Václav Láska

O grafickém řešení rovnic. [II.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 24 (1895), No. 5, 295--298

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/123853`

Z křivek L′ a B′ odvodíme pak křivku C′ tak jako v případě $1_{a)}$ z křivek A a B: Připojíme k polární subnormale $\sigma_{b'} = \overline{sb''}$ křivky B′ pod úhlem α délku $\sigma_{a'} = \overline{sa''}$ a obdržíme bod c'', jímž prochází normala $N_{c'} \equiv \overline{c'c''}$ křivky C′ v bodě c'.*)

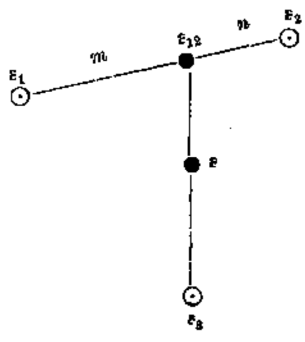
Délka $\overline{c'c''}$ vyjadřuje pak kolmou rychlost bodu c', kteráž s kolmou rychlostí $\overline{cc'}$ bodu c dle článku $1_{b)}$ nám určuje okamžitý střed normaly N_c, jakožto střed křivosti křivky C v bodě c.

O grafickém řešení rovnic.

Podává

dr. **V. Láska** v Praze.

V prvém čísle tohoto ročníku podal jsem grafické řešení rovnic o více neznámých na základě sčítání přímek. V této úvaze volím k řešení téhož problému sčítání bodů.



---

*) Ke konstrukci této nám třeba subnormal $\sigma_{a'}$ a $\sigma_{b'}$, které si stanovíme pomocí normal $N_{a'}$ a $N_{b'}$ v bodech a' a b' křivek A′ a B′.

Normalu $N_{a'}$ v bodě a' křivky A′ sestrojíme, když stanovíme kolmou rychlost $a'a''$ bodu a', jakožto průsečíku normaly N_a kol středu křivosti k křivky A se stáčející a přímky P′ točící se kol středu křivosti s křivky K. Rychlost tu docílíme touže konstrukcí, kterou jsme uvedli v $1_{b)}$ při stanovení rychlosti bodu a' v poznámce na str. předcházející.

Právě tak sestrojíme kolmou rychlost bodu b', normalu $N_{b'}$ křivky B′ v bodě b' nám udávající.

Buďtež $\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3$ libovolně v rovině volené body základní, pak platí vztahy

$$(m+n)\varepsilon_{12}=n\varepsilon_1+m\varepsilon_2,$$
$$(m+n+p)\varepsilon=n\varepsilon_1+m\varepsilon_2+p\varepsilon_3,$$

při čemž ale vyhověno musí býti rovnicím

$$\overline{\varepsilon_1\varepsilon_{12}}:\overline{\varepsilon_{12}\varepsilon_2}=n:m,$$
$$\overline{\varepsilon_{12}\varepsilon}:\overline{\varepsilon\varepsilon_3}=p:(m+n).$$

Dejme tomu, že dány jsou rovnice

$$a_1x+b_1y=c_1,$$
$$a_2x+b_2y=c_2,$$

násobíme-li jednotkami

$$\varepsilon_1 \text{ a } \varepsilon_2$$

a sečteme-li, pak bude

$$(a_1\varepsilon_1+a_2\varepsilon_2)\,x+(b_1\varepsilon_1+b_2\varepsilon_2)\,y=(c_1\varepsilon_1+c_2\varepsilon_2).$$

Sestrojíme-li tedy pomocí libovolně volených bodů ε_1 a ε_2 body ε_a, ε_b, ε_c tak, aby

$$a_1\varepsilon_1+a_2\varepsilon_2=(a_1+a_2)\,\varepsilon_a=\mathrm{A}\varepsilon_a,$$
$$b_1\varepsilon_1+b_2\varepsilon_2=(b_1+b_2)\,\varepsilon_b=\mathrm{B}\varepsilon_b,$$
$$c_1\varepsilon_1+c_2\varepsilon_2=(c_1+c_2)\,\varepsilon_c=\mathrm{C}\varepsilon_c,$$

pak bude

$$x\mathrm{A}\varepsilon_a+y\mathrm{B}\varepsilon_b=\mathrm{C}\varepsilon_c$$

aneb

$$\varepsilon_c=x\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{C}}\,\varepsilon_a+y\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{C}}\,\varepsilon_b. \tag{1}$$

Zároveň však dává grafické řešení

$$\varepsilon_c=\frac{\overline{\varepsilon_b\varepsilon_c}}{\overline{\varepsilon_a\varepsilon_b}}\,.\,\varepsilon_a+\frac{\overline{\varepsilon_a\varepsilon_c}}{\overline{\varepsilon_a\varepsilon_b}}\,.\,\varepsilon_b, \tag{2}$$

tak že bude

$$x=\frac{c_1+c_2}{a_1+a_2}\cdot\frac{\overline{\varepsilon_b\varepsilon_c}}{\overline{\varepsilon_a\varepsilon_b}},$$

$$y=\frac{c_1+c_2}{b_1+b_2}\cdot\frac{\overline{\varepsilon_a\varepsilon_c}}{\overline{\varepsilon_a\varepsilon_b}};$$

tím jest grafické řešení dokončeno. Abychom z uvedených výrazů obvyklé odvodili, připomeňme si, že

$$\overline{\varepsilon_1\varepsilon_a} = \overline{\varepsilon_2\varepsilon_1}\,\frac{a_2}{a_1+a_2},$$
$$\overline{\varepsilon_1\varepsilon_b} = \overline{\varepsilon_2\varepsilon_1}\,\frac{b_2}{b_1+b_2},$$
$$\overline{\varepsilon_1\varepsilon_c} = \overline{\varepsilon_2\varepsilon_1}\,\frac{c_2}{c_1+c_2};$$

bude tedy

$$\varepsilon_b\varepsilon_c = \overline{\varepsilon_1\varepsilon_2}\left\{\frac{b_2}{b_1+b_2} - \frac{c_2}{c_1+c_2}\right\},$$
$$\varepsilon_a\varepsilon_c = \overline{\varepsilon_1\varepsilon_2}\left\{\frac{c_2}{c_1+c_2} - \frac{a_2}{a_1+a_2}\right\},$$
$$\varepsilon_a\varepsilon_b = \overline{\varepsilon_1\varepsilon_2}\left\{\frac{b_2}{b_1+b_2} - \frac{a_2}{a_1+a_2}\right\}$$

a proto

$$x = \frac{c_1+c_2}{a_1+a_2}\,\frac{\dfrac{b_2}{b_1+b_2} - \dfrac{c_2}{c_1+c_2}}{\dfrac{b_2}{b_1+b_2} - \dfrac{a_2}{a_1+a_2}};$$

podobný výraz obdržíme pro y. Rozvedením obdržíme obvyklý tvar pro x resp. y.

Podobně si počínáme při třech neznámých, při čemž máme tu výhodu, že celou konstrukci snadno v rovině provedeme.

Budtež dány rovnice

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1,$$
$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2,$$
$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3.$$

Sestrojme si pomocí tří libovolných bodů

$$\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \varepsilon_3$$

body

$$\varepsilon_a \quad \varepsilon_b \quad \varepsilon_c \quad \varepsilon_d$$

na základě rovnic

$$
\begin{aligned}
a_1\varepsilon_1 + a_2\varepsilon_2 + a_3\varepsilon_3 &= (a_1 + a_2 + a_3)\,\varepsilon_a = \mathrm{A}\varepsilon_a,\\
b_1\varepsilon_1 + b_2\varepsilon_2 + b_3\varepsilon_3 &= (b_1 + b_2 + b_3)\,\varepsilon_b = \mathrm{B}\varepsilon_b,\\
c_1\varepsilon_1 + c_2c_2 + c_3\varepsilon_3 &= (c_1 + c_2 + c_3)\,\varepsilon_c = \mathrm{C}\varepsilon_c,\\
d_1\varepsilon_1 + d_2\varepsilon_2 + d_3\varepsilon_3 &= (d_1 + d_2 + d_3)\,\varepsilon_d = \mathrm{D}\varepsilon_d;
\end{aligned}
$$

pak platí rovnice

$$\varepsilon_d = x\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{D}}\,.\,\varepsilon_a + y\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{D}}\,.\,\varepsilon_b + z\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{D}}\,\varepsilon_c. \tag{3}$$

Grafické řešení ale dává

$$\varepsilon_d = \frac{n}{m+n+p}\,\varepsilon_a + \frac{m}{m+n+p}\,\varepsilon_b + \frac{p}{m+n+p}\,\varepsilon_c, \tag{4}$$

při čemž

$$
\begin{aligned}
\overline{\varepsilon_a\varepsilon_{ab}} : \overline{\varepsilon_{ab}\varepsilon_b} &= n : m,\\
\overline{\varepsilon_{ab}\varepsilon_d} : \overline{\varepsilon_d\varepsilon_c} &= p : m + n.
\end{aligned}
$$

Z těchto rovnic snadno vypočteme poměry

$$\frac{m}{m+n+p},\qquad \frac{n}{m+n+p},\qquad \frac{p}{m+n+p},$$

načež jest

$$
\begin{aligned}
x &= \frac{\mathrm{D}}{\mathrm{A}}\cdot\frac{n}{m+n+p},\\
y &= \frac{\mathrm{D}}{\mathrm{B}}\cdot\frac{m}{m+n+p},\\
z &= \frac{\mathrm{D}}{\mathrm{C}}\cdot\frac{p}{m+n+p}.
\end{aligned}
$$

Řešení číselných rovnic vyšších prokladem arithmetických řad rozdílových.

Podává

Jan Koloušek,

professor československé obchodní akademie v Praze.

(Dokončení.)

Pomocí prokladu arithmetických řad však řešení této rovnice jest nepoměrně rychlejší a zároveň postup jeho *souměrnější a jas-*