Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Otomar Pankraz

K didaktice politické aritmetiky

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 58 (1929), No. 3-4, D49--D52

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/124031

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1929

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

žáci — a je jich na 70% — zápasí s nedostatkem hmotných prostředků i s přírodou. A přece u nás návštěva cvičení stoupá; tito ubožáci platí žádaných 40·— Kč bez reptání. Jest ovšem mnohdy nutno učiniti jisté ústupky, na př. povoliti lhůtu k zaplacení a p., ale to jest přece maličkost.

Další důvod proti, množství nepovinných předmětů, kolise s hrami atd., mohl by se právě objeviti zase u nás, kde opravdu již zaniklo nepovinné kreslení na vyšším oddělení, zpěv, ženské ruční práce — ale doufám, že nezaniknou fysikální cvičení. Ovšem, čím dále, tím menší počet žáků v nižších třídách cvičení naše zeslabí, ale nezničí. Až bude nejhůře, spojím obě nejvyšší třídy v jedno oddělení, a po přechodnou dobu bude se pracovati dále ob rok.

A tak, probírám-li z článku jeden důvod za druhým, kterým se vysvětluje nezavedení, nebo zaniknutí prakt. cvičení fysikálních, vidím, že ani jeden není tak vážný, aby mohl přesvědčiti. To cítíme zejména my na opuštěných horských ústavech.

Bojím se však, zvláště když čtu v článku některé »také« důvody, že kolegové neuváděli příčiny osobní, jako na př. své obavy z obtíží, nedostatek ochoty neb energie, po případě snad i pohodlnost. Některé z těchto důvodů daly by se omluviti stářím kolegů; však kolik by to bylo případů? Přece mi nikdo nenamluví, že jsou na 55% reálek, 82% reál. gymnasií, 87% ref. reál. gymnasií a 85% gymnasií kolegové tak staří, že by cvičení nemohli vésti!

Školní úřady obtíží nečiní, naopak, z vlastní zkušenosti vím, že cvičení podporují. Nehledejme tedy vinu bůhví kde, hledejme ji nejdříve v sobě! Prosím, aby se kolegové na mne nehoršili, že posuzuji ostře, ale je to v zájmu dobré věci — v zájmu výuky fysice, ale také, a na to nebudiž zapomínáno, i v zájmu stavovském.

V Jilemnici, dne 23. prosince 1928.

OTOMAR PANKRAZ:

K didaktice politické aritmetiky.

V následujícím chci stručně poukázati, že při elementárním výkladu politické aritmetiky lze použíti s prospěchem některých pojmů z vyšší analyse. Pojmy národohospodářské jsou zpravidla velice pružné a úplný popis zjevů národohospodářských vyžaduje funkce, které jsou závislé na velkém počtu parametrů způsobem velice komplikovaným. To bývá příčinou, že ti, kteří se seznamují s počátky politické aritmetiky, mají dojem, jakoby se ocitli v nejisté oblasti matematické vědy. V tomto svém dojmu bývají často utvrzováni také autory učebnic. Elementární učebnice politické aritmetiky uvedou svědomitě čtenáře ve způsob, jak používati určitý kalkul a na četných příkladech dají mu možnost tento kalkul si osvojiti, ale zakládají jej většinou na pouhých pojmových obrysech, které si čtenář přinesl ze svého společenského života. Tím se pak stává, že když se začne operovati s určitou definicí politicko-aritmetickou, jeví se tato čtenáři zcela libovolnou.

K odstranění tohoto nedostatku zdá se mi prospěšné, aby se čtenáři ukázalo, jak se matematických metod užívá k popisu národohospodářských zjevů. Když byl podán obšírnější výklad národohospodářský, jest vytknouti zásady, podle kterých si sestrojujeme pojmové schéma nutné k popisu, a slovní úvahy přepsati ve formu matematickou. Jakých prostředků můžeme při tom užíti, ukazuji na dvou případech, a sice při výkladu úroku a časového období. Při pojmu úroku možno postupovati způsobem, kterého se používá při popisu zjevů dědičnosti, při časových obdobích, s jakými operuje politická aritmetika, může se vždy pak použíti pojmů interval uzavřený a otevřený, které odstraňují jakoukoliv možnou nejasnost výrazovou.

P o j e m ú r o k u. Při výkladu pojmu úroku můžeme použíti následující pojmové konstrukce: Úrok jest smlouva mezi dvěma osobami A a B, ze které plyne jistý závazek osoby B ve prospěch osoby A a jiný závazek osoby A ve prospěch osoby B. Osoba B se zavazuje vyplatiti osobě A v čase t obnos K_0. Závazek osoby A jest vrátiti osobě B obnos

K_0, jestliže se tak stane v čase t
K_1 » » » » » » $t_1 = t + 1$
K_2 » » » » » » $t_2 = t + 2$
— — — — — — — — — — — — —
K_n » » » » » » $t_n = t + n$.

Z povahy smlouvy jakožto s m l o u v y ú v ě r o v é plyne: K_0 jest obnos skutečně půjčený dlužníku A a nazveme jej z á k l a d n í m p l a t e m. Platy $K_1, K_2, \ldots K_n$ jsou pak o d v o z e n é. Naše smlouva úvěrová jest úplně charakterisována řadou platů

$$K_0, K_1, K_2, \ldots, K_l, \ldots, K_n. \tag{1}$$

Členy této řady vyhovují dvěma podmínkám:

1) $0 < K_0 \leq K_1 \leq K_2 \leq \ldots \leq K_n$,

2) $K_l = K_l(K_0, K_1, \ldots, K_{l-1})$,

jinak mohou býti zcela libovolné. Význam obou podmínek jest patrný, neboť jsou pouhým matematickým výpisem následujících zásad úvěrových, které samy jsou nutným důsledkem hospodářství založeného na pojmu soukromého majetku:

(1) Není myslitelno, aby dlužník A vrátil věřiteli B menší obnos, než si vypůjčil.

(2) Vrátí-li dlužník po l jednotkách časových obnos K_l, pak výše tohoto obnosu je závislá na všech členech $K_0, K_1 \ldots K_{l-1}$, které v řadě (1) předcházejí člen K_l, neboť věřitel dal svůj obnos

dlužníku pouze k dočasnému disponování. Obnos půjčený nemůže ztratiti svoji hodnotu pro věřitele během doby, po niž byl zapůjčen a hodnota obnosu pro věřitele jest závislá na tom, jakým způsobem mohl by tento obnos použíti kdykoliv v době před dobou splatnosti dluhu.

Tyto dvě podmínky jsou rázu velmi obecného. Skutečná smlouva udává zcela určitý sled čísel $K_0, K_1, \ldots, K_n$. Zákon, podle kterého jest řada těchto čísel vytvořena, bude nám definovati určitý f i n a n č n í s y s t é m. Velice zajímavé pak jest tázati se po vzájemných vztazích dvou různých finančních systémů.

V elementární části politické aritmetiky řešena jest otázka, jaký jest vztah mezi úrokováním dekursivním a anticipativním. V našem výkladu zodpověděna bude ihned, zavedeme-li si definici, kdy dva systémy finanční jsou r o v n o m o c n é. Pravíme, že dva systémy

$$K_0, K_1, \ldots K_n$$
$$K'_0, K'_1, \ldots K'_n$$

jsou rovnomocné, jestliže

$$K_j = K'_j$$

pro $j = 0, 1, \ldots n$. Uvažujeme-li jednoduché úrokování dekursivní při míře úrokovací i, pak řada (I) jest udána zákonem

$$K_n = K_0\,(1 + ni),$$

při anticipativní míře d potom

$$K'_n = K'_0\left(1 + n\frac{d}{1-d}\right).$$

Z toho ihned v případě rovnosti systémů

$$i = \frac{d}{1-d}$$

a zcela krátkou diskusí tohoto vzorce jde základní poučka: Při stejném úrokovém procentu jest anticipativní úrokování vyšší než dekursivní.

Při postupu výkladu zde načrtnutého zvláštní pozornosti zasluhuje podmínka (2). Jest jednoduchým případem matematického popisu zjevů hereditních. Při obvyklém úrokování podmínka (2) redukuje se na triviální rekurentní vzorec, ale jsou myslitelny finanční systémy, při nichž na př. úroková míra se mění a které nevedou na rekurentní vzorec.

K úplnosti podotýkám, že podmínku (2) jest možno vyjádřiti také infinitesimální metodou a od pojmu úrokování nespojitého přejíti k úvahám o úrokování spojitém, čímž dospějeme k pojmu úroku jakožto funkci čar ve smyslu teorie Volterrovy.

V ý r a z p r o č a s o v é o b d o b í. V učebnicích politické aritmetiky nalézáme užití slova »časový interval« ve významu velmi různém a matematikovi nikoliv zcela vyhovujícím. Pouhý výraz

»interval« jest nedostatečně určen, neboť nerozhodnuta zůstává otázka po hranicích tohoto intervalu. Znázorňujeme-li čas na číselné ose, funkce politicko-aritmetické jakožto funkce času jsou zpravidla dány na množství diskrétním. Operujeme-li s funkcemi tohoto druhu, pak obvyklá určení časová (rok, měsíc, den) úplně stačí. Přejdeme-li však k funkcím všude definovaným na číselném kontinuu, potom jest třeba přesnějšího ohraničení doby. Mnozí autoři si vypomáhají různým rčením, na př. následujícího dne, den po, den před a p. Tato výpomoc je však zbytečná, uvědomíme-li si, že interval časový, na př. rok, na ose číselné jest vyjádřen jako polouzavřený interval bodový, neboť počítáme rok od 1. ledna do 1. ledna příštího roku, exklusive však tento den. Užíváním pojmu polouzavřeného intervalu dostávají současně úvahy politicko-aritmetické jasný a jednoznačný geometrický podklad, okolnost to, která při výkladu jest jistě prospěšná.

JOSEF VAVŘINEC (Plzeň, I. R.):

Jak by bylo možno zjednodušiti vyučování deskriptivní geometrii.

Všeobecně se uznává, že vyučování třeba uzpůsobiti požadavkům, které klade psychologické ustrojení žactva.

Reformou středních škol z r. 1908 bylo zavedeno do osnovy deskriptivní geometrie kotované promítání na jednu průmětnu, v míře ovšem velmi omezené. Myslím, že v zájmu zjednodušení a usnadnění vyučování tomuto předmětu jest, aby se tohoto druhu zobrazování užívalo ve školách obecněji. Pro tuto změnu mluví nejen důvody praktické, ale i psychologické.

Po stránce psychologické jest promítání na jednu průmětnu rozhodně jednodušší, protože vyžaduje obrácení pozornosti jen k *jediné* průmětně a vztahům útvaru, o jehož zobrazení se jedná, k této jediné. Vezmeme-li na př. jednu z nejjednodušších úloh, sestrojení pravé délky úsečky užitím promítacího lichoběžníka prvého, třeba zkoumati se žáky vztah úsečky k oběma průmětnám, obrátiti jejich pozornost k poloze prvých promítacích paprsků koncových bodů k půdorysu úsečky a k tomu, že vzdálenosti jejich od půdorysny se jeví v obrazci jako vzdálenosti nárysů jejich od obrazu osy *x*. Právě však tato okolnost znamená odchýlení pozornosti žákovy od *podstaty* úlohy, sklopiti prvý promítací lichoběžník do půdorysny. Druhá potíž začátečníkova jest v tom, že přesný popis a odůvodnění konstrukce vyžaduje důkladné znalosti odborné terminologie a vyjadřování, které si žáci osvojují jen pomalu. Při promítání na jednu průmětnu toho není; pozornost zůstává upřena na