Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

František Josef Studnička

Příspěvek k arithmetice národo-hospodářské

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 3 (1874), No. 3, 97--107

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123749

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1874

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

Příspěvek k arithmetice národo-hospodářské.

(Podává Dr. *F. J. Studnička.*)

1. Nežli přejdeme k výkladům, jež tuto jsme chtěli položiti, budiž objasněn význam slova ponejprv zde užívaného „arithmetika národo-hospodářská“.

Všecky úkoly početní, jež plynou přímo neb nepřímo z poměrů státních a společenských, řešeny bývaly dříve v tak zvané *arithmetice juridicko-politické*, o níž přednášeno zejmena juristům až do nedávna skoro na všech universitách. Úkoly tyto jsou druhu rozličného a tím rozmanitější, čím mnohotvárnější jest život veřejný.

S počátku jednalo se jen o úrokování kapitálů a o zvláštních případech při tom se vyskytujících; k tomu připojilo se záhy vypočítávání premií při pojišťování živelním a životním; později teprv vyvinula se nauka o amortisaci jak kapitálu tak akcií, kteráž v naší době nanejvýš důležitou hraje úlohu při státních půjčkách a při akciových podnicích, jimiž jsme takřka zaplaveni. A co budoucnost do tohoto odboru přinese, nelze napřed ani ustanoviti.*)

Všecky výpočty, které dosud v tomto rámci byly prováděny a které budoucně do něho připadnou, dají se rozděliti na dva druhy hlavní a sice podlé toho, vyskytuje-li se mezi danými podmínkami též *náhoda* čili nic; tyto jsou absolutně, ony pak jen relativně správné. Všecky pak úmysly a zřízení, jimž tyto výpočty slouží, mají za účel dobře hospodařiti s jměním vůbec a s penězi zvlášť, aby se nikde nic neztratilo a co možná nej-

*) Podivná věc jest při tom, že právníci nyní tím méně pozornosti věnují této vědě, čím jest pro ně důležitější, zejmena pro ty, kteří co zeměpanští komisaři mají dohlídku na podniky národo-hospodářské.

více vytěžilo; a za tou příčinou nabízí se jako samovolně pro tyto druhy výpočtů název „arithmetika národo-hospodářská“, jehož jsme tu užili, a to tím přirozeněji, jelikož se tu řeší otázky národo-hospodářské, nikoli však politické neb juridické.

2. Základní úloha pro všecky případy, jež sem náleží, jest vypočítati, co se má z kapitálu po jistý čas užívaného tomu platiti, kdo jej svěřil užívajícímu, aneb všeobecně *ustanoviti, jakou funkcí času jest hodnota kapitálu.*

V nejstarších dobách nežádalo se zajisté žádného poplatku za to, že druh druhu půjčil na nějakou dobu peníze; a mezi zvláštními přáteli děje se tak i podnes. Avšak záhy již vyskytly se podmínky půjček zakládající se na úvaze zcela správné, že věřiteli přísluší nějaký užitek z peněz, jimiž dlužník může hospodařiti a vydělávati; i stala se tedy úmluva podobného smyslu a ustanoveno, mnoho-li poplatku má dlužník platiti z peněz vypůjčených.

Tento poplatek vyměřován pak určitě podle velikosti kapitálu a podle času, na nějž půjčka uzavřena, při čemž vešly v obyčej dvě jednotky, *sto* pro kapitál a 1 *rok* pro čas; co se platí *ze sta za rok*, nazváno *procenty*, celý poplatek pak z kapitálu vůbec bez ohledu na čas *úroky*, celý způsob počítání konečně *úročením jednoduchým.*

Při tom se nutně vyskytly během času dvě otázky a sice, jak se má ceniti kapitál, který jest splatný teprv po delší době, a zač se má považovati úrok nezaplacený, zdali za dluh nesúročitelný aneb za súročitelný čili za nový kapitál. A tu se přišlo k *úrokování složitému.*

Prvním předmětem arithmetiky národo-hospodářské byly výpočty, úročení se týkající a počátkové této větve mathematické sáhají do XVII. století, když se *přesně* a *všeobecně* počalo jednati o úrocích jednoduchých a složitých (usurae simplices et compositae), zejmena při sporu, jak se má vypočítávati tak zvané *interusurium*, kterýž pro svou zajímavost zasluhuje, abychom se ho několika slovy dotkli.

3. První tabulky pro vypočítávání úroků složitých neb tak zvaných úroků z úroků pocházejí od *Šimona Stevina*, jehož spisy sebrané vydal r. 1634 v Leydě *Albert Girard*, z čehož však nelze dovozovati, jako by před ním nikdo byl neznal tohoto

druhu úročení; i podobá se pravdě, že již Stevin byl pro to, aby se interusurium složitým úrokováním řídilo.

Že tak se má interusurium vypočítávati, hájil však zřejmě teprv *Leibnic* a sice v pojednání uveřejněném v Acta Eruditorum r. 1683. pag. 425 „Meditatio juridico-mathematica de interusurio simplice", kdež přichází k vzorci známému

$$R = \frac{K\,100^n}{(100+p)^n}\,.\text{*)}$$

Proti zásadám v pojednání tomto zastávaným vystoupil však *Hoffman* ve spisu „Prudentia oeconomica in formam artis redacta" 1731 a zastával se jednoduchého úročení spůsobem, z něhož bylo patrno, že neporozuměl dobře Leibnicovi; a tím započal dlouholetý boj, který teprv nedávno byl dobojován.

Polack zastával ve spisu „Mathesis forensis" 1734 náhledy Hoffmanovy, *Bilfinger* pak Leibnicovy, načež Polack v třetím vydání svého spisu (1756) v theorii sice dal za pravdu Leibnicovi, v praxi však zastával Hoffmana, jelikož prý zákony zapovídají bráti úroky z úroků (anatocismus).

Velmi rozšafně počínal si u věci této *Clausberg*, který v druhém vydání spisu svého „Demonstrative Rechenkunst" 1748 oba spůsoby úročení vyložil a pak se vyjádřil, že ***právníkům*** jest rozhodnouti, kterého se má kde užívati, nikoli ***mathematikům***; pro svou osobu zastával se pak Leibnice, čímž se srazil s Hoffmanem dosud urputně na svém stojícím.

Vedle toho vystoupil pro Leibnicovo učení *Kaestner* zvláštním pojednáním „Pro justitia calculi interusurii Leibnitziani" 1739; později uznali je za pravé *Chassot de Florencourt* 1781, *Deparcieux* 1781, *Karsten* 1784, *Tetens* 1785, *Gremilliet* 1825, *Mayer* 1841 a m. j.

Proti úrokování složitému a na stranu Hoffmanovu postavil se pak především *Unger* ve spisu „Beiträge zur *Mathesis forensis*" 1746. *Michelsen* však učinil ve spisu „Anleitung zur juristischen, politischen und ökonomischen Rechenkunst" 1772

*) Pojednání své počíná výměrem „Interusirum sive resegmentum anticipationis, vulgo *Rabat*, est differentia inter pecuniam in diem certum debitam et praesentem ejus valorem, seu quanto plus petat, qui plus temporis petit, vel quanto minus solvere aequum sit qui post aliquot annos demum debiturus, nunc solvit."

sprostředkovací návrh dosti nešťastný, aby se totiž brala polovička rozdílu, povstane-li jaký počítáním podle jednoduchých a složitých úroků. *Koch* ve spisu „Gemeinverständliche Anleitung zur Anwendung der Logarithmen-Rechnung" 1809 a *Schweins* ve spisu „Zinszins-Rechnung für Geschäftsmänner" 1812 zastávají se sice počítání úroky složitými, ale jen v jistých případech, kdežto *Brune* podobně jako Clausberg si počínaje zákonu přenechává právo rozhodnouti.

Jak z několika příkladů těchto patrno, byl boj o tuto velmi jednoduchou otázku veden hlavně mezi mathematiky a juristy; tito byli pro Hoffmana, onino pro Leibnice. *) Obě strany uváděly pádné důvody a obě strany měly ve svém smyslu pravdu, neb rozdíl byl ve sporné věci samé; a když ta odstraněna, ukončen i boj, což se stalo hlavně výroky dvou slavných juristů *Arndtse* a *Vangerova* ve prospěch Leibnice.

4. V našich dobách arci nenapadne tak snadno někomu, aby chtěl jinak počítati nežli po spůsobu Leibnice, ba pro nás jest lhůta jednoho roku, po níž se úroky přirážejí ku kapitálu, příliš dlouhá, pročež béřeme obyčejně $^1/_2$ roku, což zejmena platí o všech spořitelnách a záložnách, $^1/_4$ roku jako na př. při půjčkách na cenné papíry, ba jen $^1/_{12}$ roku neb měsíc, jak sem tam, zvláště mezi kupci se děje. Nejpřirozenější by arci bylo úrokovati *nepřetržitě*, poněvadž dlužník kapitálu též nepřetržitě užívá; ale tento spůsob na ten čas nikde nezaveden, ač jest velmi pohodlný,**) nýbrž užívá se jen úrokování přetržitého, pro něž platí, jak známo, vzorec

$$K_n = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n = K_0\, q^n, \qquad (1)$$

kdež značí K_n hodnotu kapitálu K_0 po n letech při celoročním úrokování na p ze sta; ze vzorce tohoto možná pak vyvésti všechny ostatní pro lhůty, jichž připadá α na rok, nahradíme-li p podílem $\frac{p}{\alpha}$ a n součinem αn. Pro pohodlnější počítání sestaveny jsou tabulky pro q^n, postupující podlé dvou argumentů

*) Počítání podle Hoffmana jest velmi jednoduché, podlé Leibnice vyžaduje však znalost logarithmů; snad ty byly juristům tak odporné?!

**) Viz *Studnička* „O nepřetržitém úrokování", Časop. pro pěst. math. a fys. R. II. pag. 85.

a sice n a p na základě celoročního úrokování, jichž však možná použiti i při úrokování jiném, zachová-li se počtář tak, jak bylo právě řečeno; uložen-li na př. kapitál na 6% a úrokuje-li se čtvrtletně, nutno hledati, co obdržíme za 12 let, v tabulce platící pro $p = 1\frac{1}{2}$ a $n = 48$.

5. Znajíce vzorec tento jakož i jeho užívání, můžeme snadno přikročiti k řešení úlohy všeobecnější, o níž tuto obšírněji, nežli se dosud v spisech příslušných dálo, chceme pojednati a zároveň přímo z ní vyvésti řešení úlohy opačné, pro praxi ještě důležitější.

Úlohou touto ukládá se vypočítati, mnoho-li kapitálu se nastřádá během n let, uloží-li se každým rokem na p procent kapitál K_o.

Znajíce vzorec (1) ustanovíme tu velmi snadno

$$\sum_{i=1}^{n} K_i = K_o \sum_{i=1}^{n} q^i = K_o \frac{q^{n+1} - q}{q - 1} = K_o Q_n \qquad (2)$$

podle čehož možná vypočítati ΣK čili kapitál v n letech nastřádaný způsobem prvé vyloženým; počítání toto jest velmi pohodlné, máme-li tabulky pro Q_n podlé argumentu n a p napřed již vypočítané.

Ze vzorce (2) jde naopak

$$K_o = \frac{q - 1}{q^{n+1} - q} \Sigma K_i, \qquad (3)$$

z něhož poznáváme, mnoho-li nutno každoročně po n let ukládati, aby se nastřádal kapitál ΣK_i.

Řešíme-li rovnici tuto neb předešlou podle n, obdržíme, kladouce

$$\frac{\Sigma K_i}{K_o} = a, \qquad (4)$$

pomocí logaritmů

$$n = \frac{\log [q(1+a) - a]}{\log q} - 1, \qquad (5)$$

pomocí kteréhož vzorce se vypočte, kolik let po sobě nutno ukládati každoročně kapitál K_o na p procent, aby se nastřádal kapital ΣK_i.

A řešíme-li konečně tentýž vzorec podle q, zjednáme si rovnici n tého stupně

$$q^{n+1} - (a+1)q + a = 0, \qquad (6)$$

z níž možná vypočítati q, načež se podle významu tohoto písmene obdrží hodnota p ze vzorce

$$p = 100\,(q - 1)\,; \qquad (7)$$

rovnici (6) nutno tedy řešiti, má-li se ustanoviti, na kolik procent ukládal se každoročně kapitál K_o, když se za n let nastřádalo ΣK_n.

Podle toho, je-li n sudé neb liché, jest rovnice tato stupně buď lichého neb sudého a podle toho řídí se i kořeny její, jichž arci na počet musí býti $n + 1$.

Jeden kořen jest tu 1, jak na první pohled poznáváme; kořen tento však, ač vyhovuje rovnici (6), neřeší přec úlohu naši, poněvadž se pak obdrží

$$p = 0,$$

což se patrně nesrovnává s duchem a podstatou podmínek úloze podložených,*) neb ty vyžadují

$$p > 0, \text{ tedy } q > 1$$

Je-li rovnice stupně sudého, má ještě jeden kořen reálný a větší nežli 1 a ten obsahuje řešení úlohy této; je-li pak rovnice stupně lichého, má mimo 1 ještě dva kořeny reálné, z nichž ale menší co negativní opětně se nesrovnává s duchem a podstatou podmínek úlohy, takže jen třetí zbývá, v němž řešení úlohy obsaženo. Ostatní kořeny jsou pak vesměs tvaru soujemného a nemají tudíž dalšího významu pro řešení úkolu tohoto.

Hodnotu kořenu $q > 1$, již znáti musíme, abychom vypočítali p, možná ustanoviti toliko spůsobem přibližným, arci tak určitě, jak kdo chce, při čemž však není třeba obyčejně přes čtvrté místo desetinné jíti, poněvadž podle podstaty věci procenta na stotiny určitě se neudávají a tu platí

$$q = 1{\cdot}0\,p.$$

Chceme-li beze všeho pokusu určiti meze, do nichž připadá hledaná hodnota q, představme si, že

$$y = q^{n+1} - (a + 1)\,q + a$$

značí parabolu $(n + 1)$ ho stupně; a tu poznáme, že

1. pro *liché* n jdouc z $+ \infty$ do $+ \infty$ protíná jen dvakrát osu úseček q, jednou v bodě $q = 1$, podruhé v bodě, jehož úsečku $q > 1$ hledáme;

*) Srovnej *Studnička* „O duchu mathematickém vůbec a některých jeho zjevech zvlášť.“ Časop. pro pěst. math. a fys. R. II. pag. 59.

2. pro *sudé* n jdouc z $-\infty$ do $+\infty$ třikrát protíná osu úseček a to jednou v bodě, jehož $q < 0$, pak v bodě, jehož $q = 1$ a konečně v bodě, jehož úsečku $q > 1$ hledáme.

Ustanovíme-li tedy q_m, k němuž patří nejmenší y, obdržíme podle známých pravidel podmínku

$$y' = (n+1)\,q^n - (a+1) = 0,$$

z níž jde řešením

$$q_m = \sqrt[n]{\frac{a+1}{n+1}} < q;$$

jdeme-li pak na ose úseček dále k bodu, který jest od q_m tak daleko vzdálen, jako q_m od 1, zjednáme si

$$q_n = 2\sqrt[n]{\frac{a+1}{n+1}} - 1 > q;$$

v těchto mezích zajisté jest hodnota q uzavřena a blíží se arithmetickému průměru

$$\frac{q_m + q_n}{2} = q_p = \frac{3}{2}\sqrt[n]{\frac{a+1}{n+1}} - \frac{1}{2}.$$

A poněvadž křivka naše protíná osu úseček v bodu ležícím mezi q_n a q_p, můžeme tedy za první přibližnou hodnotu voliti arithmetický průměr obou čili

$$q_1 = \frac{7}{4}\sqrt[n]{\frac{a+1}{n+1}} - \frac{3}{4} < q, \tag{8}$$

načež rozmanitými spůsoby snadno se ustanoví q tak určitě, jak se toho právě vyžaduje; velmi rychle tu vede k cíli tak zvaná *regula falsi.*

Úloha, o níž jsme právě jednali, vyskytuje se v praxi na př. u tak zvaných dědičných společností neb tontin, kde jednotlivci uvolují se po n let každoročně K_0 zlatých složiti a pojišťovna jim pak slibuje po n letech vyplatiti kapitál ΣK_i; tu nastává totiž otázka, zdali jest prospěšno k takové společnosti přistoupiti neb zdali platí více nežli spořitelna neb záložna.

Pojišťovna „Praha" slibuje na př. ukládajícímu po 19 let každoročně 10 zl. vyplatiti pak najednou nejméně 480 zl; jak súrokuje se tu kapitál?

Tu jest $a = 48$, $n = 19$ a tudíž rovnice (6) zní

$$q^{20} - 49\,q + 48 = 0;$$

podle vzorce (8) bude tedy první přibližná hodnota

$$q_1 = \frac{7}{4}\sqrt[19]{\frac{49}{20}} - \frac{3}{4} = 1{\cdot}0845,$$

z čehož již poznáváme, že $p > 8^1/_2$, že tedy peníze se tu více jak $^1/_2$ 9 procenty súročují.

Položíme-li pro bližší určení této hodnoty za druhou přibližnou hodnotu

$$q_2 = 1.085,$$

obdržíme pomocí logarithmů počítajíce

$$q_2{}^{20} - 49\,q_2 + 48 = -0{\cdot}05304 = \delta_2;$$

z čehož patrno, že zvolené q_2 jest menší nežli hledaný kořen q; položíme-li tedy co třetí hodnotu přibližnou

$$q_3 = 1{\cdot}087,$$

zjednáme si podobným spůsobem

$$q_3{}^{20} - 49\,q_3 + 48 = 0.04083 = \delta_3,$$

z čehož opět jde na jevo, že $q_3 > q$; podle známého vzorce

$$q = q_2 - \delta_2\,\frac{q_3 - q_2}{\delta_3 - \delta_2}$$

obdržíme tedy, obmezíme-li se na první místa desetinná,

$$q = 1.085 + 0.053\,\frac{0.002}{0.094} = 1.0861;$$

můžeme tedy říci, že v tomto případě se kapitál skládaný úročí $8{\cdot}6\%$, tedy lépe nežli v které koli spořitelně neb záložně. Zároveň tu patrno, že pro praxi stačí již první přibližná hodnota q_1, jelikož z ní jde $8^1/_2\%$ neb o něco více co odpověď na otázku naši.

Kdybychom vzali poloroční úročení za základ, vyšlo by arci o něco méně, jakž snadným výpočtem se ihned pozná.

6. Zavedeme-li do předcházejících vzorců $\frac{1}{q}$ místo q, obdržíme vzorce nové, jimiž se řeší úlohy na opačných podmínkách co do času založené; povstaneť tu ze základního vzorce (1)

$$K_n = K_0\,q^{-n}, \qquad (9)$$

podle něhož se vypočítává nynější hodnota kapitálu po n letech splatného, což též usnadňují tabulky pro q^{-n} sestavené podle argumentu n a p.

Ze vzorce (2) povstane pak

$$\sum_{i=1}^{n} K_i = K_0 \frac{q^{-n-1} - q^{-1}}{q^{-1} - 1} = K_0 \frac{q^n - 1}{q^{n+1} - q^n} = K_0 R_n, \quad (10)$$

podle kteréhož vzorce se vypočítává kapitál ΣK_i, kterýž nutno složiti, aby se n po sobě jdoucích let vyplácelo každoročně K_0 zlatých; pro usnadnění počtu sestaveny tabulky pro R_n jdoucí podle n a p.

Případ vzorcem (10) řešený vyskytuje se nejhojněji ve dvou tvarech a sice

a) chce-li někdo uložiti si takový kapitál ΣK_i, aby ročně dostával po n let K_0 co *důchod* neb *rentu*, má-li se tedy kapitál ΣK_i nyní na p procent složený vybíráním ročních K_0 zl. za n et zcela *vyčerpati;*

b) chce-li někdo kapitál ΣK_i nyní vypůjčený ročními splátkami po K_0 zl. nejen p procenty súročiti, nýbrž i během n let splatiti, má-li tedy dluh nějaký vedlé úrokování též během n let se *umořiti* neb *amortisovati*, v kterémžto případě pak sluje K_0 *annuitou.*

Renta v prvním, annuita v druhém případě určuje se pak vzorcem

$$K_0 = \Sigma K_i \frac{q^{n+1} - q^n}{q^n - 1}, \quad (11)$$

kterýž souvisí se vzorcem (3) spůsobem dříve již vytknutým.

Podobně obdržíme pro tuto úlohu ze vzorce (5)

$$n = \frac{\log(1 + a - aq)}{-\log q},$$

aneb zavedeme-li tu označení

$$a = \frac{1}{b} = \frac{K_0}{\Sigma K_i}, \quad (12)$$

$$n = \frac{\log b - \log(1 + b - q)}{\log q}; \quad (13)$$

známe-li tedy rentu neb annuitu K_0 a napřed složený kapitál neb dluh ΣK_i a procenta p, můžeme podle tohoto vzorce určiti, kolik let se renta neb annuita umluvená má platiti, aby se celý kapitál vyčerpal neb dluh umořil.

Ze vzorce (6) obdržíme konečně, použijeme-li podmínky (12),

$$q^{n+1} - (b + 1)\, q^n + b = 0, \quad (14)$$

tedy opět rovnici stupně $(n+1)$ho, z níž se vypočte hodnota q a tudíž i p; řešením této rovnice poznáme tedy procenta, na něž kapitál v případě tomto jest uložen.*)

Rovnice (14) má podobné vlastnosti co do kořenů jako (6). Abychom tedy určili nějakou hodnotu přibližnou pro q, zjednejme si derivováním

$$(n+1)\,q^n - n\,(b+1)\,q^{n-1} = 0,$$

načež obdržíme, podobně jako prvé,

$$q_m = n\,\frac{b+1}{n+1} < q,$$

$$q_n = 2n\,\frac{b+1}{n+1} - 1 = \frac{n\,(2b+1)-1}{n+1} > q,$$

takže i tu pro q platí

$$q_m < q < q_n;$$

znajíce tyto meze, do nichž připadá hodnota q, můžeme pro ni voliti arithmetický průměr

$$q_p = \frac{q_m+q_n}{2} = \frac{n\,(3b+2)-1}{2\,(n+1)} < q$$

a co první přibližnou hodnotu pro další řešení ustanoviti opět arithmetický průměr obou posledních hodnot neb

$$q_1 = \frac{q_n+q_p}{2} = \frac{n\,(7b+4)-3}{4\,(n+1)} < q, \qquad (15)$$

načež regula falsi vede jednoduchým spůsobem k hodnotě q tak určité, jak se toho právě vyžaduje.

Chceme-li na př. ustanoviti, jakými procenty úročil dluh, kdo 19 ročními splátkami 10 percentními zároveň umořil kapitál, položme

$$b = \frac{10}{100} = 0{\cdot}1,\ n = 19,$$

načež bude podle vzorce (14)

$$q^{20} - 1{\cdot}1\,q^{19} + 0{\cdot}1 = 0$$

a tudíž první přibližnou hodnotou podle vzorce (15)

$$q_1 = \frac{19\,.\,4{\cdot}7 - 3}{80} = 1{\cdot}07875 > q;$$

kapitál úrokuje se tu tedy asi $7^1/_2\,\%$.

---

*) Sem patří úloha 39 v II. roč. tohoto časopisu pag. 199. položená.

Chceme-li určitě vypočítati i desetiny procent, zvolme za druhou přibližnou hodnotu

$$q_2 = 1{\cdot}075,$$

načež obdržíme

$$q_2^{20} - 1{\cdot}1\, q_2^{19} + 0{\cdot}1 = 0{\cdot}001115 = \delta_2,$$

z čehož patrno, že zvolené q_2 jest větší nežli kořen této rovnice q.

Zvolíme-li tedy za třetí hodnotu přibližnou

$$q_3 = 1{\cdot}074,$$

obdržíme podobným počítáním

$$q_3^{20} - 1{\cdot}1\, q_3^{19} + 0{\cdot}1 = -\, 0{\cdot}000933 = \delta_3,$$

z čehož jde na jevo, že zvolené q_3 jest menší nežli q.

Nechceme-li tímto spůsobem meze súžovati, můžeme podle vzorce známého z těchto dvou hodnot určiti q ještě přesněji; obdržíme tu

$$q = 1{\cdot}074 + 0{\cdot}0009\, \frac{0{\cdot}001}{0{\cdot}002} = 1{\cdot}07445,$$

což jest již hodnota určitější nežli se obyčejně udává, takže by tu krátká odpověď byla, že kapitál v udaném případě úročí se $7^1/_2\%$, což jsme hned z první přibližné hodnoty beze všeho řešení poznali.

Poznámka. Někdy se stává, že si věřitel aneb sprostředkovatel půjčky hned při vyplacení půjčených peněz strhne určitou sumu, obyčejně 5—10% celého kapitálu; v tomto případě nesmí se za ΣK_i bráti nominální půjčka, nýbrž ta suma, která byla skutečně vyplacena.*) Totéž platí o těch případech nechvalných, kde se musí dlužník podvoliti úroky napřed platiti; i tu sluší nominální hodnotu kapitálu zmenšiti o úroky napřed zaplacené. Neb vypůjčí-li se kdo 1000 zl. a musí-li zároveň úroků napřed zaplatiti za půl roku 30 zl, vypůjčil se vlastně jen 970 zl.

V obou případech tuto vytknutých, které jsou naskrze irracionální, zvyšuje se skrytým spůsobem p, což neslouží ke cti ústavům, které tento spůsob zavedly.

---

*) Právem stejným, jakým zavedla na př. jedna pražská banka pro úvěr hypoteční srážku 10%, mohla by nějaká alžírská banka srážeti při výplatě 30%, nějaká hypoteční banka tuniská 50%, tripoliská 70%, odkudž není již daleko k nejdokonalejšímu spůsobu