Matyáš Lerch

Poznámka arithmerická

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 24 (1895), No. 4, 228–230

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123962

Srovnáním obou posledních vzorců přijdeme k větě Meusnierově, dle které poloměr zakřivenosti šikmého řezu rovná se průmětu příslušného řezu normálného.

Poznámka arithmetická.

Sdílí

M. Lerch,

docent při české vysoké škole technické v Praze.

Chceme určiti počet celistvých kladných čísel x, menších než dané celistvé číslo n, která hoví podmínce

$$E\left(\frac{n}{x}\right) = E\left(\frac{n}{x+1}\right).$$

Znamenejme za tím účelem k společnou hodnotu obou výrazů; pak bude

$$n = kx + r = k(x+1) + r',$$

kde r, r' značí kladné zbytky, jež číslo n poskytne při dělení číslem x, resp. číslem $x+1$.

Při tom máme tedy $r = k + r'$, a patrně

$$(a) \qquad x > r > r' \geqq 0;$$

dosadíme-li do rovnice $n - r = kx$ za k hodnotu $r - r'$, vznikne

$$(b) \qquad n - r = (r - r')x.$$

Podmínky (a) a (b) úplně charakterisují hledaná čísla x; neboť jsou-li splněny, bude $E\left(\frac{n}{x}\right) = E\left(\frac{n}{x+1}\right)$. Aby se obdržela čísla x, stačí voliti r libovolně a provésti rozklad $n - r = \delta\delta'$, ve kterém $\delta' \leqq r$. Pak bude $x = \delta$, ježto δ' lze psáti $r - r'$; při tom podrží se jen ony rozklady, pro něž $x > r$.

Hledáme tedy rozklady

$$n - r = \delta\delta', \text{ kde } \delta > r \geqq \delta';$$

poslední podmínku lze psáti

$$\delta > r \geqq \frac{n-r}{\delta}$$

aneb též

(c) $$\delta > r, \qquad \delta \geqq \frac{n-r}{r}.$$

Pro ona r, jež hoví podmínce

(d) $$r \geqq \frac{n-r}{r},$$

hoví všech $\psi(n-r, r)$*) rozkladů $n - r = \delta\delta'$, v nichž $\delta > r$, podmínkám (c). Zbývá ještě vyšetřiti rozklady příslušné k hodnotám r, pro něž

(d') $$r < \frac{n-r}{r}.$$

Pro tato r bude rovnice (c) splněna při rozkladech $n - r = \delta\delta'$, ve kterých $\delta \geqq \frac{n-r}{r}$, a těch jest $\psi\left(n-r, \frac{n-r-1}{r}\right)$

Počet všech rozkladů hovících podmínkám (c) bude tedy

$$\mathrm{N} = \sum_{r \geqq \frac{n-r}{r}} \psi(n-r, r) + \sum_{r < \frac{n-r}{r}} \psi\left(n-r, \frac{n-r-1}{r}\right).$$

Podmínka

$$r \geqq \frac{n-r}{r}$$

je splněna při $r \geqq -\frac{1}{2} + \sqrt{n + \frac{1}{4}}$, kdežto druhá podmínka

$$r < \frac{n-r}{r}$$

vyžaduje $r < -\frac{1}{2}\sqrt{n+\frac{1}{4}}$.

Zároveň platí

*) Užíváme zde téhož označení ψ a χ, jako v předešlém našem článku.

$$\psi\left(n-r, \frac{n-r-1}{r}\right) = \chi(n-r,\ r),$$

poněvadž každému děliteli $\delta > \frac{n-r-1}{r}$ $\left(\text{tedy } \delta \geqq \frac{n-r}{r}\right)$ čísla $n-r$ odpovídá dělitel sdružený $\delta' \leqq r$ a naopak.

Následuje tedy vzorec

$$N = \sum_{r \geqq -\frac{1}{2}+\sqrt{n+\frac{1}{4}}} \psi(n-r,\ r) + \sum_{\varrho < -\frac{1}{2}+\sqrt{n+\frac{1}{4}}} \chi(n-\varrho,\ \varrho),$$

a věta, že *počet řešení rovnice*

$$E\left(\frac{n}{x}\right) = E\left(\frac{n}{x+1}\right), \quad x < n,$$

rovná se výrazu N.

Tak na př. pro $n = 30$ vyjdou podmínky $r \geqq 5$, $\varrho < 5$, a pak se obdrží $\sum \psi(30-r,\ r) = 13$, $\sum_{\varrho=1}^{4} \chi(30-\varrho,\ \varrho) = 7$, tedy $N = 20$; skutečně hoví čísla $x = 8$, 9, 11, 12, 13, 14 a pak všecka čísla od 16 do 29 dané podmínce.

Kinetický způsob sestrojení středu křivosti ovalu Cartesiova.

Napsal

Bedřich Procházka,
professor v Karlíně.

1. Střed křivosti příslušící bodu a křivky K budeme považovati za okamžitý střed otáčení tečny T při přechodu jejím do polohy soumezné.*) K tomu stačí znáti rychlost $\overline{at}$ jakou

*) „Kinetický způsob sestrojování tečen a středů křivosti křivek 2. stupně“, napsal v „*Rozpravách České Akademie*“, roč. III., čís. 19., odst. 3. Bedřich Procházka.