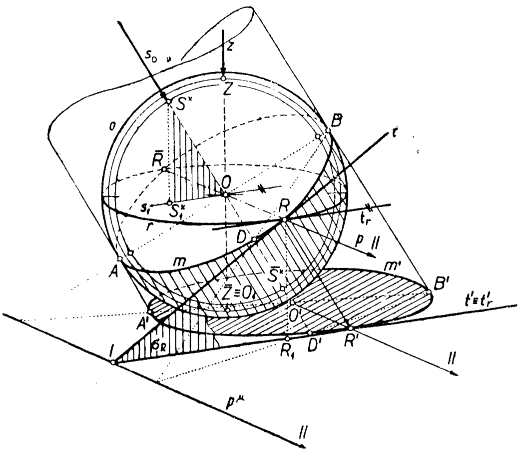
Obrazom kružnice m bude určitá elipsa, ktorej hlavná os AB je kolmá na obraz svetelného lúča s a ktorej lineárna excentricita sa rovná úsečke OS^x, ak S^x je obraz priesečníka guľovej plochy so svetelným lúčom s_0, ktorý ide stredom guľovej plochy.

Roviny ϱ a μ sa pretínajú v priamke p, ktorá je priemerom kružnice r a ktorej koncové body R, $\overline{R}$ ležia v priesečníkoch kružníc m a r. Tangenta t_r kružnice r v bode R je rovnobežná so smerom s_1, pretože v bode R dotýka sa guľovej plochy tangenciálna rovina, rovnobežná so zvislou svetelnou rovinou.

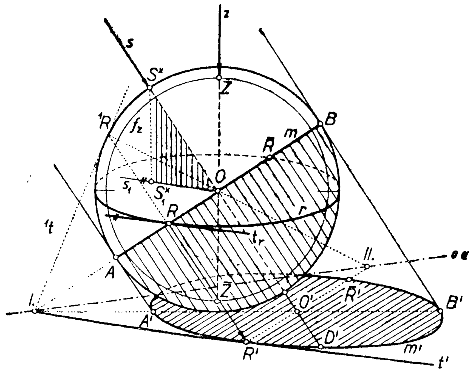
Priemer $p \equiv RO\overline{R}$ je teda združený k priemeru s_1 v kružnici r, čo platí aj pre ich obrazy. Konštrukcia bodu R používa sa často aj pre stanovenie obrazu kružnice m.

Vrhnutým tieňom guľovej plochy na ľubovoľnú rovinu α bude rovinný rez rotačného svetelného valca s touto rovinou. V tom prípade, že rovina α nie je rovnobežná so smerom svetelných lúčov, bude to teda kužeľosečka m' typu elipsa, ktorá v prípade, že rovina α je na smer s kolmá, bude kružnicou.

Medzi obrazmi m a m' platí preto vzťah perspektívnej afinity, ktorej smerom je smer s, páry sebe zodpovedajúcich bodov sú body OR a $O'R'$, ak O' a R' sú priesečníky príslušných svetelných lúčov s rovinou α. A tie vieme zostrojiť.



Obr. 3.



Obr. 4.

Zvislá svetelná tangenciálna rovina σ_R v bode R pretína rovinu μ v tangente t kružnice m a rovinu α v tangente t' kužeľosečky m'. Priamky t a t' si v uvažovanej perspektívnej afinite zodpovedajú. Preto dostaneme os perspektívnej afinity aj v obraze ako spojnicu priesečníkov $I \equiv t \times t'$ a $II \equiv OR \times O'R'$.

Je to súčasne obraz priesečnice rovín $\mu \times \alpha \equiv p^{\mu}$. Tým sme afinný vzťah presne určili a vieme zostrojiť združené priemery $A'B'$, $C'D'$ obrazu elipsy m', ktoré zodpovedajú združeným priemerom čiary medze svetla a tieňa a zostrojili sme tak obraz kužeľosečky vrhnutého tieňa guľovej plochy na rovinu α.

Na obr. 3 je zostrojený vrhnutý tieň na tangenciálnu rovinu α, rovnobežnú s rovinou ϱ, ktorá sa danej guľovej plochy dotýka v bode $\overline{Z}$. Všetky konštrukcie, nech priamky p, bodov RR' alebo tangent t a t' možno zostrojiť presne pomocou perspektívne afinných vzťahov medzi kružnicou obrysu o a elipsami obrazov m, resp. r. Pretože v tomto prípade je $OR \# O'R'$, je p^{μ} ako os afinity rovnobežná so smerom p a tangenta t' bodom R' je rovnobežná s s_1 aj s t_r.

B. Elipsa m' a kružnica o majú v našom zobrazení spoločné, navzájom rovnobežné tangenty, ktoré sa dotýkajú kružnice o v bodoch AB. Preto aj medzi m' a o platí vzťah perspektívnej afinity, ktorej smerom je smer spoločných tangent, t. j. smer s obrazu svetelného lúča. V tejto afinite bodu O zodpovedá bod O' a bodu ^1R bod R'. Tangente ^1t kružnice o v bode ^1R zodpovedá tangenta t' v bode R'. Preto vieme stanoviť aj os tejto afinity a na podklade afinného vzťahu stanoviť pre obraz elipsy vrhnutého tieňa príslušné združené priemery, alebo v tomto prípade priamo aj osi.

Tento afinný vzťah použijeme pre zostrojenie obrazu vrhnutého tieňa aj v tom prípade, ak smer svetelného lúča je rovnobežný s axonometrickou priemetňou (Obr. 4.) Obrazom medze svetla a tieňa je tu úsečka (priemer) AB, ktorá pretína obraz kružnice r v bodoch $\bar{R}, R$. Tangenta elipsy r v bode R je obrazom rovnobežky s obrazom ortogonálneho priemetu s_1 smeru svetla s do roviny ϱ. Body S^r, $\bar{S}^r$ ležia na kružnici o.

C. V prípade, že obraz svetelného lúča splýva s obrazom svojho ortog. priemetu do roviny ϱ, t. j. ak svetelný lúč leží v rovine kružnice r, konštrukcia medze vlastného tieňa nevyžaduje zvláštne obraty. Len v tom prípade, že svetelný lúč leží v ortogonálne premietacej rovine osi z, polohu lúča treba presne určiť, čo spravíme stanovením uhla, ktorý lúč zviera s rovinou ϱ alebo s osou z, alebo určením jeho priesečníka S^x s guľovou plochou. Pre konštrukciu môžeme použiť ohniskový meridián smeru z alebo axonometrickú premietaciu rovinu osi z za novú pomocnú priemetňu (obr. 5).

D. Vrhnutý tieň m'' guľovej plochy na ľubovoľnú ďalšiu rovinu β zostrojíme stanovením perspektívnej afinity medzi elipsami obrazov m a m'' alebo určením inej perspektívnej afinity medzi m' a m'', ktorej osou je obraz priesečnice rovín α a β. V prvom prípade stačí zostrojiť kolmicu k stredom guľovej plochy na rovinu β vrhnutého tieňa, stanoviť jej priesečníky K^x a $\bar{K}^x$ s guľovou plochou a v konštrukcii pokračovať ako v prípade *A*, pričom bod K^x nahradí bod Z tohto riešenia.

II. Centrálne osvetlenie guľovej plochy.

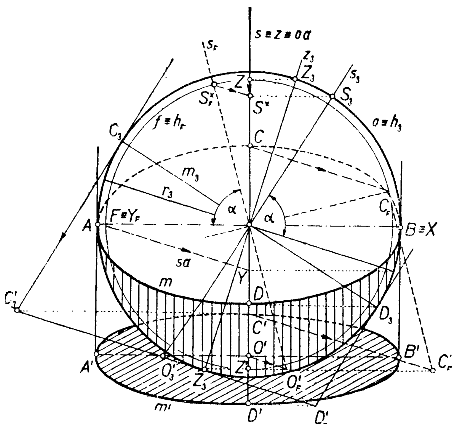
Stred osvetlenia S musí mať od stredu guľovej plochy vzdialenosť väčšiu ako je polomer guľovej plochy, ak má osvetlenie existovať. Potom z bodu S vieme ku guľovej ploche zostrojiť dotykový rotačný kužeľ — sveteľný kužeľ — s vrcholom v bode S, ktorý sa plochy dotýka podľa jej vedľajšej kružnice m, čiary medze svetla a tieňa. Kružnica m leží v rovine μ, kolmej na spojnicu OS.

Ak stred S neleží v rovine π_0 idúcej stredom guľovej plochy rovnobežne s axonometrickou priemetňou, ani jeho obraz nesplýva s O, potom obrazom kružnice m bude elipsa. Aby sme ju zostrojili, stačí stanoviť priesečníky $S^x, \bar{S}^x$ priemeru OS s guľovou plochou. Tým sme si už určili polomer kružnice ohniskového meridiánu f_s pre smer OS a tangenty z bodu S sa dotýkajú f_s v bodoch $^1\varphi {}^2\varphi$, čo sú už ohniská elipsy m obrazu kružnice medze svetla a tieňa. Zo známych ohnísk eliptického obrazu vedľajšej kružnice na guľovej ploche vieme obmedziť aj osi elipsy tohto obrazu. Konštrukciu nemožno použiť len v tom prípade, ak obraz bodu S leží na obraze osi z alebo priamo v bode O. Vtedy pre konštrukciu obrazu m použijeme ohniskový meridián f_k, podobne ako v prípade rovnobežného osvetľovania v obraze 5. Pre prípad, že obraz S splýva s O, obrazom kružnice m bude opäť kružnica.

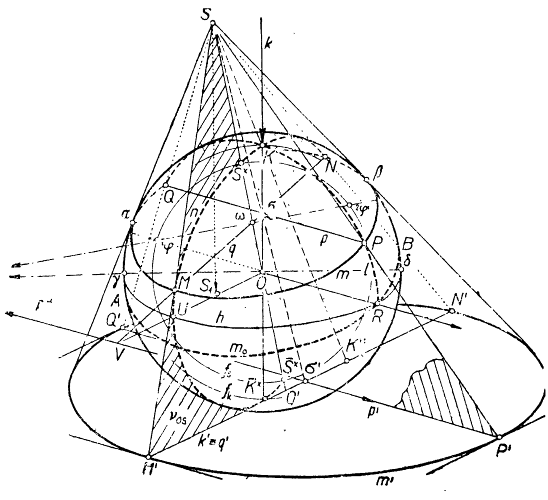
Ak možno z bodu S zostrojiť tangenty ku kružnici o, tvoria obrys svetelného kužeľa a dotýkajú sa kružnice o v bodoch $\alpha\beta$. Body α a β ležia aj na elipse obrazu kružnice m a tangenty v nich sú $S\alpha$ a $S\beta$.

Rovina μ_0, idúca stredom O, rovnobežne s rovinou μ, pretína guľovú plochu v hlavnej kružnici m_0. Jej obrazom je elipsa s hlavnou osou AB, ktorá je kolmá na obraz spojnice SO (obr. 6).

Vrhnutý tieň m' guľovej plochy na ľubovoľnú rovinu α, ktorá neprechádza stredom S, určíme si ako rovinný rez svetelného kužeľa s touto rovinou. Kružnica m je jeden rovinný rez tohto svetelného kužeľa. Medzi dvoma ro-



Obr. 5.



Obr. 6.

vinnými rezmi kužeľa platí vzťah perspektívnej kolineácie, ktorej osou je priesečnica rovín obidvoch rezov. Tento vzťah tu platí aj o obrazoch, teda aj o kužeľosečkách m a m', ak rovina α nie je kolmá na priemetňu π. Stredom kolineácie bude obraz stredu osvetľovania S a osou bude obraz priesečnice rovín μ a α. Kužeľosečka vrhnutého tieňa guľovej plochy na rovinu α môže mať rozličný typ, podľa toho, či rovina vrhnutého tieňa pretína všetky priamky svetelného kužeľa vo vlastných bodoch, alebo či je rovnobežná s niektorou povrchovou priamkou, alebo rovnobežná s dvoma povrchovými priamkami. To znamená, že vrhnutým tieňom bude parabola, ak rovina α bude rovnobežná s tangenciálnou rovinou guľovej plochy v niektorom bode M_p kružnice m medze svetla a tieňa na guľovej ploche. Vrhnutý tieň bude elipsa, ak jeho rovina bude rovnobežná s tang. rovinou guľovej plochy v niektorom bode guľového vrchlíka obmedzeného kružnicou m, ktorý obsahuje bod S^x. Je jasné, že toto tvrdenie neplatí pre body kružnice m a pre roviny rovnobežné s tangenciálnou rovinou bodu S^x, lebo v poslednom prípade to budú kružnice.

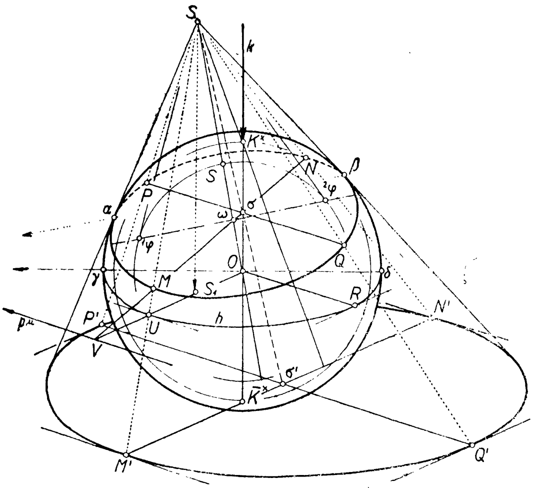
Všeobecne to znamená, že druh kužeľosečky vrhnutého tieňa nám určí poloha bodu K^x, v ktorom plochu pretne priemer kolmý na rovinu vrhnutého tieňa.

A. *Vrhnutý tieň guľovej plochy je elipsa* (obr. 6).

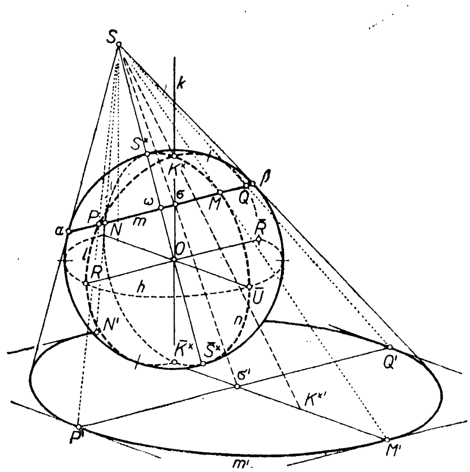
Vieme, že vrhnuté tiene bodov K^x, $\overline{K}^x$ do roviny α sú ohniskami skutočnej kužeľosečky vrhnutého tieňa do roviny α. Ak rovina α nie je rovnobežná s priemetňou π, nebudú body $K^{x\prime}$ $\overline{K}^{x\prime}$ ohniskami obrazu kužeľosečky vrhnutého tieňa, ale ich spojnica bude priemerom kužeľosečky m' obrazu a poltiaci bod σ' úsečky $K^{x\prime}$ $\overline{K}^{x\prime}$ bude stredom obrazu m' v prípade eliptického aj hyperbolického tieňa. Bod σ' je teda vrhnutým tieňom určitého bodu σ spojnice $k = K^x \overline{K}^x$. Rovina ν_{os} určená stredom osvetľovania S a priemerom k pretína guľovú plochu v hlavnej kružnici n a tangenty z bodu S dotýkajú sa jej v bodoch M a N. Vrhnuté tiene M' a N' bodov M a N obmedzia nám jeden priemer kužeľosečky vrhnutého tieňa. Spojnica MN prechádza aj stredom ω kužeľosečky m. Priamka $q = MN$ je priesečnicou roviny μ s rovinou ν_{os}. Z uvedeného ďalej vyplýva, že tangenty kužeľosečky m' v bodoch $M'N'$ sú navzájom rovnobežné a sú rovnobežné aj s tangentami bodov M a N kružnice m. Sú teda rovnobežné aj s osou perspektívnej kolineácie, ktorá platí medzi rovinami μ a α a rovnobežné aj s priemerom p' združeným v kužeľosečke m' s priemerom $q' = k' = M'N'$. Obraz tohto smeru p' môžeme preto zostrojiť rozličným spôsobom. Je to napr. smer v elipse m združený k priemeru $q = MN$. Je to ďalej smer priemeru OR, ktorý je združený k priemeru OS v hlavnej kružnici h. Tá lež v rovine α_0 idúcej stredom guľovej plochy rovnobežne s rovinou vrhnutého tieňa a bod S_1 je ortog. priemet bodu S do tejto roviny. Smer p' je ďalej smer priesečnice rovín $p'' = \mu \times \alpha$ aj smer priesečnice roviny μ s rovinou α_0.

Bodom σ ide priamka p v rovine μ, ktorá pretína kružnicu m v bodoch PQ. Vrhnuté tiene $P'Q'$ bodov PQ obmedzia priemer p' združený k priemeru $q' = k'$ v kužeľosečke m' medze vrhnutého tieňa guľovej plochy na rovinu α. Tetiva $P\sigma Q$ leží teda v rovine λ_0 kolmej na rovinu α_0 a guľovú plochu pretína v hlavnej kružnici l, ktorej dva združené polomery sú OR a OK. Roviny $\alpha_0 \nu_{os}$ a λ_0 tvoria pravouhlý trojhran, ktorého priesečnice sú priamky $UO\overline{U}$, $RO\overline{R}$, $KO\overline{K}$. Trojhran pretína guľovú plochu v hlavných kružniciach h, n, l.

a) Vlastná konštrukcia elipsy m' obrazu vrhnutého tieňa na rovinu α bude teda vyzerať takto: (obr. 7). Za predpokladu, že stred osvetľovania neleží v rovine idúcej stredom guľovej plochy rovnobežne s axonometrickou priemetňou, zostrojíme si obraz bodu S^x a pomocou neho aj obraz kružnice m medze vlastného tieňa. Ďalej zostrojíme obrazy priesečníkov K^x a $\overline{K}^x$ priemeru k, kolmého na rovinu α vrhnutého tieňa s guľovou plochou a obraz hlavnej kružnice h, ktorá leží v rovine α_0, idúce stredom guľovej plochy rovnobežne s rovinou α. Stanovíme aj obraz S_1 ortog. priemetu stredu osvetľovania S do roviny α_0. V elipse h určíme priemer $UO\overline{U}$, ktorý leží v spojnici OS_1 a k nemu združený priemer $RO\bar{R}$. Zostrojíme ďalej obraz priesečnice p^{μ} rovín μ a α_0, ktorá ide priesečníkom priamok $\alpha\beta$ a $\gamma\delta$ rovnobežne so smerom OR. Na priemere OU dostaneme tak bod V. Bodom V ide priemer $M\omega N$ elipsy m, pretína ju v bodoch MN a priamku k v bode σ. Tetiva $P\sigma Q$ rovnobežná s p^{μ} určí na m body PQ. Vrhnuté tiene bodov $MNPQ$ na rovinu α určia obmedzenie združených prie-



Obr. 7.



Obr. 8.

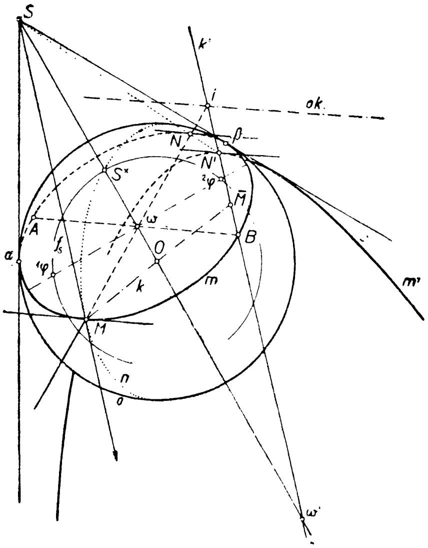
merov elipsy m' obrazu vrhnutého tieňa. Pritom $M'N'$ je rovnobežné s priemerom UOU a $P'Q'$ s priemerom OR elipsy obrazu kružnice h.

b) Ak stred osvetľovania leží v rovine π_0 idúcej stredom guľovej plochy rovnobežne s axonometrickou priemetňou, obraz kružnice m je potom spojnica bodov $\alpha\beta$ a body S^x, $\bar{S}^x$ sú priesečníky spojnice SO s kružnicou o (obr. 8). Rovina μ_0 pretína rovinu α_0 v priamke $RO\bar{R}$. Rovina ν_{os} pretína guľovú plochu v hlavnej kružnici n, ktorej obrazom je elipsa združených polomerov OK^x, OU a hlavnej osi $S^xO\bar{S}^x$. Tá pretína m v bodoch MN. Rovina λ pretína guľovú plochu v hlavnej kružnici l, ktorej obrazom je elipsa združených polomerov OR, OK^x a hlavnej osi kolmej na obraz OU. Tá pretína m v bodoch P a Q. Vrhnuté tiene bodov $MNPQ$ určia obraz združených priemerov (v skutočnosti osi) elipsy m' vrhnutého tieňa.

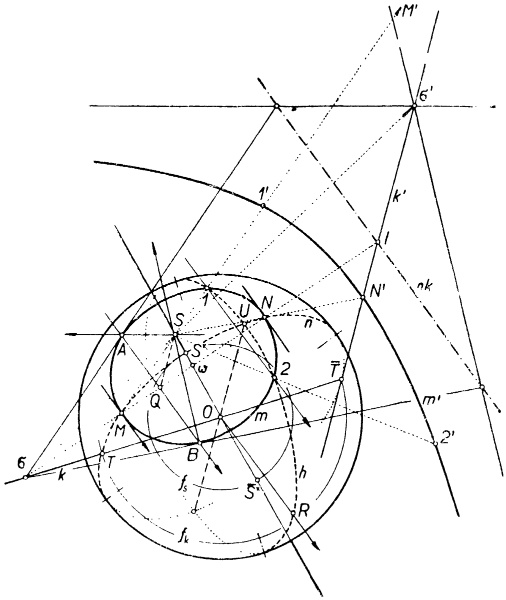
B. *Vrhnutý tieň guľovej plochy je parabola* (obr. 9).

Nech tangenciálna rovina rovnobežná s rovinou vrhnutého tieňa sa dotýka guľovej plochy v bode M, ktorý musí ležať na kružnici m, medze svetla a tieňa. Vrhnutý tieň si zostrojíme na tú rovinu α, ktorá je tangenciálnou rovinou guľovej plochy, teda v jej bode $\bar{M}$, diametrálnom k bodu M. Rovina ν_{os}, určená stredom S a kolmicou k, pretína rovinu α v priamke k', ktorá je vrhnutým tieňom priemeru k. Priamka k' ide preto bodom $\bar{M}$ rovnobežne s priamkou

SM. Priemer $M\omega$ pretína m v bode N, ktorého vrhnutý tieň N' leží na k' a v skutočnosti je vrcholom paraboly vrhnutého tieňa. Priamka k' je v skutočnosti osou paraboly. Priesečníkom $MN \times k = I$ ide stopa roviny μ do roviny α,



Obr. 9.



Obr. 10.

teda aj os perspektívnej kolineácie medzi elipsou m a parabolou m' ide bodom I rovnobežne s priemerom $A\omega B$, združeným k priemeru $M\omega N$ v kužeľosečke m.

C. *Vrhnutý tieň guľovej plochy je hyperbola* (obr. 10).

Tangenciálne roviny guľovej plochy rovnobežné s rovinou vrhnutého tieňa dotýkajú sa v bodoch T a $\overline{T}$. Hľadajme vrhnutý tieň na tangenciálnu rovinu v bode $\overline{T}$. Rovina α_0, idúca stredom O rovnobežne s rovinou α vrhnutého tieňa, pretína guľovú plochu v kružnici h. Rovina ν_{0s} pretína guľovú plochu v hlavnej kružnici n, ktorá prechádza bodmi $T\overline{T}S^x\overline{S}^x$. Tangenty z bodu S ku kružnici n dotýkajú sa jej v bodoch MN, ktorých spojnica ide stredom ω a ktoré ležia aj na kružnici m. Spojnica MN pretína $k = T\overline{T}$ v bode σ. Ako v prípade eliptického vrhnutého tieňa, aj tu si stanovíme smery OU a OR aj smer p. Vedeli by sme zostrojiť aj os perspektívnej kolineácie medzi kužeľosečkou m a hyperbolou m'. Smery asymptot hyperboly m' dostaneme, ak bodom S zostrojíme rovinu α_s rovnobežnú s rovinou α vrhnutého tieňa. Tá pretína rovinu ν_{0s} v priamke SQ, rovnobežnej s OU a rovinu μ v priamke AQB, rovnobežnej s priamkou p. Smery SA a SB sú smery asymptot hyperboly m'.

Konštrukciu kužeľosečky vrhnutého tieňa (paraboly a hyperboly) v prípade, že stred S leží v rovine idúcej stredom guľovej plochy rovnobežne s priemetňou π, netreba osobitne uvádzať, lebo je aplikáciou riešenia eliptického vrhnutého tieňa, uvedeného v texte pre tento prípad polohy bodu S.

Došlo 4. I. 1955.

ПРИМЕЧАНИЕ К КОНСТРУКЦИИ ОСВЕЩЕНИЯ ШАРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ОРТОГОНАЛЬНО-АКСОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОЕКЦИИ.

(Методический май)

ГАБРИЕЛ ЧЕНЕК, Братислава

Выводы

Ортогонально-аксонометрическую проекцию можно тоже определить аксонометрической проекцией шарной поверхности. Контурой шара здесь окружность, радиус которой есть действительный радиус шарной поверхности. Её положение в отношении к аксонометрической проекционной плоскости можно определить изображением точки пересечения её вертикального диаметра с поверхностью. Из этих данных можно дедуцировать изображения осей знакомого вида определения ортогонально-аксонометрической проекции и изображения проекцией в действительности одинаковых абсцией на этих осях. Конструкцию изображения параллельного освещения шарной поверхности и изображения её тени падающей на любую плоскость составляем возле того определением перспективного афинного отношения, которое имеет между изображениями окружностей тени собственной и линии тени падающей действие на основании качества ортогональной проекции окружностей на шарной поверхности. Этим самым образом можно построить тоже изображение центрального освещения шарной поверхности и изображение её тени падающей на любую плоскость, пусть эта тень падающая будет коническое сечение любого рода. Употреблённые конструкции не требуют глубоких знаний из проективной геометрии и их обоснование не требует ни знания поларитета шарной поверхности. Можно пользоваться такими конструкциями, которые вообще сохраняют наглядность.