František Josef Studnička
Základové nauky o číslech. [IV.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 4 (1875), No. 6, 241--245

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123671

Základové nauky o číslech.

Podává

Dr. F. J. Studnička.

(Dokončení.*)

O řešení neurčitých rovnic stupně prvního v některých případech zvláštních.

Poněvadž u starých Indů hrálo řešení neurčitých rovnic stupně prvního asi tutéž úlohu jako u nás řešení rebusů, šarád a t. p. hříček duševních, takže ve společnostech smíšených často bylo předmětem zábavy, vyhledati v *hlavě rychle* celistvá čísla dané úloze vyhovující, nemůžeme se než domnívati, že znali tito milovníci neurčité analytiky celou řadu zvláštních případů, v nichž se bez dlouhého počtu dalo řešení podati; neb methody všeobecné vyžadují mnohdy dlouhých rozpočtů, jež v hlavě nelze ani provésti, zejména týkají-li se čísel velikých.

I jest tudíž zajisté prospěšno znáti nejdůležitější případy tohoto rázu, jelikož se pak uspoří při skutečném řešení rozmanitých úloh mnoho práce, ba mnohdy i může bezprostředně udati, jaké celistvé hodnoty daným podmínkám vyhovují a tudíž i všeobecné řešení přímo sestaviti. Neb jestli předložená rovnice tvaru

$$ax + by = c, \qquad (60)$$

kdež, jak známo, vyhověti nutno podmínce, aby čísla a, b byla *nesoudělná*, a známe-li zvláštní řešení

*) Poněvadž tímto sešitem jest ukončen čtvrtý ročník tohoto časopisu a není radno, aby se o tomto předmětu do budoucího ročníku kladlo pokračování, nutno již ukončiti řadu článků nauce o číslech věnovaných a poukázati všechny milovníky této nauky na samostatný spis, který právě Jednotou byl vydán.

$$x = m, \quad y = n, \tag{61}$$

bude řešení všeobecné

$$\left.\begin{aligned} x &= m + b\,l, \\ y &= n - a\,l, \end{aligned}\right\} \tag{62}$$

kdež značí l libovolné číslo celistvé positivní neb negativní.

Jedná se tedy při řešení rovnic tvaru (60) především o to, určiti celistvé hodnoty m a n, načež se podle vzorce (62) snadno sestaví řešení všeobecné, při čemž patrně označení čísel a neb b může býti jakékoli.

Zvláštní případy, v nichž bez dlouhého výpočtu lze určiti m a n, jsou pak tyto:

1. Jestli v předložené rovnici (60) číslo c násobkem některého součinitele, tedy buď

$$\frac{c}{a} = m \quad \text{neb} \quad \frac{c}{b} = m,$$

promění se rovnice tato

buď v $\qquad a(x - m) + by = 0,$

neb v $\qquad ax + b(y - m) = 0,$

takže tu bezprostředně se obdrží řešení v případě

prvním $\qquad x = m, \quad y = 0$

druhém $\qquad x = 0, \quad y = m.$

Př. Která leta století XIX. mají 15 co zlaté číslo?

Poněvadž zlaté číslo pro rok x jest zbytek povstávající dělením čísla $x + 1$ číslem 19, bude tu

$$Z\left(\frac{x+1}{19}\right) = 15,$$

aneb uvedeme-li na tvar neurčité rovnice,

$$x - 19y = 14,$$

z čehož jde podlé předešlého přímo

$$x = 14, \quad y = 0$$

a tudíž podlé vzorců (62) pro

$$\begin{aligned} l &= 95,\ 96,\ 97,\ 98 \text{ a } 99 \\ x &= 1819,\ 38,\ 57,\ 76 \text{ ,, } 95. \end{aligned}$$

Př. Někdo koupil za 30 penízů 30 ptáků a sice jedněch 3, druhých 2 kusy po 1, třetích pak kus po 2 penízích; kolik dostal kterých?

Prastará tato *úloha o ptácích* *) o níž slyšeti možná dosud v našich vesnicích, vede k řešení neurčité rovnice

$$10x + 9y = 180,$$

z níž plyne podlé předešlého pravidla napřed

$$x = 0, \quad y = 20$$

a tudíž podle vzorce (62) pro $l = 1$

$$x = 9, \quad y = 10, \quad z = 11.$$

2. Jestli v předložené rovnici (60) číslo c násobkem součtu neb rozdílu druhých součinitelů neb

$$c = (a \pm b)\, m,$$

jest, jak podobným spůsobem možná se přesvědčiti,

$$x = m, \quad y = \pm m.$$

Př. Krejčí koupil za 246 zl. sukna a sice jednoho druhu loket za 3 zl. 50 kr., druhého za 4 zl. 70 kr.; kolik loket dostal kterého?

Jelikož tu patrně řešiti jest rovnici

$$3{\cdot}5x + 4{\cdot}7\, y = 246,$$

v níž jest

$$3{\cdot}5 + 4{\cdot}7 = 8{\cdot}2 \quad \text{a} \quad 246 = 30 \,.\, 8{\cdot}2,$$

bude podlé tohoto pravidla

$$x = 30, \quad y = 30.$$

3. Jestli v předložené rovnici (60)

$$b = \pm (a + 1),$$

jest první řešení jednoduché

$$x = -c, \quad y = \pm c,$$

a jestli tu naopak, což v podstatě nečiní rozdílu,

$$b = \pm (a - 1),$$

obdrží se podobným spůsobem přímo

$$x = c, \quad y = \mp c.$$

*) Viz *Studnička* „O původu a rozvoji nauky o číslech". Časopis pro pěstov. mathem. a fysiky R. IV. pag. 12.

Př. Má se vyhledati číslo, jehož zbytek podlé 5 jest 3, podle 6 pak 4.*)

Zde jest patrně řešiti rovnici

$$5x - 6y = 1,$$

kde $b = a + 1$, již tedy podlé tohoto pravidla vyhovují hodnoty všeobecné

$$x = -1 + 6l,$$
$$y = -1 + 5l,$$

takže hledané číslo pro $l = 1$ tu bude

$$n = 28.$$

4. Jestli v předložené rovnici (60)

$$Z\left(\frac{c}{b}\right) = n Z\left(\frac{a}{b}\right);$$

pozná se snadno, že tu

$$x = n, \quad y = \frac{c - an}{b}.$$

Př. Při střelbě do terče hrál A s B, že B za ránu dobrou zaplatil 10 zl. střelci A, za špatnou však od něho dostal 7 zl.; ku konci měl B vyhráno 13 zl. Kolik tu dal A ran dobrých, kolik špatných, obnášel-li počet všech asi 100.

Tu jest patrně řešiti rovnici

$$10x - 7y = 13,$$

a jest tudíž

$$Z\left(\frac{10}{7}\right) = 3, \quad Z\left(\frac{13}{7}\right) = 6 = 3 \cdot 2,$$

z čehož jde podlé pravidla předešlého všeobecně

$$x = 2 + 7l,$$
$$y = 1 + 10l,$$

---

*) S úlohami tohoto druhu zanášel se v XVII. stol. *Stifel*, německý to mathematik velmi záslužný, a podal zvláštní pravidlo, jak se přímo řeší, kteréž podnes jeho jmenem se označuje. Značí-li R zbytek podlé a, r zbytek podlé $a + 1$, možná ještě kratším spůsobem, nežli jest *Stifelovo pravidlo*, řešení podati vzorcem

$$n = \begin{vmatrix} R, & a \\ r, & a+1 \end{vmatrix} + a(a+1)\,l,$$

kterýž v našem případě určuje pro $l = 1$ přímo

$$n = 3 \,.\, 6 - 5 \,.\, 4 + 5 \,.\, 6 = 28.$$

takže pro $l = 5$ jsou hodnoty této podmínce vyhovující

$$x = 37, \quad y = 51;$$

dobrých ran tedy dáno 37, špatných 51.

Poznámka. Podlé tohoto pravidla řeší se též případy, v nichž jest

$$a = mb \pm c \quad \text{neb} \quad a = mb \pm 1.$$

Př. Které číslo jest dělitelno 6 a má podlé 25 zbytek 11? Číslo toto má patrně tvar

$$25x + 11 \quad \text{a} \quad 6y,$$

takže tu bude nutno určiti řešení rovnice

$$25x + 11 = 6y$$

neb

$$25x - 6y = 14,$$

položíme-li místo negativního čísla -11 doplněk do 25; a tu jest patrně

$$Z\left(\frac{25}{6}\right) = 1, \quad Z\left(\frac{14}{6}\right) = 2$$

a tudíž

$$x = 2 + 6l$$
$$y = 6 + 25l,$$

takže pro $l = 0$ obdržíme co hledané číslo 36.*)

*) Řešíme-li neurčité rovnice tvaru (60) pomocí shod neb kongruencí, obdržíme ve všech tuto uvedených případech taktéž přímo a bez zvláštních výpočtů příslušné řešení, jakž snadno se mohou přesvědčiti, jimž jest tento způsob řešení snadným.