Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

František Josef Studnička
Příspěvek k theorii determinantů

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 2 (1873), No. 5, 282--285

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123830

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1873

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

Plocha $O_{1/m}$ (ve výkresu byla známka její od rytce vynechána, leží u pólu trigonální osy) náleží tupému stejnoklonu; $(O_{1/m}, h) = 143^\circ 54'$, z čehož $(d, t) = 68^\circ 29'$ a dle rovnice

$$\frac{cot\,(r,t)}{cot\,(d,t)} = \frac{m+2}{m-1},$$

$$m = 2, \text{ tudíž } O_{1/m} = O_{1/2} = p.$$

Plocha $O_{1/m'}$ (ve výkresu jest známka její od rytce vynechaná, jest to úzká ploška nad h) má k h úklon $= 165^\circ 51'$, z čehož $(d, t) = 46^\circ 32'$ a pak

$$m' = {}^{11}/_2 \text{ a tudíž } O_{1/m'} = O_{2/11}.$$

Plocha i (ve výkresu jest známka její od rytce vynechána, leží vedle $\overline{O}_{1/m}$) má vodorovné pobočné hrany a náleží proto šestibokému jehlanci; zároveň má rovnoběžné hrany s nakloněnou úhlopříčkou prvotvoru pročež jest známka její $\overline{O}_{1/3} = i$.

Plocha $O_{1/m}$ náleží skalenoedru úhlopříčky; úklon její k h jest $= 163^\circ 42'$, pročež $\frac{1}{2} D = 163^\circ 42' - 90^\circ = 73^\circ 42'$.

Z výkrojku $\frac{1}{2} D$, $\frac{1}{2} H$, T, v němž $(d, t = 32^\circ 23'$, $T = 60^\circ$, vychází

$$cos\,\tfrac{1}{2} H = cos\,(d,t) \,.\, sin\,\tfrac{1}{2} D \,.\, sin\,T - cos\,\tfrac{1}{2} D \,.\, cos\,T,$$

z čehož $\frac{1}{2} H = 55^\circ 51'$, načež dle rovnice

$$\frac{cos\,\frac{1}{2} H}{cos\,\frac{1}{2} D} = \frac{m-1}{2},$$

$m = 5$ a tedy $\overline{O}_{1/m} = \overline{O}_{1/5}$.

Známky celého tvaru jsou

	h	$O_{1/2}$	$O_{2/11}$	$\overline{O}_{1/5}$	$\overline{O}_{1/3}$.
dle Millera:	100	211	1121	$15\overline{1}$	$12\overline{1}$.
dle Naumanna:	R	$\frac{1}{3}R$.	$\frac{3}{5}R$.	$\frac{2}{5}R3'$.	$\frac{4}{3}P2$.

Příspěvek k theorii determinantů.

(Podává Dr. *F. J. Studnička.*)

Jak známo, jsou všechny případy velmi důležité, v nichž determinant stává se identicky nullou; pročež jest i neméně důležito všechny tyto případy znáti.

K těm, které se výslovně ve spisech, jednajících o determinantech, uvádějí, přidružiti sluší i následující dosud nikde zvláště nevytknuté.

1. *Hodnota determinantu rovná se* 0, *jest li poměr differencí neb rozdílů soulehlých prvků dvojích řad rovnoběžných stálým.*

2. *Hodnota determinantu rovná se* 0, *jestli poměr l-té difference* ($l+1$)*ní řady k m-té differenci* ($m+1$)*ní řady stálým*, při čemž difference tyto tvoří se v jednotlivých řadách tak, jakoby prvky jejich představovaly arithmetické řady.

Jak patrno, obsažena první poučka v druhé, jelikož z ní pro

$$l = m = 1$$

bezprostředně plyne. Za tou příčinou možná tedy obmeziti se na důkaz této poučky všeobecnější.

Jak známo,*) možná determinant

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

převésti beze změny hodnoty buď na tvar

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & \delta a_{11} & \dots & \delta^{n-1} a_{11} \\ a_{21} & \delta a_{21} & \dots & \delta^{n-1} a_{21} \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ a_{n1} & \delta a_{n1} & \dots & \delta^{n-1} a_{n1} \end{vmatrix}, \qquad (1)$$

zavedeme-li všeobecné označení

$$\delta^{k+1} a_{pq} = \delta^k a_{p,q+1} - \delta^k a_{p,q},$$

aneb na podobný tvar

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ da_{11} & da_{12} & \dots & da_{1n} \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ d^{n-1} a_{11} & d^{n-1} a_{12} & \dots & d^{n-1} a_{1n} \end{vmatrix}, \qquad (2)$$

*) Viz *Studnička* „Nové poučky o determinanteh“. Časop. pro pěstov. math. a fys. Roč. I. pag. 204.

zavedeme-li příslušné označení obdobné

$$d^{k+1} a_{pq} = d^k a_{p+1,q} - d^k a_{p,q}$$

Z prvního i druhého vzorce jde patrné na jevo, že musí hodnota determinantu rovnati se 0, jakmile pro $k = 1, 2 \dots n$

$$\frac{\delta^l a_{k1}}{\delta^m a_{k1}} = p \text{ neb } \frac{d^l a_{1k}}{d^m a_{1k}} = p;$$

neb toť známá vlastnost determinantu, že hodnota jeho rovná se 0, jak mile poměr soulehlých prvků dvou rovnoběžných řad jest stálým.

Co platí o l-tých a m-tých rozdílech, platí i o rozdílu prvním, čímž i poučka 1. jest odůvodněna.

Ostatně možná tuto jednodušší poučku i neodvisle od převodních vzorců (1) neb (2) dokázati.

Platí-li totiž o determinantu Δ podmínka v poučce (1) obsažená, že pro $k = 1, 2, 3, \dots n$

$$\frac{a_{bk} - a_{dk}}{a_{pk} - a_{qk}} = p, \tag{3}$$

rozveďme tuto podmínku na dvě a sice pro libovolné d

$$a_{bk} = a_{dk} + p d_k. \tag{4}$$

$$a_{pk} = a_{qk} + d_k, \tag{5}$$

dosaďme pak za a_{bk} a a_{pk} hodnoty příslušná do determinantu Δ a odečtěme od prvků b-tého sloupce soulehlé prvky sloupce d-tého a podobně od prvků p-tého sloupce soulehlé prvky sloupce q-tého, načež vyloučením společného činitele p, který se v b-tém sloupci vyskytne, povstane nový determinant, v něž jest b-tý a p-tý sloupec totožný, za kteroužto příčinou hodnota determinantu rovná se 0.

Tento důkaz, zakládající se na poučce, že:

1. hodnota determinantu se nemění, připojíme-li k prvkům nějaké řady multipla soulehlých prvků řady rovnoběžné, a že
2. hodnota determinantu rovná se 0, jsou-li dvě řady jeho totožné, a že
3. společný faktor všech prvků nějaké řady jest společným faktorem celého determinantu,

tento důkaz možná nahraditi jiným, dosadí-li se do determinantu Δ za a_{bk} a a_{pk} hodnoty podmínkami (4) a (5) určené a rozloží-li se takto obdržený determinant podlé známého vzorce rozkladního; budeť tu

$$\Delta = \overset{a_b = a_d \ | \ a_p = a_q}{/ \qquad\quad /} \Delta + \overset{a_b = pd}{/} \Delta + \overset{a_p = d}{/} \Delta + \overset{a_p = d \ | \ a_b = pd}{/ \qquad\quad /} \Delta$$

kdež bude pro podmínku (4) a (5)

$$\overset{a_b = a_d \ | \ a_p = a_q}{/ \qquad\quad /} \Delta = 0,$$

podobně pro podmínku (4)

$$\overset{a_b = pd}{/} \Delta = 0,$$

pro podmínku (5) taktéž i

$$\overset{a_p = d}{/} \Delta = 0$$

a konečně i pro poučku (2) a (3).

$$\overset{a_p = d \ | \ a_b = pd}{/ \qquad\quad /} \Delta = p \overset{a_p = d \ | \ a_b = d}{/ \qquad\quad /} \Delta = 0,$$

z čehož jde na jevo, že v tomto případě tedy i součet všech členů rovná se 0 a tudíž

$$\Delta = 0,$$

jakž bylo dříve již dokázáno.

Jak patrno, možná první s počátku uvedenou poučku trojím spůsobem odůvodniti; který spůsob se má voliti, jedná-li se o soustavu nauky o determinantech, o tom rozhodne místo, na které se chce tato poučka do soustavy vložiti.