Václav Láska
O odchylce směru tížnice

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 22 (1893), No. 1, 23--27

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/123744`

aneb, jelikož

$$\Phi\,(z, Z) = R_1 - \frac{\partial f}{\partial z},$$

posléze

$$dF(z, C) = \left(-R_1 + \frac{\partial f}{\partial z}\right) dz;$$

máme tedy

$$df = \left(-R_1 + \frac{\partial f}{\partial z}\right) dz,$$

což jest právě rovnice (1a).

O odchylce směru tížnice.

Píše

dr. V. Láska.

O geofysice psáno v naší literatuře poskrovnu, a předce poukazují novější badání zřejměji den ode dne na tuto nejmladší větev věd přírodních. Předsevzali jsme si tedy seznámiti čtenáře s výsledky a methodami této vědy. Pro tentokráte chceme promluviti o *odchylce směru tížnice.* Zjev ten má velikou důležitost jak v geodésii, tak v geologii. Za stručností odvodíme předem potřebné jednoduché mathematické vzorce.

Postačí nám úplně, myslíme-li si, že země jest koulí s poloměrem R a s hutností H. Síla, kterou země na zevnější bod působí, jest identická se silou, kterou by na tento bod působilo těžiště země, kdyby celá hmota v těžišti byla obsažena.

Potencial P vzhledem k bodu, ležícímu ve vzdálenosti D od povrchu země, bude:

$$P = k^2 \frac{M}{R + D}. \tag{1}$$

Od síly odstředivé abstrahujeme.

Předpokládejme, že v zeměkouli nalézá se excentricky položená hmota m. Tuto nazveme $+$ neb $-$, je-li její hutnost $\gtrless$ než hutnost země nebo hutnost okolních hmot. Vzdálenost této hmoty od bodu svrchu uvedeného budiž d. Potencial *stejné* mohutnosti s hořejším dán jest vzorcem:

$$(2) \qquad P = k^2 \left\{ \frac{M}{R + D'} + \frac{m}{d} \right\},$$

při čemž ovšem plocha hladinová odpovídající rovnici $P =$ konstantě přejde ze vzdálenosti D ve vzdálenost D′.

Odečtením obou rovnic (1) a (2) obdržíme:

$$0 = k^2 \frac{M}{R^2} (D' - D) - k^2 \frac{m}{d};$$

místo $R + D$ a $R + D'$ položeno tu R.

Klademe-li

$$h = D' - D,$$

bude

$$(3) \qquad h = \frac{m}{M} \cdot \frac{R^2}{d}.$$

Rovnice ta zobrazuje nám *deformaci* původní plochy hladinové která jest výsledkem existence rušivé hmoty m.

Abychom obdrželi výraz pro změnu směru tížnice $\varDelta$, zaveďme úhel ψ, kterýž uzavírá d s poloměrem R.

Dle známého vzorce pro rozložení sil obdržíme

$$\operatorname{tg} \varDelta = \frac{\frac{m}{d^2} \sin \psi}{\frac{M}{R^2} + \frac{m}{d^2} \cos \psi},$$

nebo vzhledem k tomu, že úhel $\varDelta$ jest nepatrný, a že možno $\frac{m \cos \psi}{d^2}$ oproti M/R^2 vynechati,

$$(4) \qquad \varDelta = \frac{m}{d^2} \frac{R^2}{M} \frac{\sin \psi}{\sin 1''}.$$

Tím obdrželi jsme *základní* rovnice pro svou úlohu. Jak jich lze upotřebiti, ukážou tyto příklady.

Předpokládejme, že existuje *rušivé pohoří* na ploše hladinové ($\psi = 90^0$), jehož těžiště má stejnou zeměpisnou délku s body

A, B, C, D, ...,

v kterých jsme stanovili *astronomicky* zeměpisné šířky

$$\varphi_A, \quad \varphi_B, \quad \varphi_C, \quad \varphi_D, \quad \dots$$

Dále, že jsme pomocí vzdáleností od bodu A

$$b, \quad c, \quad d, \quad \dots$$

vypočítali tytéž veličiny také geodeticky

$$\varphi'_B, \quad \varphi'_C, \quad \varphi'_D, \quad \dots$$

a že jsme obdrželi *odchylky*:

$$\begin{aligned}
\varphi'_B - \varphi_B &= \Delta_B - \Delta_A = \alpha_B \\
\varphi'_C - \varphi_C &= \Delta_C - \Delta_A = \alpha_C \\
\varphi'_D - \varphi_D &= \Delta_D - \Delta_A = \alpha_D \\
&\dots\dots\dots\dots
\end{aligned}$$

pak soudíme, že ve vzdálenostech

$$d_A, \quad d_B, \quad d_C, \quad d_D. \quad \dots$$

od jednotlivých bodů nalézá se střed rušivé hmoty m. Úkolem naším jest vypočítati tyto veličiny neznámé a spolu veličinu m.

Jsou tu patrně tyto rovnice

$$\begin{aligned}
d_A - d_B &= b \\
d_A - d_C &= c \\
d_A - d_D &= d \\
&\dots\dots
\end{aligned}$$

dále

$$\begin{aligned}
\alpha_B &= \frac{R^2}{M \sin 1''}\left\{\frac{m}{d_B^2} - \frac{m}{d_A^2}\right\} \\
\alpha_C &= \frac{R^2}{M \sin 1''}\left\{\frac{m}{d_C^2} - \frac{m}{d_A^2}\right\} \\
\alpha_D &= \frac{R^2}{M \sin 1''}\left\{\frac{m}{d_D^2} - \frac{m}{d_A^2}\right\} \\
&\dots\dots\dots\dots\dots
\end{aligned}$$

Z těchto rovnic vypočítáme snadno pomocí methody nejmenších čtverců pravdě nejpodobnější hodnoty pro m a d_A, d_B, d_C atd.

Odchylky tížnice obdržíme vždy vzhledem k určité základní stanici (zde A), tedy veličiny *relativní,* nikoliv *absolutní.* Praxi to není nikterak na závadu; jestiť vždy možno A tak daleko od hmoty m voliti, že její vliv na tuto stanici jest roven nulle. Redukované zeměpisné šířky budou míti pak tvar

$$\varphi_B + \frac{R^2}{M \sin 1''} \frac{m}{d_B^2}$$

$$\varphi_C + \frac{R^2}{M \sin 1''} \frac{m}{d_C^2}$$

a musí se shodovati se šířkami geodetickými.

Uvedená methoda zkoušena byla prakticky *Sterneckem* (Bestimmung des Einflusses localer Massenattractionen. Vídeň 1888).

Při vypočítávání geodetické zeměpisné šířky není lhostejno, který ellipsoid volíme za základní; tak na př. činil rozdíl mezi Besselovým ellipsoidem a ellipsoidem Clarkeho pro Skagen 2·5″. Dle *Helmerta* náleží Clarkeho ellipsoidu přednost.

Dosud mluvili jsme o zeměpisné šířce; netřeba dokládati, že veškery úvahy platí i pro zeměpisnou délku.

Dejme tomu, že pro zeměpisnou šířku stanovena jest odchylka $\delta\varphi$, pro zeměpisnou délku odchylka $\delta\lambda$, pak jest vlastní odchylka dána vzorcem

$$(5) \qquad \delta\gamma = \sqrt{(\delta\lambda \cos\varphi)^2 + (\delta\varphi)^2},$$

a její azimut

$$(6) \qquad \operatorname{tg} A = \frac{\delta\lambda \cos\varphi}{\delta\varphi}.$$

Mluvíce o odchylkách tížnice, všimněme si především jediného důkladně prozkoumaného kraje moskevského. *Otto von Struve* shledav r. 1848 odchylky mezi astronomickými a geodétickými šířkami, povzbudil geodéta Schweizera k bedlivému studiu těchto rozdílů. Práce ta trvala s přestávkami až do r. 1861. Celkem měřeno bez mála sto bodů v krajině, obsahující půl šesta sta čtverečních mil. Výsledky byly tyto: Asi 10′ jižně od Moskvy lze vésti čáru téměř kolmo k poledníku, která jest prosta odchylek ve směru poledníku. Souběžně ve vzdálenosti as $1^1/_2$ míle činí odchylka 8″, potom jí ponenáhlu ubývá. Dle *Kleina* jest příčinou této anomalie velká elliptická jeskyně podzemní zdélí skorem jedné míle. V době novější zkoumá se dotyčná krajina pomocí kyvadla.

V tomto případě neexistuje na blízku žádné rušivé pohoří; ležíť Moskva v daleké rovině. Nic by nevadilo, abychom podobným způsobem, jak právě vyloženo, počítali rušivou podzemní hmotu, která jest v tomto případě negativní. Avšak počet ten byl by velice složitý a byl by též bezúčelný, ježto pro takovéto případy jest jiná velmi elegantní methoda.

Znamená-li q projekci vzdálenosti d na plochu hladinovou pak bude

$$q = d \cos \psi . \tag{7}$$

Hloubku středu rušivého nazveme c, i bude

$$c = d \sin \psi . \tag{8}$$

Zavedeme-li q do rovnice (4), obdržíme

$$\varDelta = \frac{m\mathrm{R}^2}{q^2 \mathrm{M} \sin 1''} \cos^2 \psi \sin \psi \tag{9}$$

a differencujíce

$$\frac{d\varDelta}{d\psi} = \frac{\mathrm{R}^2 m}{q^2 \mathrm{M} \sin 1''} \cos \psi \, (1 - 3 \sin^2 \psi) .$$

Z této rovnice plyne, že pro maximální hodnotu $\varDelta$ musí býti

$$\sin \psi = \frac{1}{\sqrt{3}} ,$$

tak že dostaneme

$$\varDelta_{max} = \frac{2}{3\sqrt{3}} \frac{m\mathrm{R}^2}{q^2 \mathrm{M} \sin 1''} . \tag{10}$$

Zároveň plyne z rovnic (7) a (8)

$$c = q \sqrt{2} . \tag{11}$$

Je-li známa i poloha místa, kde $\varDelta = 0$, pak jest dána rozdílem poloh $\varDelta_{max}$ a $\varDelta_0$ veličina q. Z rovnic (10) a (11) lze vypočítati neznámé m a c.