

František Wolf

O skoroperiodicitě funkce definované Dirichletovou řadou

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 6, 172

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123611>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1935

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

élevée: La seconde dérivée $\omega''(y)$ existe presque partout dans Δ . Les dérivées $\partial^2\varphi/\partial y^2$ et $\partial^2\varphi/\partial x\partial y$ existent presque partout dans D . Si en plus $\partial f/\partial q \neq 0$ les dérivées $\partial^2\varphi/\partial x^2$ et $\partial^2\varphi/\partial y\partial x$ existent aussi presque partout dans D .

Pour les équations linéaires ce théorème n'est pas vrai.

O skoroperiodicitě funkce definované Dirichletovou řadou.

Dr. František Wolf, Praha.

Podářilo se mi dokázat větu: Konverguje-li obecná trigonometrická řada k omezené funkci, jež je stejnoměrně spojitá, jest tím zaručena její skoroperiodičnost. — Není-li funkce omezena, nýbrž je-li omezen výraz $\int_a^{a+1} |f(x)| dx$ stejnoměrně v a a existuje-li

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \int_a^{a+1} |f(x + \delta) - f(x)| dx = 0$$

stejnoměrně v a , pak jest $f(x)$ skoroperiodické ve Stepanovově smyslu. Totéž platí i pro Besicovitchovo zobecnění skoroperiodicity.

Odtud poznatek: Funkce $f(s)$ definovaná jako součet Dirichletovy řady jest skoroperiodická pro $\sigma > \sigma_0$ tehdy a jen tehdy, je-li pro $\sigma > \sigma_0$ omezená. — Dosud byla skoroperiodičnost zaručena jen tehdy, existoval-li obor abs. příp. stejn. konvergence Dir. řady.

Podobný poznatek odvodil jsem pro případ Rieszovy zobecněné konvergence Dirichletovy řady. Tedy na př. pro Besicovitchovu skoroperiodicitu:

Konvergují-li pro $\sigma > \sigma_k$ Rieszovy středy indexu k k funkci $f(s)$, pro niž $M_t \{|f(\sigma + it)|^2\} < \infty$, pak jest pro $\sigma > \sigma_k$ $f(s)$ skoroperiodická v Besicovitchově smyslu.

Vzdáme-li se podmínky omezenosti, tam kde na př. $M \{|f(x)|\}$ více neexistuje, nelze funkci $f(s)$ nazývat skoroperiodickou v dosavadním smyslu, i když je limitou Rieszových středů. A přece lze dokázati, že $M \{|f(\sigma + it) e^{it\lambda}|\}$ existuje dále, jen když užijeme jistého zobecnění konvergence při limitním přechodu, a že se dále rovná $a_\lambda e^{-\lambda\sigma}$. Výraz je tedy různý od nuly jen ve spočetném množství. Dále platí stále ještě, že $f(\sigma + it)$ jest limitou Rieszových součtů Dirichletovy řady, a ukázali jsme, že teprve tato podmínka vnáší do charakteristiky funkce skoroperiodičnost. Stojíme tu tedy před nutností zobecniti pojem skoroperiodičnosti víc, než se dosud stalo. Jsem přesvědčen, že zobecnění dosáhneme tím, že opustíme podmínku stejnoměrnosti aproximace trigonometrickými polynomy a že ji nahradíme podmínkou jinou.