Kybernetika

Jaroslav Grigor'jevich Kljushin

Информационные пучки в дифференциальных играх

Kybernetika, Vol. 15 (1979), No. 2, (141)--148

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/124472

KYBERNETIKA — ТОМ 15 (1979), ВЫПУСК 2

Информационные пучки в дифференциальных играх

Ярослав Григорьевич Клюшин

В работе Клюшина [1] были рассмотрены дифференциальные игры, информационная структура которых задавалась информационными множествами (t-сечениями пучков).

Однако ряд интересных информационных структур требует учета игроками информационной предыстории. В данной статье строится конструкция, позволяющая рассматривать игры на информационных пучках.

1. ОСНОВНАЯ ЛЕММА

1. Начнем с формулировки и доказательства основной Леммы.

Пусть $\boldsymbol{X} \subset \boldsymbol{R}^m$ – фазовое пространство, $[t_0, \theta]$ – промежуток времени, $\mathscr{X}$ – метрическое пространство непрерывных функций:

$$x_\theta : [t_0, \theta] \to \boldsymbol{X} .$$

Обозначим через x_t сужение x_θ на $[t_0, t]$, $t_0 \leqq t \leqq \theta$, соответствующее пространство функций обозначим через $\mathscr{X}_t$.

Пусть задано дифференциальное уравнение

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = f(x, x_t) , \tag{1.1}$$

с начальным условием

$$x(t_0) = x_0 \in \boldsymbol{X} . \tag{1.2}$$

Предполагается, что отображение

$$f : \boldsymbol{X} \times \bigcup_{t \in [t_0, \theta]} \mathscr{X}_t \to \boldsymbol{X}$$

ограничено и удовлетворяет условию Липшица:

$$\left|f(x^1, x_t^1) - f(x^2, x_t^2)\right| \leqq h\left(\left|x^1 - x^2\right| + \varrho_t(x_t^1, x_t^2)\right),$$
$$x^1, x^2 \in \boldsymbol{X}, x_t^1, x_t^2 \in \mathscr{X}_t, h = \text{const};$$

здесь

$$\varrho_t(x_t^1, x_t^2) = \max_{\tau\in[t_0,t]} \left|x_t^1 - x_t^2\right|, x_t^1, x_t^2 \in \mathscr{X}_t.$$

2. Лемма. На некотором сегменте $t - t_0 \leqq d$ существует и притом только одно решение уравнения (1.1) с начальным условием (1.2).

Доказательство. Уравнение (1.1) вместе с начальным условием (1.2) эквивалентно интегральному уравнению

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} f(x(\tau), x_\tau)\, d\tau. \tag{1.3}$$

По предположению об ограниченности отображения $f\left|f(x, x_t)\right| \leqq K = \text{const}$. Подберем d так, чтобы выполнялось условие

$$h \,.\, d < \tfrac{1}{2}.$$

Обозначим через C_d метрическое пространство непрерывных функций, удовлетворяющих дополнительному условию

$$\max_{t\in[t_0,d]} \left|x_d(t) - x_0\right| \leqq Kd.$$

Пространство C_d полно, так как оно является замкнутым подпространством полного метрического пространства непрерывных функций на $[t_0, d]$. Заметим, что каждая функция x_d однозначно определяет семейство своих сужений x_t на $[t_0, t]$, $t - t_0 \leqq d$ и сама вполне определяется этим семейством.

3. Рассмотрим отображение $z_d = Ax_d$, определяемое формулой

$$z_d(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} f(x(\tau), x_\tau)\, \mathrm{d}\tau.$$

Отображение A каждую функцию из C_d переводит в некоторую функцию также из C_d при этом A является в C_d сжатием. Действительно, пусть $x_d \in C_d$. Тогда

$$\left|z_d(t) - x_0\right| = \left|\int_{t_0}^{t} f(x(\tau), x_\tau)\, \mathrm{d}\tau\right| \leqq Kd;$$

здесь x_τ сужение x_d на $[t_0, \tau]$. Следовательно, $A(C_d) \subset C_d$. Кроме того,

$$\left|z_d^1(t) - z_d^2(t)\right| \leqq \int_{t_0}^{t} \left|f(x^1(\tau), x_\tau^1) - f(x^2(\tau), x_\tau^2)\right| \mathrm{d}\tau \leqq$$
$$hd\,(\max_t \left|x^1(t) - x^2(t)\right| + \max_t \varrho_t(x_t^1, x_t^2) = 2hd\, \varrho_d(x_d^1, x_d^2).$$

Так как $hd < \frac{1}{2}$, то A — сжатие, т. е. уравнение имеет единственное решение в пространстве C_d.

4. Традиционными для дифференциальных уравнений методами (см., например, Коддингтон и Левинсон [2]) можно показать, что полученное решение продолжимо на весь промежуток $[t_0, \theta]$.

2. ИНФОРМАЦИОННАЯ СТРУКТУРА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИГРЫ

1. Дифференциальную игру задают дифференциальным уравнением вида

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u^{\mathrm{I}}(t), u^{\mathrm{II}}(t)),\ x(0) = x_0\,, \tag{2.1}$$

$$t \in [0, \theta],\ x \in \boldsymbol{X} \subset \boldsymbol{R}^m,\ u^{\mathrm{I}}(t) \in \boldsymbol{P}^{\mathrm{I}},\ u^{\mathrm{II}}(t) \in \boldsymbol{P}^{\mathrm{II}}\,.$$

Функцию

$$f : \boldsymbol{X} \times \boldsymbol{P}^{\mathrm{I}} \times \boldsymbol{P}^{\mathrm{II}} \to \boldsymbol{X}$$

будем предполагать ограниченной.

Множества альтернатив игроков $\boldsymbol{P}^{\mathrm{I}}$ и $\boldsymbol{P}^{\mathrm{II}}$ будем считать компактными подмножествами метрических пространств, начальную точку x_0 для простоты будем считать равной нулю.

2. Функцию

$$u^i : [0, \theta) \to \boldsymbol{P}^i\,, \quad i = \mathrm{I}, \mathrm{II}$$

будем называть программным управлением игрока i, а пару $(u^{\mathrm{I}}(\cdot), u^{\mathrm{II}}(\cdot))$ — управляющей функцией.

Решение уравнения (2.1) при фиксированной управляющей функции $(u^{\mathrm{I}}(\cdot), u^{\mathrm{II}}(\cdot))$ (если оно существует) будем называть партией и обозначать через $x(\cdot, u^{\mathrm{I}}(\cdot), u^{\mathrm{II}}(\cdot))$. Точку $x \in \boldsymbol{X}$ будем называть позицией.

Управляющие функции, для которых существует единственное решение уравнения (2.1), будем называть допустимыми.

3. Если функция f в (2.1)

1) измерима по u^{I}, u^{II} при всяком x,
2) существует константа C такая, что равномерно по u^{I}, u^{II}, имеет место неравенство
$$|f(x, u^{\mathrm{I}}, u^{\mathrm{II}})| \leqq C(1 + |x|)\,,$$
3) существует константа C_1 такая, что равномерно по u^{I}, u^{II} имеет место неравенство
$$|f(x_1, u^{\mathrm{I}}, u^{\mathrm{II}}) - f(x_2, u^{\mathrm{I}}, u^{\mathrm{II}})| \leqq C_1(|x_1 - x_2|)\,,$$

то по известным теоремам существования и единственности решения обыкновенного дифференциального уравнения (см., например, Коддингтон и Левинсон [2]) всякая измеримая управляющая функция $(u^{\mathrm{I}}(\cdot), u^{\mathrm{II}}(\cdot))$ допустима.

4. Определение. Сужение u_t^i программного управления игрока i на $[0, t)$, $0 < t \leqq \theta$ будем называть личным альтернативным t-дебютом игрока i, а пару $(u_t^{\mathrm{I}}, u_t^{\mathrm{II}})$ – альтернативным t-дебютом.

Информационный механизм игры зададим с помощью памяти игроков, т. е. многозначного отображения множества альтернативных t-дебютов в себя

$$M^i : \mathscr{U}_t^{\mathrm{I}} \times \mathscr{U}_t^{\mathrm{II}} \to 2^{\mathscr{U}^{\mathrm{I}}_t \times \mathscr{U}^{\mathrm{II}}_t}, \tag{2.2}$$

определенного для $i = \mathrm{I}, \mathrm{II}$ и всех $t \in (0, \theta]$. Сужение на $[0, t]$ партии $x(\cdot, u^{\mathrm{I}}(\cdot), u^{\mathrm{II}}(\cdot))$, соотвествующее альтернативному t-дебюту $(u_t^{\mathrm{I}}, u_t^{\mathrm{II}})$, будем называть позиционным t-дебютом и обозначать через $x_t(u_t^{\mathrm{I}}, u_t^{\mathrm{II}})$.

5. В содержательных задачах информация игроков обычно определяется их индивидуальной способностью собрать и оценить сведения о „действительном положении дел" в момент принятия решений. Типичным примером может служить стандартная процедура сбора и оценки разведданных в ходе боя.

Можно сказать, что отображение (2.2) есть количественная характеристика этой способности. Если к текущему моменту t реализовался альтернативный t-дебют $(u_t^{\mathrm{I}}, u_t^{\mathrm{II}})$ („подлинное положение дел"), то память (2.2) определит информацию игрока, т. е. формально задаст сведения $M^i(u_t^{\mathrm{I}}, u_t^{\mathrm{II}})$, которыми игрок i будет обладать в момент t.

Можно сказать, что память (2.2) задает отношение на $\mathscr{U}^{\mathrm{I}} \times \mathscr{U}^{\mathrm{II}}$. В частности, когда это отношение оказывается рефлексивным, симметричным и транзитивным, предлагаемая информационная схема совпадает с информационной структурой позиционных игр, введенной фон Нейманом и О. Моргенштерном [3].

Определение. Множество позиционных t-дебютов

$$\psi_t^i(u_t^{\mathrm{I}}, u_t^{\mathrm{II}}) = \{x_t(\bar{u}_t^{\mathrm{I}}, \bar{u}_t^{\mathrm{II}}) : (\bar{u}_t^{\mathrm{I}}, \bar{u}_t^{\mathrm{II}}) \in M^i(u_t^{\mathrm{I}}, u_t^{\mathrm{II}}) \quad \text{допустимы}\} \tag{2.3}$$

называется информационным t-пучком.

Пусть Ψ^i – семейство всех информационных пучков игрока i, $\psi^i(\emptyset) = \psi_0^i = x_0$, а Ψ_t^i – семейство информационных пучков, задаваемых отображением (2.2) при фиксированном t.

Чистыми стратегиями игроков будем называть функции вида

$$\pi^i : \Psi^i \to \boldsymbol{P}^i .$$

Каждая ситуация в чистых стратегиях $(\pi^{\mathrm{I}}, \pi^{\mathrm{II}})$ реализуется в виде некоторого альтернативного t-дебюта $(u_t^{\mathrm{I}}, u_t^{\mathrm{II}})\,(\pi^{\mathrm{I}}, \pi^{\mathrm{II}})$ и задает партию как решение (если оно существует) обыкновенного дифференциального уравнения

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = f(x, \pi^{\mathrm{I}}, \pi^{\mathrm{II}})\,, \quad x(0) = x_0\,, \tag{2.4}$$

получаемого из (2.1) подстановкой $(\pi^{\mathrm{I}}, \pi^{\mathrm{II}})$ вместо $(u^{\mathrm{I}}(t), u^{\mathrm{II}}(t))$. Однако, конечно, не для всякой ситуации решение будет существовать, поэтому встает вопрос о выделении допустимых ситуаций, т. е. ситуаций которые определяют единственную партию.

3. ДОПУСТИМЫЕ СТРАТЕГИИ

1. Для формулирования условий допустимости выскажем

Предположение 1. При каждом $t \in [0, \theta]$ на семействе информационных t-пучков игрока i определена метрика ϱ_t^i.

Если Ψ_t^i, $t \in [0, \theta]$ семейство замкнутых подмножеств пространства $\mathscr{X}_t$, то это может быть, например, Хаусдорфова метрика (см. Куратовский [4]).

Если Ψ_t^i — конечное семейство информационных пучков (например, конечное разбиение $\mathscr{X}_t$), то обычно оказывается удобным на Ψ_t^i задавать метрику, определяющую дискретную топологию. Тогда чистые стратегии игроков оказываются автоматически непрерывными: прообраз любого множества в пространстве альтернатив $\boldsymbol{P}^i$ открыт.

Нам однако не понадобится конкретный вид этих метрик, а требуется лишь выполнение следующих условий.

2. *Предположение 2.* 1. Требования к памяти. Память игроков такова, что из равенства

$$x(t, \bar{u}_t^{\mathrm{I}}, \bar{u}_t^{\mathrm{II}}) = x(t, \bar{\bar{u}}_t^{\mathrm{I}}, \bar{\bar{u}}_t^{\mathrm{II}})$$

следует равенство

$$\boldsymbol{M}^i(\bar{u}_t^{\mathrm{I}}, \bar{u}_t^{\mathrm{II}}) = \boldsymbol{M}^i(\bar{\bar{u}}_t^{\mathrm{I}}, \bar{\bar{u}}_t^{\mathrm{II}})\,.$$

Иначе говоря, на альтернативных t-дебютах, приводящих к реализации одной и той же партии, значения памяти игроков должны совпадать.

Отсюда сразу получаем

$$\psi_t^i(\bar{u}_t^{\mathrm{I}}, \bar{u}_t^{\mathrm{II}}) = \psi_t^i(\bar{\bar{u}}_t^{\mathrm{I}}, \bar{\bar{u}}_t^{\mathrm{II}})\,.$$

Обозначим теперь через $\psi_t^i(x_t)$ функцию

$$\psi_t^i : \mathscr{X}_t \to 2^{\mathscr{X}_t}\,, \quad t \in [0, \theta]\,,$$

 задаваемую равенством

$$\psi_t^i(x_t(u_t^{\mathrm{I}}, u_t^{\mathrm{II}})) = \psi_t^i(u_t^{\mathrm{I}}, u_t^{\mathrm{II}}) .$$

2. Условие Липшица. Существует такая константа h, что

(3.1)

$$|f(x_1, u_1^{\mathrm{I}}, u_1^{\mathrm{II}}) - f(x_2, u_2^{\mathrm{I}}, u_2^{\mathrm{II}})| \leqq h(|x_1 - x_2| + \|u_1^{\mathrm{I}} - u_2^{\mathrm{I}}\| + \|u_1^{\mathrm{II}} - u_2^{\mathrm{II}}\|) ,$$
$$x_1, x_2 \in \boldsymbol{X}, \quad u_1^i, u_2^i \in \boldsymbol{P}^i , \quad i = \mathrm{I}, \mathrm{II} ;$$

(3.2) $$\|\pi^i(\psi_{t,1}^i) - \pi^i(\psi_{t,2}^i)\| \leqq h\, \varrho_t^1(\psi_{t,1}^i, \psi_{t,2}^i) , \quad \psi_{t,1}^i, \psi_{t,2}^i \in \Psi_t^i ;$$

(3.3) $$\varrho_t^1(\psi_t^i(x_t^1), \psi_t^i(x_t^2)) \leqq h\, \varrho_t(x_t^1, x_t^2) , \quad x_t^1, x_t^2 \in \mathscr{X}_t ;$$

здесь

$$\varrho_t(x_t^1, x_t^2) = \max_{\tau\in[0,t]} |x_t^1(\tau) - x_t^2(\tau)|$$

а ϱ_t^1 — метрика, фигурирующая в Предположении 1.

3. Теорема 1. В условиях предположений 1 – 2 для каждой ситуации в чистых стратегиях $(\pi^{\mathrm{I}}, \pi^{\mathrm{II}})$ существует единственное решение уравнения (2.4).

Доказательство сводится к проверке того факта, что композиция функций $g(x, x_t) = f(x, \pi^{\mathrm{I}}(\psi_t^{\mathrm{I}}(x_t)), \pi^{\mathrm{II}}(\psi_t^{\mathrm{II}}(x_t)))$ удовлетворяет по x и x_t требованиям Леммы параграфа 1.

Подставив (3.3) в (3.2), получим

$$\|\pi^i(\psi_t^i(x_t^1)) - \pi^i(\psi_t^i(x_t^2))\| \leqq h^2\, \varrho_t(x_t^1, x_t^2) .$$

Отсюда с учетом (3.1) получаем

(3.4) $$|f(x_1, \pi^{\mathrm{I}}(\psi_t^{\mathrm{I}}(x_t^1)), \pi^{\mathrm{II}}(\psi_t^{\mathrm{II}}(x_t^1))) - f(x_2, \pi^{\mathrm{I}}(\psi_t^{\mathrm{I}}(x_t^2)), \pi^{\mathrm{II}}(\psi_t^{\mathrm{II}}(x_t^2)))|$$
$$\leqq h^3(|x_1 - x_2| + 2\varrho_t(x_t^1, x_t^2) .$$

Неравенство (3.4) означает, что правая часть уравнения (2.4) удовлетворяет условиям Леммы.

4. ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ СТРАТЕГИЙ

1. Определение. Две стратегии игрока I $\bar{\pi}^{\mathrm{I}}$ и $\tilde{\pi}^{\mathrm{I}}$ будем называть эквивалентными, если для всех стратегий партнера π^{II} при всех $t \in [0, \theta]$ выполняется равенство

$$x(t, \bar{\pi}^{\mathrm{I}}, \pi^{\mathrm{II}}) = x(t, \tilde{\pi}^{\mathrm{I}}, \pi^{\mathrm{II}}) .$$

Каждая ситуация $(\pi^{\mathrm{I}}, \pi^{\mathrm{II}})$ в силу соотношения (2.4) определяет некоторый альтернативный t-дебют $(u_t^{\mathrm{I}}, u_t^{\mathrm{II}})\,(\pi^{\mathrm{I}}, \pi^{\mathrm{II}})$. Информационный t-пучок, определяемый $\boldsymbol{M}^i((u_t^{\mathrm{I}}, u_t^{\mathrm{II}})\,(\pi^{\mathrm{I}}, \pi^{\mathrm{II}}))$, обозначим через $\psi_t^i(\pi^{\mathrm{I}}, \pi^{\mathrm{II}})$.

Пусть Π^{II} – множество всех допустимых стратегий игрока II. Положим

$$X_t(\pi^{\mathrm{I}}) = \{x_t(\pi^{\mathrm{I}}, \pi^{\mathrm{II}}) : \pi^{\mathrm{II}} \in \Pi^{\mathrm{II}}\}\,,$$
$$\Psi_t^{\mathrm{I}}(\pi^{\mathrm{I}}) = \{\psi_t^{\mathrm{I}}(\pi^{\mathrm{I}}, \pi^{\mathrm{II}}) : \pi^{\mathrm{II}} \in \Pi^{\mathrm{II}}\}\,.$$

2. Теорема 2. Для того, чтобы две стратегии $\bar{\pi}^{\mathrm{I}}$ и $\tilde{\pi}^{\mathrm{I}}$ игрока I были эквивалентны достаточно, чтобы при всех t выполнялись равенства

$$\boldsymbol{X}_t(\bar{\pi}^{\mathrm{I}}) = \boldsymbol{X}_t(\tilde{\pi}^{\mathrm{I}})\,, \qquad (4.1)$$
$$\Psi_t^{\mathrm{I}}(\bar{\pi}^{\mathrm{I}}) = \Psi_t^{\mathrm{I}}(\tilde{\pi}^{\mathrm{I}})$$

и для любого информационного пути $\psi_t^{\mathrm{I}} \in \Psi_t^{\mathrm{I}}$, $t \in [0, \theta]$ при почти всех t выполнялось равенство

$$\bar{\pi}^{\mathrm{I}}(\psi_t^{\mathrm{I}}) = \tilde{\pi}^{\mathrm{I}}(\psi_t^{\mathrm{I}})\,. \qquad (4.3)$$

Доказательство. Пусть игрок II выбрал свою произвольную стратегию π^{II}. Тогда какую бы стратегию $\bar{\pi}^{\mathrm{I}}$ или $\tilde{\pi}^{\mathrm{I}}$ ни выбрал игрок I, реализующийся информационный путь $\psi_t^{\mathrm{I}} \in \Psi_t^{\mathrm{I}}(\bar{\pi}^{\mathrm{I}})$, а тогда в силу (4.3) вдоль этого пути при почти всех t

$$f(x, \bar{\pi}^{\mathrm{I}}(\psi_t^{\mathrm{I}}), \pi^{\mathrm{II}}) = f(x, \tilde{\pi}^{\mathrm{I}}(\psi_t^{\mathrm{I}}), \pi^{\mathrm{II}})\,.$$

Интегрируя это равенство, получим требуемое.

Легко привести пример, показывающий, что для невзаимнооднозначных по альтернативам игрока I правых частей уравнения (2.1) условия Теоремы 2 не являются необоходимыми.

Теорема 3. Если функция f в уравнении (2.1) взаимооднозначная функция альтернатив игрока I u^{I} (при фиксированных x и u^{II}), то условия Теоремы 2 и необходимы для эквивалентности стратегий $\bar{\pi}^{\mathrm{I}}$ и $\tilde{\pi}^{\mathrm{I}}$.

Доказательство. По определению эквивалентных стратегий для всех $t \in [0, \theta]$ и $\pi^{\mathrm{II}} \in \Pi^{\mathrm{II}}$ $x(t, \bar{\pi}^{\mathrm{I}}, \pi^{\mathrm{II}}) = x(t, \tilde{\pi}^{\mathrm{I}}, \pi^{\mathrm{II}})$ и следовательно

$$x_t(\bar{\pi}^{\mathrm{I}}, \pi^{\mathrm{II}}) = x_t(\tilde{\pi}^{\mathrm{I}}, \pi^{\mathrm{II}})\,, \qquad (4.4)$$

т. е.

$$\boldsymbol{X}_t(\bar{\pi}^{\mathrm{I}}) = \boldsymbol{X}_t(\tilde{\pi}^{\mathrm{I}})\,.$$

В силу пункта 1 Предположения 2 из (4.4) получим

$$\psi_t^{\mathrm{I}}(x_t(\bar{\pi}^{\mathrm{I}}, \pi^{\mathrm{II}})) = \psi_t^{\mathrm{I}}(x_t(\tilde{\pi}^{\mathrm{I}}, \pi^{\mathrm{II}}))\,,$$

 т. е.

$$\Psi_t^{\mathrm{I}}(\bar{\pi}^{\mathrm{I}}) = \Psi_t^{\mathrm{I}}(\tilde{\pi}^{\mathrm{I}}) .$$

Равенство (4.3) докажем от противного. Предположим, что найдутся информационный путь $\psi_t^{\mathrm{I}} \in \Psi_t^{\mathrm{I}}(\bar{\pi}^{\mathrm{I}})$ и множество $T_0 \subset [0, \theta]$ ненулевой лебеговой меры такие, что для $t \in T_0$

$$\bar{\pi}^{\mathrm{I}}(\psi_t^{\mathrm{I}}) \neq \tilde{\pi}^{\mathrm{I}}(\psi_t^{\mathrm{I}}) .$$

Но тогда для $t \in T_0$ в силу взаимной однозначности функции f по u^{I}

$$f(x(t), \bar{\pi}^{\mathrm{I}}(\psi_t^{\mathrm{I}}), \pi^{\mathrm{II}}) \neq f(x(t), \tilde{\pi}^{\mathrm{I}}(\psi_t^{\mathrm{I}}), \pi^{\mathrm{II}}) . \tag{4.5}$$

Рассмотрим дифференциальные уравнения

$$\frac{dx}{dt} = f(x, \bar{\pi}^{\mathrm{I}}(\psi_t^{\mathrm{I}}), \pi^{\mathrm{II}}) , \quad x(0) = x_0$$

и

$$\frac{dx}{dt} = f(x, \tilde{\pi}^{\mathrm{I}}(\psi_t^{\mathrm{I}}), \pi^{\mathrm{II}}), \; x(0) = x_0 .$$

Пусть $\bar{x}(t)$ и $\tilde{x}(t)$ – решения этих уравнений. Из (4.5) получаем: для $t \in T_0$

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt} \neq \frac{d\tilde{x}(t)}{dt}$$

и следовательно по крайней мере для некоторых $t \in [0, \theta]$

$$\bar{x}(t) \neq \tilde{x}(t)$$

что противоречит предположению об эквивалентности $\bar{\pi}^{\mathrm{I}}$ и $\tilde{\pi}^{\mathrm{I}}$.

(Поступило в редакцию 5 сентября 1978.)

ЛИТЕРАТУРА

[1] Я. Г. Клюшин: Информационная структура и эквивалентность стратегий в дифференциальных играх. Доклады Академии Наук СССР *232* (1977), 1, 20–23.
[2] Э. А. Коддингтон, Н. Левинсон: Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. ИЛ, Москва 1958.
[3] Дж. фон Нейман, О. Моргенштерн: Теория игр и экономическое поведение. Наука, Москва 1970.
[4] К. Куратовский: Топология. Т. I, Москва, Мир 1966.

Ярослав Григорьевич Клюшин, научный сотрудник Института Социально-Экономических Проблем Академии Наук СССР, Ленинград, ул. Воинова, 50-а. СССР.