

# Matematický časopis

---

Milan Kolibiar; Ján Jakubík

Recenzie

*Matematický časopis*, Vol. 22 (1972), No. 2, 172--175

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/126317>

## Terms of use:

© Mathematical Institute of the Slovak Academy of Sciences, 1972

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

RECENZIE

TRI KNIHY O VŠEOBECNEJ ALGEBRE

Cieľom tejto porovnávajúcej recenzie je obrátiť pozornosť čitateľov na tri knihy, z ktorých každá si kladie za úlohu vyložiť základné pojmy a metódy, používané v súčasnej algebre (t. j. v algebre rokov 1950–1970).

Pôvodne bolo obsahom algebrы štúdium vlastností operácií na reálnych číslach. Neskoršie sa začali študovať rozmanité algebraické štruktúry: grupy, okruhy, Booleove algebrы, zväzy a pod. Z toho vznikla myšlienka študovať množiny s operáciami celkom všeobecne. Prvé prenikavé výsledky v tomto smere dosiahol G. Birkhoff v tridsiatych rokoch tohto storočia. Avšak stav štúdia algebraických štruktúr neumožňoval ešte v tom čase rozvinúť štúdium takýchto všeobecných štruktúr do šírky. Až v posledných desaťročiach prinieslo štúdium jednotlivých algebraických štruktúr toľko skúseností, že bolo možné prikročiť k štúdiu vlastností spoločných viacerým triedam algebraických štruktúr. Okrem toho výskumy v matematickej logike priniesli v tomto čase výsledky a metódy, ktoré toto štúdium umožnili. Takto vznikla teória univerzálnych algebier. Prvé dve z kníh, o ktorých bude reč v ďalšom, sú venované teórii algebier v tomto širokom zmysle, tretia kniha môže slúžiť ako dobrý úvod do štúdia univerzálnych algebier.

Poznamenajme, že v nakladateľstve Alfa v Bratislave sa pripravuje vydanie prekladu ďalšej knihy, ktorá je vynikajúcim úvodom do štúdia metód súčasnej algebrы: G. Birkhoff—S. Mac Lane, *Algebra*; Macmillan, 1967. V tejto knihe je spracovaný materiál klasickej algebrы modernými metódami, ktoré umožňujú študovať algebraické problémy z jednotných hľadísk.

1. G. Grätzer, *Universal algebra*. Van Nostrand 1968, 16 + 368 strán.

Táto kniha je zo spomínaných troch kníh najnovšia a prináša sústavný výklad najdôležitejších partií teórie univerzálnych algebier v ich dnešnej podobe. Po úvodnej kapitole, v ktorej je vyložený základný matematický aparát, používaný v knihe, kapitola prvá pojednáva o podalgebraách, homomorfizmoch a kongruenciách. Kapitola druhá sa zaoberá parciálnymi algebraami, t. j. množinami s operáciami, ktoré nemusia byť definované pre všetky  $n$ -tice, ak sa jedná o  $n$ -árnu operáciu. Kapitola sa končí hlbokou vetou G. Grätzera a E. T. Schmidta, ktorá charakterizuje zväzy kongruencií na algebraách. Tretia kapitola je venovaná konštrukciám, ktorými z daného systému algebier možno získať ďalšie algebrы: Ide najmä o priame a polopriame súčiny algebier a priame a inverzné limity algebier. Štvrtá a piata kapitola pojednávajú o jednom z najdôležitejších pojmov univerzálnych algebier, o voľných algebraách. Kapitola štvrtá obsahuje základné vlastnosti a niektoré aplikácie voľných algebier, piata kapitola je venovaná bázam voľných algebier. Pojem bázy voľnej algebrы zodpovedá pojmu nezávislej množiny, ktorý zaviedol E. Marczewski a ktorý bol podrobne študovaný v rade prác jeho školy. V šiestej kapitole sú vyložené základy teórie modelov, t. j. systémov s reláciami, splňujúcich danú sústavu axióm. Študujú sa štruktúry, t. j. množiny s operáciami aj reláciami. Vybudovaný je aparát, pomocou ktorého možno popísať tzv. elementárne vlastnosti algebier. Kapitola 7 je venovaná otázke: Akú formu má mať výrok, aby sa jeho

platnosť prenášala z algebier na podalgebry, homomorfné obrazy, priame a polopriame súčiny a i. Posledná kapitola obsahuje väčšinou autorove výsledky o voľných štruktúrach nad axiomatickým systémom prvého stupňa.

Výklady v knihe sú dostatočne podrobné a jasné. Autor sa snaží priblížiť čitateľovi aj hlavné myšlienky jednotlivých myšlienkových postupov. Kniha obsahuje veľký počet cvičení (vyše 650), ktoré slúžia jednak k precvičeniu a upevneniu preštudovaného materiálu, jednak obsahujú rad výsledkov, ktoré neboli pojaté do základného textu. V knihe je sformulovaný rad problémov, ktorých riešenie autor považuje za aktuálne. Priložený je pomerne úplný zoznam literatúry. Kniha používa mnoho symbolov, avšak pre orientáciu je priložený ich prehľad.

Záverom možno povedať, že preštudovaním knihy získa čitateľ schopnosť čítať bežné práce o univerzálnych algebrách.

2. P. M. Cohn, *Universal algebra*. Harper and Row, New York, Evanston, London 1965. Ruský preklad v nakladateľstve Mir, Moskva 1968. 351 strán.

Táto kniha sa líši od Grätzerovej mimo iného tým, že používa jazyk teórie kategórií. Okrem toho obsahuje niektoré klasické výsledky, ako Zassenhausova lema, Schreierova a Jordan–Hölderova veta, veta Krullova–Schmidtova (pravda pre univerzálne algebry), ktoré sa v Grätzerovej knihe vyskytujú nanajvýš v cvičeniach.

Kapitola I. má úvodný charakter a zhrňuje látku o množinách a zobrazeniach, ktorá sa v knihe používa. Kapitola II. sa zaoberá základnými pojmi: algebra, morfizmy, vety o izomorfizmoch, zväz podalgebier a kongruencií algebry a pod. Kapitoly III. a IV. sú venované ekvacionálnym triedam algebier, pričom III. kapitola pojednáva o voľných algebrách (napr. podmienky existencie voľných algebier, voľné a priame súčiny, problém rovnosti slov). V IV. kapitole sa dokazuje Birkhoffova veta (1935) o charakterizácii ekvacionálnych tried a študujú sa kategórie súvisiace s ekvacionálnymi triedami. V. a VI. kapitola sú venované systémom s reláciami a modelom. Na rozdiel od Grätzerovej knihy pracuje sa s menším aparátom logiky. Posledná VII. kapitola obsahuje niektoré aplikácie (prirodzené čísla, abstraktná charakterizácia nezávislosti, Maľceve podmienky pre vnoriteľnosť pologrupy do grupy a i.).

Kniha obsahuje za každým odsekom cvičenia. Ich počet je menší než v Grätzerovej knihe. Zoznam literatúry je zameraný predovšetkým na práce, ktoré majú vzťah k textu knihy a nekladie si za cieľ úplnosť. Priložený je prehľad používaných symbolov.

Kniha predstavuje dobrý prehľad najaktuálnejších partií všeobecnej algebry, ktorých znalosť je nezbytná pre každého algebraistu.

3. A. G. Kuroš, *Kapitoly z obecné algebry*. Nakladatelství ČSAV, Praha 1968, 310 strán. Z ruského originálu (Lekcii po obščej algebre, Moskva 1962) preložili J. Blažek a L. Koubek.

Autor sleduje zámer priblížiť matematikom súčasný stav všeobecnej algebry a to nielen pokiaľ ide o obsah, ale hlavne metódy. Tomuto cieľu je podriadený aj výber látky. Autor sa nesnaží popísať jednotlivé oblasti úplne, ale zvolil niekoľko aktuálnych partií algebry, vybral v nich niekoľko najzaujímavejších a pritom hlbokých výsledkov a sleduje ich až po úplný dôkaz. Okrem toho uvádza bez dôkazu (čo je v texte zvlášť vyznačené) ďalšie výsledky, ktoré organicky navádzajú na výklad. Pritom sa autor zameriava najmä na také výsledky, ktoré zasahujú do viacerých oblastí matematiky.

Svojím obsahom a spôsobom výkladu sa teda táto Kurošova kniha zásadne líši od učebníc a monografií. Autorovi sa takto podarilo priblížiť čitateľovi myšlienkové bohatstvo a metódy všeobecnej algebry. Pravda, kedykoľvek sa robí výber, je nevyhnutne poznačený subjektom autora. Možno však povedať, že Kurošov výber bol šťastne volený.

Kurošova kniha sa nezameriava výslovne na algebraistov-špecialistov, ale na mate-

matikov všeobecne. Avšak aj algebraista nájde v nej mnoho zaujímavého a podnetného

Krátko o obsahu knihy. Úvodná kapitola pojednáva o reláciách, najmä o ekvivalenciách a usporiadaní. Uvedené sú najdôležitejšie ekvivalenty axiómy výberu (vrátane dôkazu ich ekvivalencie). V druhej kapitole je vyložený základný materiál o grupách a okruhoch. Pritom autor formuluje pojmy a vety všeobecnejšie, než je v učebniciach obvyklé (napr. hovorí o grupoidoch, kvazigrupách, izotópii grupoidov a pod.). Zvláštny dôraz kladie na pologrupy a okruhy, v ktorých platí veta o jednoznačnom rozklade pre prvky alebo ideály (Gaussove pologrupy, Gaussove a Dedekindove okruhy). Veľmi zaujímavá tretia kapitola obsahuje hlbšie vety z teórie grúp a to vo značne všeobecnej forme grúp s multioperátormi (napr. vety typu Jordan—Hölder—Schreier, nilpotentné a riešiteľné grupy). Uvádza tiež Mac Laneov dôkaz Kurošovej vety z r. 1934 o podgrupách voľného súčinu grúp a ako dôsledok vetu Nielsenovu—Schreierovu, že každá netriviálna podgrupa voľnej grupy je voľnou grupou. Ďalej obsahuje táto kapitola základné pojmy a niekoľko viet o univerzálnych algebrách a ekvacionálnych triedach univerzálnych algebier (najmä voľné algebry a voľné súčiny). Ďalšia kapitola obsahuje základný materiál z teórie zväzcv, najmä partie, ktoré hrajú dôležitú úlohu v teórii grúp (napr. priame súčty). Piata kapitola podáva klasické výsledky o grupách a okruhoch s operátormi, moduloch a lineárnych algebrách. Pripojená je informácia o diferencovaní a diferenciálnych okruhoch. Posledná kapitola sa zaoberá usporiadanými a topologickými grupami a okruhmi a normovanými okruhmi. Kapitola sa končí Galoisovými korešpondenciami a dôkazom hlavnej vety Galoisovej teórie.

V knihe chýba stať o kategóriách. Autor to odôvodňuje tým, že o tejto tematike vyšla v ZSSR osobitná publikácia. Jednako sa mi zdá, že zaradenie tejto tematiky do knihy by bolo užitočné, pretože obraz dnešnej algebr bez kategórií je nemysliteľný.

Knihy je písaná sviežou formou prednášok. Autor dáva prednosť plynulosti a prirodzenosti výkladu pred úzkoprsoú dôkladnosťou vo formuláciách. Snaží sa, aby vynikla predovšetkým myšlienková podstata úvah. Tým uľahčuje čitateľovi štúdium knihy.

Prekladatelia nemali ľahkú úlohu, najmä preto, že v našich jazykoch nemáme vytvorenú a zaužívanú potrebnú terminológiu. Snažili sa zachovať Kurušov voľný štýl výkladu a pritom neupadnúť do nepresností alebo nejasností. Možno povedať, že táto snaha po spojení presnosti s „čitateľnosťou“ bola úspešná. Len na niekoľkých miestach sa mi zdá autorov text zrozumiteľnejší (napr. str. 297<sup>10</sup>, 294<sup>9-10</sup>, 14<sub>1</sub>, 192<sub>17</sub>, 126 — veta ods. 6 (mnoho genitívov)). Na niektorých miestach sa v preklade vyskytujú nepresnosti (napr. str. 272<sup>16</sup>, 287<sup>7-9</sup>). (Poznamenajme, že originál obsahuje tiež niektoré nepresnosti, napr. — v českom preklade — str. 245<sup>14</sup>, 255<sub>12</sub>, 271<sup>3</sup>). Niektoré formulácie v preklade sú diskutabilné (napr. „periodickou grupu nelze vůbec uspořádat“ — str. 239<sub>7</sub>), niektoré sa mi zdajú v originále lepšie (napr. v pologrupe „lze krátit“ — str. 64—70; „nelze delit p“ — str. 73<sup>4</sup>). Na mnohých miestach prekladatelia (na rozdiel od originálu) neformulujú definície tak, aby bolo vidieť, že ide o definície. Podobne v mnohých prípadoch nevyznačujú, že ide o dôkaz. Niektoré termíny, zavedené v preklade, sa zdajú byť diskutabilné. Tak napr. termíny „maximální podmínka“, „minimální podmínka“, „indukční podmínka“ by mohli vzbudzovať dojem, že adjektíva, ako „maximální“, sa týkajú uvažovanej podmienky (oni sa týkajú príslušného usporiadania). Namiesto „samodružný prvok“ zobrazenia sa všeobecne v literatúre používa „pevný bod“. Termín „konečné nadteleso“ (str. 292) (pre teleso, ktoré vznikne z daného telesa adjunkciou konečného počtu prvkov) sa mi zdá úplne nevhodný. Tlačové chyby som našiel na str. 18<sub>6</sub>, 95<sup>9</sup>, 290<sup>4</sup>, 310<sup>19</sup>.

Voľba knihy, ktorú si prekladatelia zvolili, bola veľmi šťastná. Sprístupnením Kurošovej knihy pre širší okruh našich matematikov urobili prekladatelia (spolu s Nakladateľstvom ČSAV) záslužnú prácu.

Pri tejto príležitosti pripomeňme, že autor knihy bol veľkým priateľom československých matematikov a Československa. Jeho veľký záujem o našu matematiku bol ocenený aj tým, že sa stal čestným členom Jednoty československých matematikov a fyzikov a čestným doktorom univerzity v Brne. Je smutnou skutočnosťou, že nás v nedávnej dobe opustil.

*Milan Kolibiar, Bratislava*

G. Szász: THÉORIE DES TREILLIS. (Teória zväzov.) Akadémiai Kiadó, Budapest & Dunod, Paris 1971. 227 strán.

Táto kniha bola prvý raz vydaná v maďarčine [Bevezetés a hálóelméletbe (Úvod do teórie zväzov), Budapest 1959] v nakladateľstve Maďarskej akadémie vied; v koprodukcii so zahraničnými nakladateľstvami vyšlo nemecké vydanie (1962) a anglické vydanie (1963).

Francúzske vydanie sa nelíši podstatne od predošlého anglického vydania. Boli doplnené niektoré poznámky a citácie vzťahujúce sa na nové výsledky z teórie zväzov, publikované po vyjdení anglického vydania.

Kniha je rozdelená do 10 kapitol. V kapitole 1 sa zavádzajú základné pojmy o čiastočne usporiadaných množinách a vyšetrujú sa podmienky pre refazce v čiastočne usporiadanej množine (podmienka rastúcich refazcov, podmienka klesajúcich refazcov. Jordanova—Dedekindova podmienka). V kapitole 2 sa definuje pojem zväzu ako špeciálny typ čiastočne usporiadanej množiny a zároveň sa zavádza ekvivalentná definícia zväzu ako algebry s dvoma binárnymi operáciami. Kapitola 3 pojednáva o úplných zväzoch a o niektorých ich zovšeobecneniach (podmiernené úplné zväzy,  $\sigma$ -úplné zväzy). Uvádza sa dôkaz MacNeilleovej vety o vnorení čiastočne usporiadanej množiny do úplného zväzu pomocou Dedekindových rezov. Popisujú sa niektoré typy topológií na čiastočne usporiadaných množinách a špeciálne na úplných zväzoch.

V kapitolách 4—7 sa študujú niektoré dôležité triedy zväzov. Ide o distributívne zväzy, modulárne zväzy, modulárne komplementárne zväzy, Booleove algebry a semimodulárne zväzy. Tu sa uvádzajú veta Kuroša-Oreho o ireducibilných rozkladoch prvkov v modulárnom zväze, Jónssonova veta o distributívnych podzväzoch modulárneho zväzu, charakterizácia úplne distributívnych Booleových algebier (Lindenaub—Tarski) a Szászove výsledky o semimodulárnych komplementárnych zväzoch. Ako aplikácie sa skúmajú relácie a ekvivalencie na množine a vlastnosti pojmu lineárnej závislosti. Kapitola 8 je venovaná ideálom vo zväze a štúdiu zväzu ideálov daného zväzu.

Obsah kapitol 9 a 10 leží na rozhraní teórie zväzov a teórie univerzálnych algebier. Kapitola 9 pojednáva o zväze kongruencií na univerzálnnej algebre, o zameniteľných ekvivalenciách a obsahuje dôkaz zovšeobecnenia Schreierovej vety o zjemnení kompozičných radov pre univerzálnne algebry. Ďalej sa tu študujú kongruencie na zväzoch a vzťahy medzi ideálmi a kongruenciami. Predmetom kapitoly 10 sú priame a polopriame súčiny univerzálnych algebier (a špeciálne zväzov).

Každá kapitola obsahuje cvičenia (spolu ich je 196); na konci knihy sú pokyny pre riešenie ťažších cvičení.

Kniha je písaná prehľadným a jasným štýlom, s podrobne vypracovanými dôkazmi a dobre volenými cvičeniami. Vcelku možno knihu charakterizovať ako veľmi vhodnú pre úvodné štúdium teórie zväzov a vrele ju doporučiť ako pre matematikov, ktorí chcú v tejto oblasti pracovať, tak aj pre tých, ktorí chcú teóriu zväzov aplikovať v iných oblastiach matematiky.

*Ján Jakubík, Košice*