Antonín Sýkora
O nejkratším spojení tří a čtyř bodů v rovině

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 32 (1903), No. 1, 90--92

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/124072`

Tím nabudeme konečně známého hypsometrického vzorce Babinetova

$$x = 16000 \cdot \frac{B - b}{B + b} \text{ metrů.}$$

Poznámka. Vzorec tento poskytuje výsledky velice přibližné, měříme-li výšky barometrických sloupců B (na úpatí hory) a b (na hoře) časně z rána; k měření takovému hodí se dobře též aneroidy.

O nejkratším spojení tří a čtyr bodů v rovině.

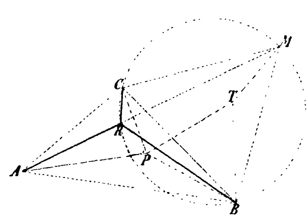
Napsal

Ant. Sýkora,

professor v Rakovníku.

Nejkratší spojení tří bodů A, B, C.

Sestrojíme-li nad některou stranou trojúhelníka ABC, na př. nad BC, rovnostranný trojúhelník BMC, lze součet vzdáleností kteréhokoli bodu P od vrcholů A, B, C zobraziti lomenou čarou mezi A a M. — Sestrojíme-li totiž také na spojnici PB rovnostranný trojúhelník PBT, jest $PT = PB$, $TM = PC$, jakož ze shodných trojúhelníků BMT, BCP vyplývá.



Obr. 1.

Pro průsečík R spojnice AM s kruhem opsaným rovnostrannému trojúhelníku BMC přejde lomená čára $APTM$ v přímku AM.

Jest tedy součet vzdáleností bodu R od vrcholů A, B, C nejkratší.

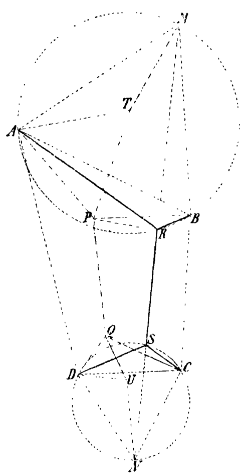
Snadno shledáme, že paprsky vedené od bodu R k vrcholům A, B, C svírají spolu stejné úhly.

$$\sphericalangle BRM = 60^0, \quad \sphericalangle BRA = 120^0$$
$$\sphericalangle CRM = 60^0, \quad \sphericalangle CRA = 120^0.$$

Nejkratší spojení čtyr bodů A, B, C, D.

Nejkratší spojení n bodů v rovině lze uskutečniti $(2n-3)$mi spojnicemi, jež se sbíhají vždy po 3 v $(n-2)$ uzlových bodech a v nich vespolek stejné úhly (po 120^0) svírají.

Pro 4 body najdeme nejkratší spojení takto:



Obr. 2.

Dané body A, B, C, D spojme po dvou, sestrojme nad stranami AB, CD čtyrúhelníka, jež leží v ostrých úhlech úhlopříček, rovnostranné trojúhelníky ABM, CDN a opišme jim kruhy; průsečíky R, S těchto kruhů se spojnicí temen MN rovnostranných trojúhelníků jsou body, jež spojeny vespolek a s danými body A, B, C, D dávají nejkratší spojení těchto čtyr bodů.

Důkaz. Volíme-li místo bodů R, S kterékoli jiné uzlové body P, Q, sestrojíme nad spojnicemi AP, DQ rovnostranné trojúhelníky APT, DQU, shledáme snadno, že

$$PA = PT$$
$$PB = TM \text{ (ze } \cong \triangle\triangle\, APB,\ ATM)$$

a podobně

$$QD = QU$$
$$QC = UN \text{ (ze } \cong \triangle\triangle\, DCQ,\ DUN),$$

pročež celé spojení

$$PA + PB + PQ + QC + QD$$

jest rovno lomené čáře $MTPQUN$.

Pro body R, S přejde tato lomená čára v přímku MN.

Ve zvláštních případech, na př. padnou-li pomocné body R, S mimo čtyrúhelník $ABCD$, mohou poskytovati nejkratší spojení obě úhlopříčky nebo spojnice některého daného bodu s ostatními.

Jak vyřízneme ze čtverce jiný tak, aby se dal ze zbytků sestrojiti zase čtverec.

Napsal

Antonín Sýkora,
professor v Rakovníku.

Je-li od čtverce $A = a^2$ odejmouti čtverec $B = b^2$, opišme kolem středu s čtverce A kruh, jehož průměr b rovná se straně čtverce B, a středy s_1, s_2, s_3, s_4 stran čtverce A veďme k němu tečny v tomtéž smyslu, dle nichž čtverec A rozřežeme.

Odstraníme-li čtverec B, lze ze zbylých čtyr různoběžníků M, N, P, Q složiti zase čtverec, klademe-li je k sobě, jak v obrazci 1. jest šípy naznačeno a v obr. 2. vykonáno.

Poznámka. V pravoúhlém trojúhelníku $s_2\, t\, s_4$ (obr. 1.) jest

$s_2 s_4 = a$ (strana čtverce A),
$s_4 t = b$ (strana čtverce B),