Sur les quatre sommets d'un ovale.

B. Hostinský, Brno.

Cauchy (dans son Mémoire sur les polygones) a démontré le théorème suivant: Soit P un polygone convexe à côtés égaux; désignons par $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ ses angles intérieurs et supposons que P se déforme de sorte que les còtés ne varient pas et que le polygone reste convexe. Soit P' la nouvelle figure, α' ce qui devient l'angle α, β' ce qui devient β et ainsi de suite. Le théorème de Cauchy consiste en ce qu'il y a, dans la suite $\alpha - \alpha'$, $\beta - \beta'$, $\gamma - \gamma', \ldots$ au moins deux séries composées de termes positifs et deux composées de termes negatifs. Ce théorème, démontré par Cauchy par les méthodes de la géométrie élémentaire, peut s'énoncer sous forme analytique. Si $\alpha_1, \alpha_2, \ldots$ sont les angles intérieurs d'un polygone convexe, on a

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n = 2\pi,$$
$$1 + \cos \alpha_1 + \cos (\alpha_1 + \alpha_2) + \ldots + \cos (\alpha_1 + \ldots + \alpha_n) = 0,$$
$$\sin \alpha_1 + \sin (\alpha_1 + \alpha_2) + \ldots + \sin (\alpha_1 + \ldots + \alpha_n) = 0$$

et il faut démontrer que $\alpha_k - 2\alpha_{k+1} + \alpha_{k+2}$ (avec $\alpha_{k+n} = \alpha_k$) change au moins quatre fois de signe quand k parcourt successivement les valeurs $1, 2, \ldots, n$.

Le théorème de Kneser: „sur tout ovale il y a au moins quatre sommets“ peut être envisagé comme un cas limite du théorème de Cauchy (vois mon travail dans le Bulletin de la Société math. de France, Comptes Rendus des Séances, 12 février 1930, p. 21—25).

Die loxodromische Geometrie.

Ludmila Illingerová, Praha.

Die Loxodromen sind die Kurven einer Rotationsfläche, die mit den Meridianen der Fläche konstante Winkel bilden. Durch die Einführung der isometrischen Parametren können wir die Fläche konform auf die Ebene abbilden. Die Parallelen und Meridiane der Fläche übergehen in zwei ortogonale Systeme parallelen Geraden, die Loxodromen auch in Geraden. Mann kann die Gebilde aus den Loxodromen entstehend ähnlich wie die der euklidischen Geometrie studieren. Besonders interessant ist die loxodromische Trigonometrie, welche die Eigenschaften der Gebilder aus drei Loxodromen entstehend untersucht. Wir finden da den Sinus-, Kosinus- und Tangentensatz der loxodromischen Dreiecken. Definieren wir die loxodromischen Kegelschnitte ähnlich wie die gewöhnlichen, so sehen wir, daß die einzige Fläche, derer loxodromische Kegelschnitte in unserem konformen Abbildung Kegelschnitte im euklidischen Sinne sind, der Rotationscylinder ist. Wir können auch da von der loxodromischen nicht euklidischen Geometrie sprechen, derer Hauptergebnis ist, daß durch einen Punkt nur eine Parallele zu jeder Loxodrome geht.

O jistém lineárním zobrazení přímkového prostoru v množství bodových párů roviny.

Dr. *Josef Klíma*, Brno.

Přímka A zobrazuje se zde na rovině π v pár a_1, a_2 stopníků sdružených polár A_1, A_2 přímky A vzhledem k dvěma základním lineárním komplexům Σ_1, Σ_2. Zobrazení toto je typu 3a podle rozdělení Rehbockova v pojednání „Die linearen Punkt-Ebenen und Strahlabbildungen der darstellenden Geometrie" v Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik roč. VI (1926), str. 391.

Koincidenčním útvarem, t. j. souhrnem paprsků, jichž oba obrazy splývají, je zde kongruence lineární $T_{1,2}$, která je průsekem základních komplexů Σ_1, Σ_2. V rovině π na paprsku X kongruence $T_{1,2}$ je důležitá projektivita Π_x, v níž si odpovídají nulové body rovin, jež jdou touto přímkou, vzhledem k Σ_1, Σ_2.

Body zobrazují se v páry přímek procházející odpovídajícími si body v Π_x, roviny pak v kolineace, jež obsahují Π_x. Z toho následují různá řešení úloh o bodech, přímkách a rovinách.

Lineární komplex zobrazuje se v korelaci soumístných polí, jež obsahuje páry v Π_x za páry sdružených bodů. Koincidenční kuželosečky korelace mají zde zajímavý prostorový význam. Dospívá se tu, ovšem jinou cestou, k Eckhartovu zobrazení lineárního komplexu v prvek bod-kuželosečka.[1]) Lineární kongruence zobrazuje se v Cremonovu kvadratickou příbuznost, jež obsahuje Π_x, a přímková plocha 2^0 pak ve dvě projektivity bodových řad na dvou kuželosečkách, v nichž si odpovídají průsečíky s X v Π_x.

Stejně dostáváme příbuznosti mezi poli obou obrazů při zobrazování obecných komplexů, kongruencí a přímkových ploch.

Pozoruhodný je případ, kdy Π_x je involucí, t. j. když základní komplexy jsou v involuci. Přeorientování obrazů odpovídá v tomto případě v prostoru zborcená involuce o samodružných paprscích obsažených v $T_{1,2}$. Komplexy lineární, jež jsou v involuci k Σ_1 a Σ_2, zobrazují se tu v polaritu vzhledem ke kuželosečkám, které jdou samodružnými body involuce Π_x.

---

[1]) „Eine Abbildung der linearen Strahlkomplexe auf die Ebene". Zprávy Vídeňské akademie, roč. 1918.