Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Karel František Edvard Kořistka

O pracích a vynálezech Gaussových v oboru geodaesie

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 6 (1877), No. 4, 174--183

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/123682`

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1877

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* `http://project.dml.cz`

bylť sám největším a nejhbitějším kalkulatorem, ač tuto stránku nikdy úmyslně nepěstoval.*)

Přehlédneme-li ještě jednou činnost jeho mathematickou v nejrozličnějších oborech, vyznáme zajisté, že žádný mathematik našeho století nemůže se jemu na roveň, tím méně nad něho postaviti. Co *Gauss* napsal, vyniká tak nad obyčejnou míru lidských prací, že nanejvýš se diviti musíme, jak taková mohútnost se v jediné hlavě sestředila.

A práce tyto jsou ceny trvalé, jich podstata nebude výsledky pozdějších badání změněna. Až budou na březích řeky Zambesi mouřenínští chlapci řešiti starobylou úlohu indickou o ptácích pomocí kongruence čísel, budou Gaussovy předpisy tak platny jako dnes; nebo pravda jest věčná, praví naše přísloví. A jako jsou mathematické pravdy Gaussem objevené věčny, tak sláva jeho bude trvati věčně.

IV.

O pracích a vynálezech Gaussových v oboru geodaesie.

Přednášel

professor Dr. **Karel Kořistka.**

Když se mně r. 1853 za příležitostí první mé cesty do ciziny dostalo štěstí, spatřiti velkého onoho mathematika, jehož stoleté narozeniny dnes společně slavíme, a pohovořiti s ním na hvězdárně jeho v Gottinkách, kteráž byla po 50 let dějištěm podivuhodné činnosti jeho: tu pronesl *Gauss* ke mně, zahleděvšímu se zcela v tvář jeho, abych ji navždy v paměti sobě zachoval, na rozloučenou následující slova: „Vy jste praktický

*) Píše o tom Schumachrovi 6. ledna 1842 takto: „Übrigens habe ich niemals Rechnungsfertigkeit absichtlich irgendwie cultivirt, sonst hätte sie sich ohne Zweifel viel weiter treiben lassen; ich lege darauf gar keinen Werth, ausser in so fern sie Mittel, nicht aber Zweck ist.“

geodaet. Geodaesie byla v mladších letech nejmilejším mým zaměstnáním. Tu zbývá mnoho ještě díla". K čemuž já odpověděl: „Vy jste nám jiného díla nezůstavili, leč abychom pilně a svědomitě obraceli v užitek naučení Vaše."

Jakkoli tvrzení toto bylo tehdáž pouhým výrokem okamžitého citu a nápadu, tož zůstane předc v platnosti na drahné časy, ba nepozbude jí nikdy v jistých otázkách, jež vlivem prací Gaussových v geodaesii za úplně rozhodnuté náleží považovati. Ctěný můj přítel a kollega, kterýž řečnil přede mnou, podal Vám obraz života tohoto učence, a zároveň také přehled nálezův jeho na poli čistě mathematickém. Na mne vznesen jest úkol, abych stručně vylíčil, co týž oslavenec dokázal v oboru geodaesie, a jaká zejména určitost měření, jaké nové nástroje měřičské, a jaké nové způsoby výpočtův měření skrze Gausse do geodaesie jsou uvedeny a jak vlivem nových těchto nálezův celá tato věda úplně zreformována byla. Chciť při tom jedině čistě geodaetických otázek se držeti, jelikož o otázkách astronomických, jež zhusta s geodaetickými nalezají se ve spojení, jiný, věcí těchto zkušenější řečník po mně hodlá promluviti.

Jak jste zejména poznali z předchozího vylíčení života Gaussova, zanášel se tento učenec již v mládí svém s pozorovnáními astronomickými, což arci nutilo ho cvičiti se záhy také v užívání nástrojů měřických. Již r. 1802 odebral se k pozvání astronoma *Zacha* na vrch Brocken v německém Harcu, by se súčastnil měření tuto konaných. Vlastní činnost jeho na poli geodaesie počala však teprv rokem 1820, když zejmena od krále Hannoverského došel ho rozkaz, aby provedl triangulaci a měření stupňové od známého astronoma Schumachera v sousedním Dánsku vykonané, také v království Hannoverském v mezích tehdejší državy jeho. Tuto práci podstoupil Gauss s pravou horlivostí, oddávaje se jí téměř výhradně za dobu nejbližších šesti let.

Netřeba tedy se diviti, že genialní duch tohoto neobyčejného muže také ihned poznal slabé stránky a nedostatky tehdejšího způsobu řešení geodaetických problemů. Jsa však dalek toho pomáhati si podle předchůdců svých prostředky palliativními, usiloval o to, jak by slabých těchto partií vyšetřením a nových způsobů pozorování a počítání vynalezením vědu tuto na pevné a zdravé základy postavil. Nedotýkaje se četných, méně vážných otázek geodaetických, s nimiž Gauss za této doby šťastně se zabýval, a vzpomínaje jen té zásluhy, jak tehdáž uvedl do naší vědy zevrubné a vědecké studium chyb rozličných měřických nástrojů, povím jen něco o oněch pracích Gaussových, jež na dobu věkův zjednaly geodaesii docela nového rázu. Jsoutě to zejména vynalezení methody nejmenších čtverců, pak vynalezení heliotropu k účelu dávání znamení do velikých dálek, mimo to způsob vyrovnání sítě trojúhelníků a konečně theorii podobného vyobrazení.

Methodu nejmenších čtvercův vynalezl *Gauss*, jak sám toho vzpomíná, v r. 1795, když co mladík osmnáctiletý a co student filosofie meškal na universitě v Gottinkách. Té doby však nepodal *Gauss* tohoto nálezu svého již do veřejnosti, nýbrž mnohem později (r. 1809) a sice ve své „theoria motus". Poněvadž však mezi tím časem (r. 1806) *Legendre* v díle svém „Nouvelles méthodes pour la determination des orbites célestes" s podobnou methodou byl vystoupil do veřejnosti, jali jsou se Francouzi právo prvního nálezu sobě přivlastňovati. Avšak jisto jest, že *Gauss* netoliko již od r. 1795 methody nejmenších čtverců při výpočtech svých užíval, nýbrž že hned r. 1796 o tomto vynálezu svém přítele *Bolyaje* písemně zpravil a r. 1801 astronomu *Olbersovi* v známost ji uvedl, odkudž nebude ovšem lze Legendrovi popírati sice zásluhy druhého vynalezení této methody, ano prvenství jeho zůstane beze všeho odporu Gaussovi. Na tomto vynálezu znamenati základní povahu, kterouž všecky pozdější práce a výskumy Gaussovy vynikají t. j. svrchovanou všeobecnost v theorii, a dokonalou způsobilost užiti jich ve všeliké praksi.

Z těch dob, co za příkladem zvláště Francouzův, kteříž ku konci minulého století známá měření stupňů země byli vykonali, vešly jsou v užívání nástroje k měření úhlův a délek s neobvyklou před tím zevrubností a jemností v dělení kruhů, a co potřeba se ukázala opakovati vícekráte přímá měření všelikých veličin: z těch časů přesvědčovali se geometrové čím dál, tím více, že kromě jistých stálých chyb, jež záležely v konstrukci nebo v rektifikaci strojů, a které tudíž bylo také lze poznati a odkliditi neb aspoň v počet vzíti — vždy ještě k platnosti přiváděly se jisté malé odchylky a chyby, jimž nebylo možná vyhnouti se i při největší bedlivosti měření samého, a to zejména proto, že neměly v sobě nic pravidelného, způsobeny byvše buď povahou vzduchu, buď postavením stroje, ba i osobní disposicí samého pozorovatele.

Aby chyby tohoto druhu přišly k odklizení neb aspoň učiněny byly neškodnými, na to vynakládali nejpověstnější geometři té doby všelikou píli svou. Hledělo se úloze této na ten způsob zadost učiniti, že měřené hodnoty veličin se považovaly toliko za přibližné hodnoty, pomocí jich se sestavily rovnice mezi veličinami pozorovanými a mezi podmínkami, jimž pozorované veličiny vyhověti měly. Jak viděti, postaven byl takto šťastný výsledek hlavně na kombinačním důvtipu toho kterého geometra, a jen takovou cestou bylo tehdáž lze, dojíti možné správnosti měření. Tak vedli sobě Tobiáš Majer a jiní. Methody obecné a podstatně vědecké nebylo té doby.

Teprv Gauss dospěl k ní, skoumaje pečlivě jak povahu těchto chyb nahodilých a nepravidelných, tak i míru podobnosti, do které chyby tyto při dané řadě měření nebo pozorování v jistých mezích napořád se drží. Takovou cestou dodělal se Gauss řešení úlohy, která hodnota veličiny vícekrát měřené jest nejpodobnější t. j. pravdě nejbližší, a jak veliký jest ještě nejpodobnější omyl čili chyba této poslední hodnoty. Veden jsa přirozeným mathematickým pudem svým, uhodil Gauss také hned na pravou v té věci cestu, ale prošelť ještě nějaký čas, než se mu podařilo tnto cestu všeobecně a vědecky odůvodniti. Neboť ve své „Theoria motus“ zakládá se ještě na hypothetické od něho přijaté funkci, jež podobnost chyb naznačiti má. Teprv ve své „Theoria combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae“, jež roku 1821 vyšla na veřejnost, jeví se všeobecná platnost methody nejmenších čtverců s mathematickou určitostí býti dokázána a opodstatněna.

Skrze methodu nejmenších čtverců podává se netoliko možnost, vypočísti z několika měření nebo pozorování jedné nebo více neznámých veličin nejpodobnější t. j. pravdě nejbližší hodnoty jakož i střední či průměrné chyby mezi měřením se přihodivší, nýbrž Gauss ukazuje dále, jakým způsobem lze vypočísti z pozorování také nejpodobnější hodnoty takových veličin, kterýchž nelze přímo měřiti nebo pozorovati, a obsahuje Gaussova methoda všeobecně platný způsob, podlé kterého se všechny podobné problemy snadně řešiti mohou. Přední prospěch měli arci z této methody astronomie a geodaesie, kteréžto vědy se zakládají na početných a zevrubně provedených pozorováních; i odtud také pošlo, že methody Gaussovy sotva k veřejnosti se dostavše, ihned ve velkém rozměru od astronomů a geodaetů, zejmena pak od ruských geodaetů za příležitosti velkého měření stupňového země a rozsáhlé triangulace skrze Struve, Tencera, Bolotova, Bunjakovského a Sáviče provedené nejprvé v užitek obráceny byly. Jedni z jmenovaných geodaetů byli skutečnými žáky Gaussovými, druzí zase, zmocnivše se studováním ducha spisův jeho, stali se jimi nepřímo. Všickni pak hleděli sobě přátelského a živého s ním spojení; jeden pak, prof. dr. A. Savič složil dokonce ruským jazykem učební knihu o methodě nejmenších čtverců, kteráž roku 1863 od Laise do němčiny přeložena byvši podnes ještě považuje se za nejlepší knihu učební o této věci. Neobyčejná jistota, s kterouž za naší doby při nejjemnějších a nejdrobnějších geodaetických výkonech lze se obejíti, spočívá větším dílem na Gaussově methodě nejmenších čtverců, a užívání její poučuje nás krok za krokem o určitosti, s kterouž pracujeme, odhalujíc týmže časem i chyby a omyly, jimiž výsledky naše vždy ještě zůstávají stíženy.

Avšak i v druhé řadě jest methoda tato velmi důležita při takových pracích, kteréž spočívají na pozorování zjevův, jež co do jakosti číslicemi lze naznačiti. Nezbýváť zejména fysice, mechanice, meteorologii, lučbě, krystallografii jakož i jiným ještě vědám nic jiného, leč aby nejvyšší měrou užívaly k účelům svým methody nejmenších čtverců, tak že na ten čas třeba jest známost této methody početní požadovati od každého, kdožkoli s prospěchem hodlá se zanášeti s problemy mathematicko-přírodními. Ba za posledních let pokoušeno se se šťastným výsledkem, užívati této methody také způsobem obráceným; i uvádím zde jeden z mnohých příkladův a sice: Slovútný stavitel vodní *J. Hagen* v Berlíně v pojednání svém právě vyšlém „Über die Bewegung des Wassers“ prostředkem nejmenších čtverců dokázal, že ona měření spádu, profilu a množství vody řeky Rýnu, jež r. 1808 inženýr *Funk* uveřejnil a na jehož výsledcích hlavně založena jest známá formule Eitelweinova, kteréž téměř 70 roků v hydrodynamice všeobecně jest užíváno, ve skutečnosti vlastně ani provedena býti nemohla. Vypočítávaje totiž podobnost, jež při oněch měřeních taková kombinace čísel, jakou Funk udává, místa měla, shledal Hagen, že rovná se tato podobnost jedničce, dělené 23447 billiony, t. j. dle ponětí lidského tolik, že rovná se podobnost ona nulle. —

Vzdor tomu nepřičítal sobě Gauss tímto důležitým nálezem velkých zásluh, pravě, že řešení úkolu toho pro každého, kdož opravdově s ním se zabýval, leželo takořka na dlani.

Druhý důležitý nález v geodaesii, z něhož Gaussovi děkujeme, jest heliotrop. Aby zvýšila se míra zevrubnosti nějaké triangulace, nastává potřeba, učiniti strany trojúhelníků v přírodě dle možnosti dlouhé. Gauss vyvolil si tedy trojúhelníky se stranami 5, 10 až 15 zeměp. mil dlouhými. Zaměření na tak velké vzdálenosti potkávalo se však v příčině určitosti s nemalými překážkami. Pro menší dálky 4—5 mil jsou, jak známo, v obyčeji velké, dřevěné pyramidy. Avšak i na takové vzdálenosti třeba jest, aby tyto pyramidy měly velké rozměry, 8—10 metrů výšky, 4—5 metrů šířky v základě. Aby pak na bod nějaký na takové pyramidě ze vzdálenosti 15 mil ostře mohlo býti zaměřeno, na to nebývá obyčejně ani pomyšlení. Pomahalit si tedy Francouzi a Angličané tím, že měřili nočního času a užívali velkých luceren co signálů, což však mívalo jiné nesnáze v zápětí.

Intensivní světlo, jež rovné zrcadlo pomocí odražených paprsků slunečních v jistém směru vysílá a jehož účinku sobě Gauss při pozorováních svých na věži Sv. Michalské v Lüneburku nejprvé byl povšimnul, vnuklo mu myšlénku, užiti odraženého světla slunečního ke způsobení toho, aby body signalové na veliké vzdálenosti mohly býti spatřeny. Brzo přesvědčil se, že možné jest, zrcádko čtvercové se stranami toliko 2—3 centimetrů dlouhými učiniti zřejmé aneb viditelné prostému oku až na vzdálenosti 1 nebo 2 mil, oku pak dobrým dalekohledem ozbrojenému až na dálku 10 i 15 mil, ač dá-li se zrcádku postavení takové, aby paprsky sluneční, od něho se odrážející, přímo vniknouti mohly do dalekohledu pozorovatele. Bez prodlení dal tedy Gauss udělati stroj, při němž tato podmínka splnění svého došla. Stroji tomuto, o němž Gauss poprvé

r. 1821 v jednom listu k Schumacherovi se zmiňuje, dáno jest od něho samého jmeno „heliotrop“. Služby, jež Gausův heliotrop hned s počátku konal, šly nade vše očekávání, pročež také užito ho ihned k měření stupňovému, jež tehdáž právě v Hannoversku prováděno. Záhy se ho užívalo po celém Německu i za hranicemi jeho, a byv potom od Steinheila i od generála Bayera zjednodušen, slouží nyní výborně při všech přesnějších měřeních geodaetických. V pravdě také znamená stroj tento neobyčejný pokrok v methodě pozorování jistého směru, nalezá-li se bod dohledný u veliké vzdálenosti. Jakého nákladu, času i peněz bylo k tomu dříve zapotřebí, aby postavena byla jen jediná tak obrovská a řádně zdělaná pyramida na vyšinách zhusta dosti nepřístupných, kteráž pak byvši jen jednou užita zůstávala na místě tak dlouho, dokud nezlíbilo se větrům a nepohodě, pobořiti ji nebo vyvrátiti. A přece bývalo zaměření na takovou hmotnou pyramidu z velkých vzdáleností nejisté a nezřídka i daremné. V dnešních dnech stačí pro celou zemi půl tuctu heliotropův, jež lze takřka v kapse nahoru vynesti, a jež na lehkých podstavcích postaví se tam, kdež se právě pracuje, tak že jimi lze určiti síť trojuhelníků celé velké země. K tomu přistupuje ještě ta výhoda, že lze zaměření učiniti s neobyčejnou ostrostí. Tak pozoroval jsem osobně v Čechách 1864 a 1865, když velké evropské měření stupně země vedeno jest skrze naši vlasť, z hory Milešovky u Teplic světlo heliotropu na ďablické hoře u Prahy na přímou vzdálenost více než 8 mil, světlo pak heliotropu na hoře Ještědu u Liberce na vzdálenost 10 mil v podobě hvězdy první velikosti, na kterouž se mohl nitkový kříž dalekohledu s jistotou půl sekundy bezpečně postaviti. Dále pak užijí pozorovatelé s heliotropem ještě toho pěkného přídavku, že mohou se o potřebnějších při měření věcech okamžitě na velikou vzdálenost dorozuměti, kteréhož prostředku také Gauss hned sobě povšimnul, při měřeních svých použil a návod k tomu sobě vymyslil. Jest totiž zjevné, že pozorovatel v bodě A se nalezající, pokryje-li rukou zrcadlo, jímž posílá pozorovateli v bodě B světlo heliotropu, způsobí, že tomuto ihned a okamžitě zmizí v dalekohledě zářící obraz jeho. Nastaví-li pozorovatel v bodě A ruku před zrcadlo a vztáhne-li ji pak rychle zase nazpět, opakuje potom tento pohyb ruky několikráte po sobě, pak budou se pozorovateli v bodě B zajisté jen ustavičné blesky světla na místě stálé záře heliotropu v dalekohledu jeho zjevovati, a takto bude lze podobným výkonem jako při elektromagnetickém telegrafu, jestli se totiž dá jisté řadě neb počtu takových blesků v dalekohledu význam písmena neb slova, posílati sobě na vzájem i na vzdálenosti 10 až 15 mil zprávy o chodu a zdaru obapolných měření. Že pak teprvé zavedením heliotropu možné učiněno jest, vyšetřiti pořádně míru tak zvané refrakce zemské, jak to zejmena Gauss a po něm geodaetové ruští provedli, toho vzpomínám jen tak mimochodem. Na tomto vynálezu zakládal sobě ostatně Gauss velmi mnoho, ba přišlo mu jednou na polo žertem také na mysl, vypočísti velikost zrcadel, jichž bylo by třeba k odrážení světla heliotropem od země až k měsíci, aby učiněn byl domnělým obyvatelům měsíce takový bod zemský viditelným.

Třetí nález Gaussův, jenž spůsobil v geodaesii vážné opravy, jest jeho theorie vyrovnání sítě trojúhelničné. Není sice nemístné, považovati tuto theorii jaksi za zvláštní případ methody nejmenších čtverců. Případ ten ale jest v geodaesii takové důležitosti a užitečnosti, že vidím toho potřebu, abych zvláště o něm promluvil, tak jako Gauss o něm zvláštní pojednání podal r. 1826 do veřejnosti pod titulem: „Supplementum theoriae combinationis.“ Jak známo nese se všeliká práce geodaetická k tomu účelu, aby v síti trojúhelníků, jichž mnohdy bývá přes sto, kteréž od jednoho konce země k druhému po ploše nezřídka na tisíce čtvercových mil veliké se prostírají, určeny byly co nejdokonaleji všecky jednotlivé body trojúhelníkův. Toho arci lze dodělati se vypočtením stran všech trojúhelníků. Že ale všecky tyto trojúhelníky jsou mezi sebou ve spojení, stačíť zajisté, aby změřily se na jednom trojúhelníku jedna strana co základnice a dva úhly, na všech ostatních trojúhelnících pak jen po dvou úhlech, z čehož potom jak známo se vypočísti mohou všecky ostatní strany a úhly trojúhelníků. Avšak v praxi se neměří pouze dva, nýbrž měří se pro kontrollu a pro větší jistotu vždy všechny tři úhly v každém trojúhelníku a to několikráte, ačkoliv toho z theoretického stanoviska zapotřebí není; i nastáváť nyní otázka, jak by se v užitek obrátiti mohla všechna tato přebytečná a nadpočetná měření k tomu cíli, aby se jimi mnohem větší dokonalosti a pravděpodobnosti v určení všech bodů trojúhelné sítě docílilo než to bez nich možné jest. Kdyby jednalo se toliko o jeden trojúhelník, pak by věc byla ovšem snadná; byloť by jen třeba připočísti třem měřeným úhlům jeho takové opravy, aby součet nyní opravených úhlů se theoretickému součtu toho kterého sferického trojúhelníku rovnal. V skutku přestávali také geodaetové až do časů Gaussových na této methodě, vyrovnávavše měřené úhly v každém trojúhelníku na theoretickou summu, načež prostředkem těchto úhlův strany vypočteny jsou. Gauss však dokázal, že tento způsob počítání za zcela nedostatečný se považovati musí. Neboť měli-li bychom trojúhelnou síť se stranami a_1, a_2, a_3, a_4, ... a_n, tož každá strana této sítě na př. a_n nejen od úhlů všech trojúhelníků, nýbrž také od stran těchto odvisla jest. Strana taková se ale může na rozličných cestách počínajíc od základnice a_1 vypočísti, buď se může voliti cesta a_1, a_2, a_4, . . . a_n aneb a_1, a_3, a_5 . . . . a_n a t. d. Patrně se musí nyní požadavek v theorii klásti v ten smysl, aby se úhly tak opravily, že strana a_n a tudíž také každá jiná strana celé sítě obdrží vždy jednostejnou hodnotu, nechť vypočte se kteroukoli cestou. Řešiltě Gauss složitý úkol tento zcela jednoduchým způsobem, postaviv dvě řady výminečných rovnic. První řada těchto rovnic odpovídá požadavku správného theoretického součtu úhlu v každém trojúhelníku celé sítě, a tyto rovnice nazval Gauss výminečné rovnice úhlů; druhá pak řada rovnic odpovídá požadavku nadzmíněnému, aby totiž každé straně zachována byla jednostejná hodnota, nechť již z kterékoli řady trojúhelníků vypočtena bude a tyto rovnice jmenoval výminečné rovnice stran. Obě řady těchto rovnic, jichž počet lze pro každý případ zvláště sobě vypočísti, svedeny jsou pak od něho ve spojení takové, že opravy, jež náleží učiniti na měřených úhlech, s oběma výminkami se shodují. Takto řešil Gauss důležitý tento problem pro všeliké případy tedy s platností všeobecnou, takže se nyní s největší mathematickou jistotou a přesností při podobných vykonech postupovati může.

Na konec budiž mně dovoleno, vzpomenouti ještě čtvrtého geodaetického vynálezu, jejž Gauss uveřejnil v posledních dvou větších pojednáních „o předmětech geodaetických" r. 1843 a 1846 od něho vydaných, ačkoli předmět, o němž první z těchto pojednání jedná, částečně již ve spisu r. 1827 pod titulem „Disquisitiones generales circa superficies curvas“ vyšlém, obsažen jest. *Jestiť to theorie podobného zobrazení,* kterouž řeší se obecně platným způsobem úkol, jak by náleželo části kterékoli dané plochy zobraziti na všeliké jiné ploše, a sice tak, aby obraz nový obrazu původnímu i v nejmenších částcích stal se podobným. Takovým podobným zobrazením koule na rovině jest na př. tak zvaný průmět stereografický. Avšak v řečeném pojednání zanáší se Gauss se zvláštním případem podobného přenešení plochy ellipsoidu na plochu koule, případu to pro geodaesii zvláště důležitého, jelikož mathematická podoba země není koule nýbrž ellipsoid a tudíž přenešení geodaetických čar z ellipsoidu na kouli poskytnouti musí podstatného zjednodušení úlohy, jen když vývin děje se tak, aby určitost v podobnosti tvarů, tedy také stejná podobnost úhlův nevzala újmy. I tento problem řešil Gauss s neobyčejným v pravdě důvtipem i není-li možná, krátkými slovy zásady nové jeho methody objasniti, tož vzpomenu co příkladu svrchované určitosti, jakéž skrze ni lze dosáhnouti, jen toho případu, že opravy v úhlech čili v redukcích směrův v onom trojúhelníku Hannoverské sítě, jenž od meridianu normalního nejvíce vzdálen jest, neobnášejí více než 0·0032 sekund, že tedy lze jich zcela pustiti mimo, spokojíme-li se s dvěma decimalkami jedné sekundy.

V stručné této a zběžné rozpravě snažil jsem se, vyvoliti ze slavné vědecké dráhy, po kteréž Gauss tak dlouhá leta se ubíral, jen kusy takové, kteréž vztahují se k vědě geodaetické i trvám té naděje, že jsem způsobem takovým vzbudil přesvědčení, že činnost Gaussova také na poli geodaesie způsobila v pravdě počátek nové doby a dokonalých oprav. K tomu dovoluji si jen jestě doložiti, že také v tomto oboru a sice zejmena při provádění počtu vyrovnávacího jevila se objektivní, práva a spravedlnosti vždycky šetrná povaha Gaussova, a že nezištná rada, kterouž hojně udílel účastníkům všelikých tehdejších geodaetických podniknutí v cizozemsku jakož i ochotné uznávání všeliké cizí zásluhy svědčí zároveň o kosmopolitickém a čistě lidském smýšlení jeho, pročež tím více sobě zasloužil, aby paměť jeho daleko za hranicemi vlasti jeho slavena byla.