# Úlohy

*Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky*, Vol. 41 (1912), No. 2, 265--272

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123834

13. *Radiant* v souhvězdí Cephea (AR 310°, $\delta + 61°$); let rychlý, ohony.
14. $7^h$ *Saturn* v konjunkci se *Sluncem*. — *Min. Algolu* $12^h 29^m$. — $14^h$ *konjunkce* Merkura s Měsícem (4° 18′ již.).
15. $12^h$ *konjunkce* Venuše s Měsícem (3° 11′ již.). — J II z. $13^h 55^m 47^s$.

● 16. $10^h$ *konjunkce* Saturna s Měsícem (4° 58′ již.).
17. *Min. Algolu* $9^h 18^m$.
19. J I z. $11^h 9^m 36^s$.
20. $6^h$ *konjunkce* Neptuna s Měsícem (5° 46′ již.). — $13^h$ *konjunkce* Marta s Měsícem (3° 42′ již.).
22. $20^h$ *Merkur* v největší jižní heliocentrické šířce.

☽ 23.
26. J I z. $13^h 3^m 27^s$.
27. $10^h$ *Venuše* v konjunkci se *Saturnem* (1° 7′ sev.). — J III z $11^h 48^m 56^s$, k. $13^h 44^m 28^s$.

☺ 30. *Zákryt* $\alpha$ Scorpii (vel. 1·2) z. $10^h 4^m$, k. $11^h 18^m$; Měsíc vychází v $8^h 8^m$.
31. $23^h$ *Jupiter* v opposici se *Sluncem*. *S.*

---

# Úlohy.

## Z mathematiky.

26.

*Řešiti rovnici*

$$\frac{x^4}{(x-a)(x-b)} = \frac{1}{a-b}\left(\frac{a^4}{x-a} - \frac{b^4}{x-b}\right). \qquad R.$$

27.

*Dokažte správnost relace*

$$\sin x + \binom{n}{1} \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \binom{n}{2} \sin\left(x + 2\,\frac{\pi}{2}\right) + \dots$$
$$+ \sin\left(x + n\,\frac{\pi}{2}\right) = \left(\sqrt{2}\right)^n \sin\left(x + n\,\frac{\pi}{4}\right). \qquad R.$$

28.

*Dána jest přímka p a mimo ni bod O. Bodem O veďme paprsky až k průsekům s přímkou p: OA libovolně, OB kolmo na OA, OC jakožto osu souměrnosti pravého úhlu AOB a OD kolmo na OC. Stanoviti podmínku, kdy součet AB + CD jest minimální.*

Prof. *Ant. Navrátil.*

29.

*Dán jest bod M ležící vně pásu dvou rovnoběžek; určiti polohu kolmice obou rovnoběžek tak, aby úsek její mezi rovnoběžkami jevil se z bodu M v úhlu maximálním.*

Prof. *Ant. Navrátil.*

30.

*Do výseče kruhové AOB, jejíž úhel rovná se 45°, vepsati obdélník s minimální úhlopříčkou, aby jedna strana byla na poloměru OA; určiti velikost této úhlopříčky a poměr stran hledaného obdélníku.*

Prof. *Ant. Navrátil.*

31.

*Dány dvě rovnoběžky a na jejich ose souměrnosti dva body A a B. Bodem A vésti příčku tak, aby úsek její mezi rovnoběžkami jevil se z bodu B pod úhlem 45°.*

Prof. *Ant. Navrátil.*

32.

*V pravoúhlé soustavě souřadnic dány body* $G(r, 0)$ $H(0, r)$, $I(-r, 0)$, $K(0, -r)$ *a bod* $P(a, b)$. *Kolem bodu P opsati kružnici, jejíž jeden průsek s osou x jest C, tak aby na ní ležely body A, B takové, že* $\overline{AC} = \overline{CB}$ *a* $\overline{IA} = \overline{GB} = \overline{HC} = \overline{KC}$.

Ing. *Karel Kopecký.*

33.

*Tvar včelích buněk lze odvoditi z pravidelného šestibokého hranolu tím, že vedeme v horní základně $ABCDEF$ úhlopříčkami $AC$, $CE$, $EA$ roviny skloněné v stejném úhlu $\alpha$ k této základně. Tyto tři roviny protnou se v bodě $S$, takže dno buňky jest tvořeno třemi shodnými kosočtverci, z nichž jeden nechť jest $AGCS$ ($G$ leží na pobočné hraně jdoucí vrcholem $B$). Měřením úhlu $AGC = \beta$ shledáno, že jest roven přibližně $109^0$. Jest ukázati, že úhel tento vyhovuje velmi přibližně podmínce, aby povrch buňky byl při daném objemu co nejmenší. Dále určiti jest úhel $BAC$.* *R.*

34.

*Geometrické místo bodů $M$ té vlastnosti, že trojúhelník $ABC$ tvořený patami normal vedených bodem $M$ k parabole $p$ jest pravoúhlý, jest parabola. Přepona onoho trojúhelníku prochází pevným bodem a druhé dvě strany jsou normálami pevné paraboly.*

*Má-li trojúhelník $ABC$ býti rovnoramenný, skládá se geometrické místo bodu $M$ z osy paraboly a křivky třetího stupně.* *R.*

35.

*Přímky $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ a $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ protínají ellipsu $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ v bodech $P_1$, $Q_1$ resp. $P_2$, $Q_2$. Kdy protnou se normály v bodech těch v jediném bodě?*

*Jaromír Pilnáček.*

## Z deskriptivní geometrie.

7.

*Určiti jest plochu kulovou, známe-li jeden bod, dvě tečné roviny a tečnou přímku v jedné z nich.* Prof. *J. Hanuš.*

8.

*V rovině σ je parabola daná v půdoryse osou, ohniskem a vrcholem. Sestrojiti přímo vrchol nárysu paraboly.*

Prof. *Ant. Navrátil.*

## Z fysiky.

1.

*Na obvodu pevné kladky je na vlákně zavěšeno s jedné strany závaží 2 M, s druhé nehmotná kladka, jež nese po obou stranách na nehmotném vlákně dvě stejná závaží M, tak že je soustava v rovnováze. Jaký stav nastane, přidáme-li na závaží 2 M a na jedno ze závaží M po přívažku m?*

Prof. *J. Schuster.*

2.

*Obě vlákna kladky jsou zatížena stejně hmotami* $m + \mu$. *Na pravo má však přívažek tvar kroužku a je k vláknu zlehka připoután ve výši l nad hmotou m. Přerušíme-li toto spojení, jaký nastane pohyb po nárazu kroužku* $\mu$ *na hmotu m na pravé straně, jsou-li obě hmoty nepružné? Co by nastalo, kdyby byly dokonale pružné?*

Prof. *J. Schuster.*

3.

*Zní-li píšťala vlaku tónem o 600 kmitech za sekundu, a míjí-li vlak rychlostí* $61{\cdot}2\ \frac{km}{hod.}$ *pozorovatele vzdáleného o 5 m od trati, jak dlouho se bude výška tónu pozorovatelně měniti, dovede-li pozorovatel určiti sluchem intervall* $\frac{81}{80}$?

Prof. *J. Schuster.*

4

*Kyvadlo je složeno ze dvou hmotných bodů $m_1$ a $m_2$ spojených tuhou nehmotnou tyčí $l$. Jest určiti závěs, pro který má kyvadlo kyv nejkratší?* Prof. *J. Schuster.*

5.

*Je-li znám vnitřní a vnější průměr trubice skleněné a měří-li se zdánlivý vnitřní průměr na př. kathetometrem, jak lze určiti optickou lomivost skla, z něhož je trubice zhotovena? Do které meze je měření možné?* Prof. *J. Schuster.*

6.

*Ze svíticího bodu vycházející paprsky se lámou na rovinném rozhraní do jiného ústředí. Prodloužíme-li lomené paprsky zpět o jejich dráhu v prvém ústředí, které je geometrické místo virtuálných zdrojů (takto získaných) pro lom a) od kolmice, b) ku kolmici? Jaké jednoduché sestrojení lomených paprsků plyne z této úvahy?* Prof. *J. Schuster.*

7.

*Určete index lomu desky planparallelní známé tloušťky $t$ z pošinutí obrazu. Deska budiž položena na stolek goniometru, na němž je naznačena osa děleného kruhu, tak, že částečně přikrývá dílky měřítka millimetrového. Měřítko je položeno tak, aby jedna jeho dělící čárka se ztotožnila s osou. Štěrbinou alhidady pozorujme nejprvé kolmo k desce a pak ji stáčejme tak dlouho, až znovu dílek střední nalezne pokračování uvnitř deštičky skleněné. Je-li potřebné otočení $\alpha$, čemu je rovno $n$?*

Prof. *J. Schuster.*

8.

*V čočce plankonvexní je kazová tečka. Určete její hloubku a index lomu skla goniometrem a to následovně: Rovinná stěna čočky se ztotožní s rovinou stolku goniometru; na ni se položí měřítko a toto i tečna se nařídí na osu děleného kruhu. Měří se dva úhly, kdy totiž prvý a druhý millimetr se po otočení alhidady kryje s tečkou. Úhly ty jsou $\alpha_1 \alpha_2$ a poloměr alhidady $R$ mm.*

Prof. *J. Schuster.*

9.

*Vysvětlete mechanismus užívaný při některých vývěvách, kde přímý pohyb pístu v bodě jest způsoben tím, že konec táhla jest kloubovitě připevněn k obvodovému bodu ozubeného kola, které se pohybuje po vnitřním obvodu jiného ozubeného kola o dvojnásobném poloměru.*

Prof. *M. Haas.*

10.

*Po vnitřní ploše rotačního paraboloidu, jehož rotační osa má polohu svislou, vrhneme kuličku tak, aby opisovala kruhovou dráhu. Dokažte, že doba oběhu nezáleží na poloměru kruhové dráhy.*

Prof. *M. Haas.*

## Vypsání cen za řešení úloh.

*Výbor Jednoty českých mathematiků* se usnesl, aby za správná řešení úloh v *„Příloze"* uveřejněných uděleny byly *studujícím středních škol* tyto ceny:

*A. Z mathematiky:*

1. Ceny první.

*Bellavitis-Zahradník*: Methoda ekvipollencí.
*Cremona-Weyr*: Úvod do geometrické theorie křivek rovinných.
*Šafaříková*: Wil. Herschel a jeho sestra Karolina.
*Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky*, roč. XXXIII.

Mimo to obdrží několik řešitelů za nejlepší rozřešení úloh spis:

Dr. *F. J. Studnička*: Úvod do analytické geometrie v rovině. (Sborník J. Č. M. čís. VII.).

2. Ceny druhé:

*Seydler*: Izák Newton a jeho principia.
*Studnička*: O kvaternionech.
*Šolín*: Počátkové arithmografie.
*Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky*, roč. XXXIII.

3. Ceny třetí:

*Čubr*: O měření země.
*Houdek*: Dějepis Jednoty českých mathematiků.
*Studnička*: Základové nauky o číslech.
*Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky*, roč. XXXIII.

*B. Z deskriptivní geometrie*:

Několik nejlepších řešitelů obdrží spis:

*Zahradník*: O plochách druhého stupně.

Mimo to bude udělena jako cena:

*Jarolímek*: Deskriptivní geometrie pro vyšší školy reálné. Díl I., II., III.

*C. Z fysiky*:

Za nejlepší řešení všech *úloh fysikálních* bude udělen jako cena spis:

Dr. *V. Strouhal*-Dr. *B. Kučera*: Mechanika. 2. vyd.

Kromě toho připadne nejlepším z řešitelů jako cena spis:

*Strouhal*: Ocel a její vlastnosti galvanické a magnetické.

## Řešení úloh.

Řešení úloh buďtež zaslána do 15. května 1912 na adresu: Dr. *K. Rychlík*, assistent české university, v Praze II., Mikulandská 3.

Pp. řešitelé se žádají, aby zasílali řešení úloh, psaná na čtvrtkách obyčejného formátu, a *každou* čtvrtku, obsahující řešení pouze jediné úlohy, aby opatřili svým podpisem a jménem ústavu, na němž studují.

Mimo to je velice žádoucí, aby pp. řešitelé uvedli *přesnou adresu svou*, aby mohly býti ceny správně rozeslány.