Maurice Fréchet

Sur les précisions comparées de la valeur moyenne et de la valeur médiane

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 6, 210--211

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123632

l'établir immédiatement en utilisant la formule que nous avons indiquée dans le premier volume de la Revue de l'Institut international de Statistique et qui lie: le „rapport“ η ci-dessus, le „coefficient“ de corrélation r de Y et X (c'est à dire sans changement d'échelle) et la valeur ϱ que prend r quand on y remplace chaque système de valeurs de X et de Y par X et b_X. On voit facilement que

$$\boxed{r = \varrho\eta} \tag{2}$$

Le changement d'échelle ci-dessus transforme respectivement r, ϱ en R et ± 1 sans changer η: la formule (2) devient (1).

La formule (2) met en évidence que la valeur de r dépend non seulement, comme η, du resserrement des points observés autour de la ligne des moyennes, c'est à dire de la rigueur de la dépendance, mais aussi, comme ϱ, de la forme de la ligne des moyennes, circonstance indifférente à la mesure de la dépendance.

Sur les précisions comparées de la valeur moyenne et de la valeur médiane.

Maurice Fréchet, Paris.

Soient X une variable aléatoire et

$$\mathrm{F}(x) = \text{Probabilité } \{X < x\};$$

soient v la valeur moyenne et m la valeur probable de X. Si l'on effectue, par exemple, trois épreuves indépendantes donnant pour X les valeurs X_1, X_2, X_3, on peut prendre pour valeurs empiriques de v et de m, la moyenne arithmétique V et la médiane M de X_1, X_2, X_3. Les ordres de grandeur des erreurs à craindre dans cette détermination peuvent être estimés au moyen des écarts quadratiques moyens μ' de V à partir de v, μ'' de M à partir de m. Contrairement à une opinion assez répandue, la détermination de la valeur médiane n'est pas nécessairement moins précise que celle de la valeur moyenne. C'est à dire qu'on peut citer des lois de probabilités $\mathrm{F}(x)$ pour lesquelles $\mu' > \mu''$. Tel est le cas de la première loi que Laplace avait proposée comme loi des erreurs d'observation, à savoir celle pour laquelle $d\mathrm{F}(x) = \frac{1}{2}\, e^{-|x|}\, dx$.

On peut même citer des lois pour lesquelles v, m, μ'' sont finis et μ' infini; il suffit de prendre, par exemple

$$\begin{aligned} &\mathrm{F}(x) = 0 \quad \text{pour } x \leqq 1 \\ &\mathrm{F}(x) = 1 - x^{-\alpha} \quad \text{pour } x \geqq 1 \\ &\text{avec} \quad 1 \leqq \alpha \leqq 2. \end{aligned}$$

On trouvera une confirmation numérique de notre assertion générale, par exemple, dans un mémoire de E. B. Wilson et M. M. Hilferty, Proc. Nat. Acad. Wash., vol 15, 1929, p. 124, où, sur 24 séries de 500 (et non plus, comme ici, 3) observations, la médiane s'est trouvée plus souvent mieux déterminée que la moyenne.

Über die numerische Ermittlung von Periodizitäten.

Dr. *Josef Fuhrich*, Prag.

Wenden wir auf eine kontinuierliche Beobachtungsreihe von der Ausdehnung N, die nur periodische Elemente in der nicht beschränkten Anzahl n enthält:

$$y_\nu = \sum_{i=1}^{n} A_i \sin(\nu\varphi_i + \delta_i) \tag{1}$$

die Transformation

$$Y_k = \frac{\int\limits_0^{N-k} y_\nu y_{\nu+k}\, d\nu}{\sqrt{\int\limits_0^{N-k} y_\nu^2\, d\nu \cdot \int\limits_0^{N-k} y_{\nu+k}^2\, d\nu}} \tag{2}$$

an, so erhalten wir mit Rücksicht auf bekannte Eigenschaften der trigonometrischen Funktionen die transformierte Reihe

$$\eta_\nu^{(1)} = \sum_1^n C_i^{(1)} \cos \nu\varphi_i, \text{ wo } C_i^{(1)} = \frac{A_i^2}{\Sigma A_i^2} \text{ und } \Sigma C_i^{(1)} = 1 \text{ ist.} \tag{3}$$

Bei wiederholter Anwendung der Transformation (2) ändert sich die Funktion $\cos \nu\varphi_i$ nicht, während die Koeffizientenverhältnisse $C_i^{(a)} : C_j^{(a)} = A_i^{2a} : A_j^{2a}$ eine konvergente Folge bilden, sodaß $\lim\limits_{\alpha\to\infty} C_i^{(a)} = 1$ wird, wenn A_i die größte der in (1) enthaltenen Amplituden bedeutet. Die zugehörige Frequenz ergibt sich eindeutig aus

$$\lim \eta_\nu^{(a)} = \cos \nu\varphi_i. \tag{4}$$

Sind in (1) r Glieder mit gleicher Amplitude vorhanden, so haben wir $\lim \eta_\nu^{(a)} = \frac{1}{r} \sum\limits_1^r \cos \nu\varphi_i$ und r läßt sich aus dem Grenzwert der Dispersion $\lim \sigma_a^2 = 1/2r$ berechnen.

Bricht man das Verfahren nach einer endlichen Anzahl von Schritten ab, so erhält man mit Rücksicht auf $\lim \sigma_a^2 = \frac{1}{2}$ als obere Schranke des mittleren Fehlers $\mu_a^2 < \frac{1}{2} - \sigma_a^2$.