Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Jan Krejčí

Začátky mathematické krystallografie. [III.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 3 (1874), No. 3, 138--141

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/123752`

oskulační jednotlivých bodů, čímž dosahujeme onoho účelu měrou ještě plnější. Známoť zajisté, že polárná normála spirály exponenciálné jest spolu jejím poloměrem křivosti; normála tato pak nejpříhodněji se stanoví polárnou subnormálou, kteráž dána výrazem

$$u\,l\lambda\,.$$

Potřebí tedy násobiti poloměr u poměrem

$$l\lambda = \frac{l\,m - l\,n}{\alpha}\,,$$

kterýž k tomu konci vypočísti se musí. Vyjádříme-li jej dvěma délkami m', n' a opíšeme-li jimi okolo středu o kružnice M', N', můžeme ku každému bodu u spirály stanoviti snadně střed křivosti. Seče-li kružnice N' poloměr ou v bodu n', kružnice M' pak kolmý k němu poloměr v bodu m', veďme $uc \parallel n'm'$; bod c jest pak žádaným středem křivosti.

Stanovíme-li takto ku každému sestrojenému bodu spirály příslušný střed křivosti, můžeme rejsovati křivku tuto velmi přesně co obalovou čáru jejích kružnic oskulačních.

Jak známo, jest evoluta spirály exponencialné také spirálou exponencialnou; lze pak voliti veličinu λ tak, aby jednotlivé středy křivosti obsaženy byly v čáře samé, kteráž jest pak vlastní svou evolutou. Tím stává se strojení křivky snadnějším, pro kterou příčinu ji také Culmann poroučí.

Nám zdá se však křivka taková nepříležitou proto, že nerozvíjí se dosti rychle, pročež také průseky její s kružnicemi středu o nejsou prakticky dosti určité.

(Pokračování.)

Začátky mathematické krystallografie.

(Píše prof. *Jan Krejčí.*)

(Pokračování.)

Tvary dvoustejnoklonné.

63. Mnohé stejnoklonné tvary objevují se v takových poměrech, že se dají odvésti od dvou prvotvarů spolu spojených v postavě úhlopříčné, totiž dle společné hlavní osy o 60°

otočené, tak že se vlastně mohou považovati co srostlice. Tvary takové slovou *dvoustejnoklonné* (dirhomboedrické). Tvary tyto vyznačují se dvojími známkami; plochy v původní poloze mají známky jako jednoduše stejnokloné; plochy v postavě obrácené mají známky v závorkách (h), (o), (d) atd.

Mají-li se známky obou druhů ploch na jeden a tentýž prvotvar uvésti, platí pro ně, tak jako pro srostlice krychlové soustavy vzorce $abc = a'b'c'$, kdežto

$$a' = 2b + 2c - a$$
$$b' = 2c + 2a - b$$
$$c' = 2a + 2b - c.$$

V poloze dvoustejnoklonné mohou se objeviti jak plnoměrné tak i poloměrné a čtvrtiměrné tvary.

I. Plnoměrné.

64. Spojení dvou stejných plnoměrných tvarů stejnoklonných v úhlopříčné postavě dá následující výsledek.

a) Dva stejnoklony promění se v *šestiboký jehlanec*, kterýž slove *prvořadý*. (Viz str. 225. 31.) Jehlanec ten má 6 stejných polárních hran D a 6 stejných pobočných hran S, při čemž $2 \cos \frac{1}{2} D = \sin \frac{1}{2} S$, $(d, t) = 90^0 - \frac{1}{2} S$.

Jako u jednoduchého stejnoklonu jest tudíž

$$\frac{m + 2}{m - 1} = \frac{\cot (r, t)}{\cot (d, t)}$$

při čemž (r, t) úklon prvotvarné plochy k ose t, nebo an $\cot (90^0 - \frac{1}{2} S) = \operatorname{tang} \frac{1}{2} S$, $[\cot 90^0 - (r,t)] = \operatorname{tang} \frac{1}{2} S'$

$$\frac{m + 2}{m - 1} = \frac{\operatorname{tang} \frac{1}{2} S'}{\operatorname{tang} \frac{1}{2} S}.$$

b) Dva skalenoedry promění se ve *dvanáctiboký jehlanec* s 12 polárními hranami a sice se 6 hranami ostřejšími D a 6 tupějšími H, z nichž D souhlasí se stejnojmennými hranami skalenoedru, kdežto 12 pobočných hran S leží v jedné rovině rovnoběžně s plochou o.

Z hrany D a H lze vypočísti úklon (d, t) skalenoedrovy plochy k ose t a tudíž i druhou hranu H' jednoduchého skalenoedru, načež se ustanoví známky jako u jednoduchych skalenoedrů.

Osy vedlejší ve vodorovné rovině pobočných hran, které se končí v hranách D poznamenají se písmenem r, a meziosy které se končí v hranách H, písmenem p.

65. Kdyby byly obě polární hrany stejné, bylo by také $r' = p$ a $(p, s) = (r' s) = 75^0$.

Odtíná-li plocha dvanáctibokého jehlance jednu vedlejší osu ve vzdálenosti r', odtíná druhou vedlejší osu o 60^0 odchýlenou ve vzdálenosti r'', z čehož dle vzorce (str. 228) kladouce $r' = 1$,

$$tang\,(r', s) = \frac{r'' \sqrt{3}}{2 - r''}$$

nebo an

$$tang\,75^0 = 2 + \sqrt{3}$$

$$r'' = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}.$$

Jelikož však (viz str. 229)

$$r' = \frac{\mathfrak{b}\,\mathfrak{c}}{\mathfrak{b} - \mathfrak{c}}\, r,$$

$$r'' = \frac{\mathfrak{a}\,\mathfrak{c}}{\mathfrak{a} - \mathfrak{c}}\, r,$$

bylo by pro $r' = 1$, $\mathfrak{a} = {}^1/a$, $\mathfrak{b} = {}^1/b$, $\mathfrak{c} = {}^1/c$

$$\frac{c - b}{c - a} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2},$$

kterážto rovnice žádala by neúměrné (irracionální) úseky, pročež se pravidelný dvanáctiboký jehlanec na vyhraněných hmotách objeviti nemůže.

Onen stejnohranný dvanáctiboký jehlanec, kterýž povstati může spojením prvořadého jehlance s jehlancem druhořadým, má zcela jinou polohu ploch.

Všechny ostatní tvary plnoměrné zůstávají bez proměny, tedy Pinakoidy, druhořadé jehlance, prvo a druhořadé hranoly, jakož i dvanáctiboký hranol.

Dvoujstejnoklonné tvary považovány co tvary jednoduché čtveroosé.

66. **Souměrnost dvoustejnoklonných tvarů ve směru hlavní osy vedla mnohé krystalografy, zvláště německé (Weiss, Nau-**

mann) k tomu, že užily co prvotvaru soustavy stejnoklonné *pravidelného šestibokého jehlance* čili dvoustejnoklonu, odkud tuto soustavu nazývají *sestiúhelnou* (hexagonální).

Jehlanec takový má tři osy r, které se v jedné rovině protínají pod úhlem 60°, kdežto čtvrtá, totiž hlavní osa t stojí na nich kolmo.

Nauman poznamenává ten jehlanec písmenem P a přidává k němu koefficienty odvozené, a sice před P písmeno m, které značí koefficient hlavní osy t; za P klade písmeno n, které značí koefficient vedlejší osy r, kdežto jednu z těch os béře $= 1$. Jelikož hlavní osa růsti může od 0 až do ∞, pročež znamená $o P$ Pinaboid, ∞P prvořadý hranol. Vedlejší osa r růsti může od 1 až do 2, an v případu, je-li $r = 2$, hranol prvořadý změní se v druhořadý.

Pročež značí $\infty P2$ hranol druhořadý, $mP2$ jehlanec druhořadý, kdežto $m\,Pn$ znamená jehlanec dvanáctiboký a $\infty P n$ hranol dvanáctiboký, při čemž vždy $n < 2$.

Naše plnoměrné dvoustejnoklonné tvary jsou tudíž pro Naumanna jednoduše plnoměrnou řadou $m\,Pn$; naše jednoduše stejnoklonné tvary jsou mu rovnoběžné poloměrné $\pm \frac{m\,Pn}{2}$; naše rovnoběžně poloměrné tvary jsou mu rovnoběžně čtvrtiměrné, $\pm \left[\frac{m\,Pn}{4}\right]$; naše pravo-levé poloměrné jsou mu pravo-levé čtvrtiměrné, $p,\ d\ \frac{m\,Pn}{4}$.

Naše klonoplošně poloměrné tvary (turmalinové tvary) co samostatnou řadu neuvádí, a našich čtvrtiměrných tvarů, které by mu musily býti osmerkami plnoměrných, ani nezná. Viděti z toho že čtveroosá čili šesterečná soustava do řad druhých soustav ani se nehodí, an by se pak měly plnoměrné tvary až na osmerky děliti, což patrně je zbytečné, a v jiných soustavách žádné obdoby nemá.

(Pokračování.)