Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Zprávy a drobnosti

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 6, D122--D126

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123603

ZPRÁVY A DROBNOSTI.

Nový matematický časopis. Právě vyšlo první číslo nového časopisu „Acta arithmetica“. Časopis vychází ve Varšavě redakcí A. Walfisze a S. Lubelského a má býti věnován teorii čísel. Časopis má míti mezinárodní ráz, jak je patrno ze složení redakční rady, v níž jsou zastoupeny tyto státy: Anglie (Hardy, Mordell), Československo (Jarník), Dánsko (Bohr), Holandsko (van der Corput), Japonsko (Takagi), Rusko (Čebotarev), Spojené státy (Rademacher), Švýcary (Ostrowski). První sešit obsahuje dvanáct prací od devíti autorů. Osm prací je věnováno analytické teorii čísel; tuto převahu pochopíme, uvážíme-li, že vůdčí duch časopisu, Walfisz, je specialistou v analytické teorii čísel a že pro první sešit sehnal patrně většinu materiálu od těch matematiků, s nimiž má nejužší vědecké styky.

Pokusím se naznačiti ráz prvního čísla. Landau otiskuje zde dvě práce; v jedné z nich zostřuje větu Romanovovu, která praví toto: je-li $a > 1$ (a celé), potom čísla tvaru $p + a^i$ (p prvočíslo, i celé kladné) mají kladnou „hustotu“. V druhé práci zabývá se touto větou Heilbronnovou: Budiž $h(d)$ počet tříd positivních binárních kvadratických forem o záporném diskriminantu d; potom jest $h(d) \to \infty$ pro $d \to -\infty$. V krátké, ale velmi pozoruhodné práci stanoví Siegel dokonce řád funkce $h(d)$ vzorcem $\log h(d) \sim \frac{1}{2} \log |d|$ (pro $d \to -\infty$). Rademacher stanoví asymptotickou formuli pro počet totálně positivních prvočísel ω reálného kvadratického tělesa, pro něž platí $\omega \leqq y$, $\omega' \leqq z$ (pro velké hodnoty součinu yz; ω' je číslo konjugované k ω). Chowla odvozuje asymptotickou formuli pro počet vyjádření libovolného celého kladného čísla součtem čtyř čtverců a jednoho prvočísla; Walfisz zobecňuje jeho výsledky, používaje při tom práce Rademacherovy. Chowla a Walfisz vyšetřují konvergenci řady $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n\Theta)}{n}$ a její rozvoj v trigonometrickou řadu; při tom Θ je libovolné reálné číslo, (x) znamená rozdíl čísla x a nejbližšího čísla celého.[1]) Chowla otiskuje ještě malou poznámku o funkcích $L(s, \chi)$. Práce, které nespadají do analytické teorie čísel, jsou tyto: Ostrowski studuje strukturu okruhů, složených z mnohočlenů o jedné proměnné (s několika poznámkami o případu několika proměnných). Čebotarev podává nový důkaz pro t. zv. „Diskriminantensatz“. Dickson zabývá se kongruencí

---

[1]) Podrobně:

$$(x) = x \text{ pro } -\tfrac{1}{2} < x < \tfrac{1}{2};\ (\tfrac{1}{2}) = 0;\ (x + 1) = (x).$$

$$ax^q + by^q + cz^q \equiv 0 \pmod{p},$$

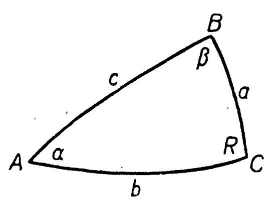
kde p je prvočíslo. Van der Corput zobecňuje Mordellovu metodu, týkající se základních vět Minkowského z geometrie čísel.

Podle prvního čísla lze očekávati, že časopis se stane střediskem, v němž se soustředí značná část původní produkce v teorii čísel. Poměrně nízká jest cena časopisu: každý svazek, obsahující asi 350 stran, má státi pouze 30 zlotých. *Jarník.*

Neperovo pravidlo. Při řešení pravoúhlého sférického trojúhelníka se zpravidla odvodí deset základních vzorců pro funkce úhlů a cosiny stran a ihned se poví pravidlo Neperovo, aniž by se učinil pokus podrobněji je odvoditi. Lze to učiniti velmi přehledně takto. Napíšeme do sloupce pod sebe odvozených deset vzorců a upozorníme, že na levé straně jest cosinus přepony vyjádřen vždy součinem. Ve vedlejším sloupci přetvoříme vzorce tak, aby se vpravo vyskytly samé součiny a vlevo výhradně jen siny a cosiny. V třetím sloupci přetvoříme rovnice tak, aby na levých stranách byly samé cosiny, a ve čtvrtém zavedeme vpravo tytéž úhly, které jsou vlevo. Budou tedy vlevo samé cosiny a vpravo buď siny nebo cotangenty, načež z obrazce, v němž jest znázorněn sférický trojúhelník, jak jest naznačeno, odvodíme známé kruhové schema a dáme vypozorovati, kdy jsou vpravo cotangenty a kdy siny.

Přehled*) vzorců:

$\sin a = \sin c \sin \alpha$	$\cos(R-a) = \sin c \sin \alpha$	$\cos(R-a) = \sin c \sin \alpha$
$\cos \alpha = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg} c$	$\cos \alpha = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg} c$	$\cos \alpha = \operatorname{cotg}(R-b) \operatorname{cotg} c$
$\sin b = \operatorname{tg} a \operatorname{cotg} \alpha$	$\cos(R-b) = \operatorname{tg} a \operatorname{cotg} \alpha$	$\cos(R-b) = \operatorname{cotg}(R-a) \operatorname{cotg} \alpha$
$\sin b = \sin c \sin \beta$	$\cos(R-b) = \sin c \sin \beta$	$\cos(R-b) = \sin c \sin \beta$
$\cos \beta = \operatorname{tg} a \operatorname{cotg} c$	$\cos \beta = \operatorname{tg} a \operatorname{cotg} c$	$\cos \beta = \operatorname{cotg}(R-a) \operatorname{cotg} c$
$\sin a = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg} \beta$	$\cos(R-a) = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg} \beta$	$\cos(R-a) = \operatorname{cotg}(R-b) \operatorname{cotg} \beta$
$\cos c = \cos a \cos b$	$\cos c = \cos a \cos b$	$\cos c = \sin(R-a) \sin(R-b)$
$\cos \alpha = \cos a \sin \beta$	$\cos \alpha = \cos a \sin \beta$	$\cos \alpha = \sin(R-a) \sin \beta$
$\cos \beta = \cos b \sin \alpha$	$\cos \beta = \cos b \sin \alpha$	$\cos \beta = \sin(R-b) \sin \alpha$
$\cos c = \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{cotg} \beta$	$\cos c = \operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \beta$	$\cos c = \operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \beta$



Josef Vavřinec.

*) První sloupec, obsahující vzorce v pořadí

$$\sin \alpha = \frac{\sin a}{\sin c} \qquad \sin \beta = \frac{\sin b}{\sin c} \qquad \cos c = \cos a \cos b$$

Jiná cesta k Neperovu pravidlu. Vpadá obvykle k rozuzlení spleti základních vzorců skutečně jako „deus ex machina“! K nepříznivému dojmu z uvedení tak nematematického družil se mi vždy ještě odpor k známému kruhovému schematu. Což nelze sledovati pořadí i vzájemnou polohu uvažovaných 5 prvků na samém originálu, na obvodu sférického trojúhelníka, resp. i na samotném trojhranu? Proč opouštěti právě při tak vhodné příležitosti zásadu pěstění prostorové představivosti? A jak se to srovnává s principem hospodárnosti?

Uvede se snad k obhajobě kruhového schematu, že v něm neruší úhel pravý, že není pochyby o protilehlosti a že do této holé formy lze bez rozpaků vepisovati ony výpomocné doplňky odvěsen. V prostorové konfiguraci samotné se pravý úhel arci vyskytuje a řídí právě orientaci, avšak, zvláště zůstane-li neoznačen písmenem, nepřekáží přece rozeznati v obvodovém pořadí veličiny k určitému prvku přilehlé (sousední) a nesousední. Sem vepisovati doplňky odvěsen ovšem by nebylo na místě, ale není toho také potřeba, neboť počtář sám od sebe by záhy poznal, že formalita zavádění doplňků odvěsen je ekvivalentní k formalitě zaměniti u odvěsen funkci za příslušnou kofunkci. Na podporu paměti a pozornosti doporučuje se však — aspoň pro počátek — opatřiti odvěsny libovolnou značkou; zvláště se jako připomínka hodí vykřičník před jménem odvěsny. Tolik o možnosti a vhodnosti eliminace onoho kruhového schematu. Pojednal jsem především o této věci, aby pro další úvahu bylo zřejmo, jaký situační podklad mám na mysli.

Co se nyní týče hlavní úlohy, jakou cestou dospěti k nějaké vhodné orientaci v nepřehledné soustavě základních vzorců, nezbývá, pokud nebudeme míti pro školu vhodné konfigurace, jež by takové vodítko poskytovala bezprostředně z vnitřního vztahu, než spokojiti se jen s formální přeměnou vzorců. Na rozdíl od myšlenky ve zprávě předcházející volil jsem k tomu cestu právě opačnou, seskupiti totiž základní vzorce podle vzájemné polohy jejich prvků. Snadno se přehlédne, že jsou možny pouze dvě kategorie skupin; z 5 prvků trojúhelníka tvoří totiž 3 prvky buď skupinu souvislou neb skupinu s jedním prvkem osamoceným, isolovaným. Prvkem souměrnosti je v prvním případě prvek prostřední, v druhém prvek isolovaný, může jím býti přepona, odvěsna i úhel, i dochází takto pro 6 podstatně různých situací k tvarům ve skupinách

---

$$\cos\alpha = \frac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{tg} c} \qquad \cos\beta = \frac{\operatorname{tg} a}{\operatorname{tg} c} \qquad \cos a = \frac{\cos\alpha}{\sin\beta}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\operatorname{tg} a}{\sin b} \qquad \operatorname{tg}\beta = \frac{\operatorname{tg} b}{\sin a} \qquad \cos b = \frac{\cos\beta}{\sin a}$$

$$\cos c = \operatorname{cotg} a \operatorname{cotg}\beta,$$

byl v tomto přehledu z důvodů typografických vypuštěn. *Red.*

souvislých	nesouvislých
$\cos c = \operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \beta$,	$\cos c = \cos a \cos b$
$\sin^* a = \operatorname{tg}^* b \operatorname{cotg} \beta$,	$\sin^{*\prime} a = \sin c \sin \alpha$
$\cos \alpha = \operatorname{tg}^* b \operatorname{cotg} c$,	$\cos \alpha = \cos a \sin \beta$

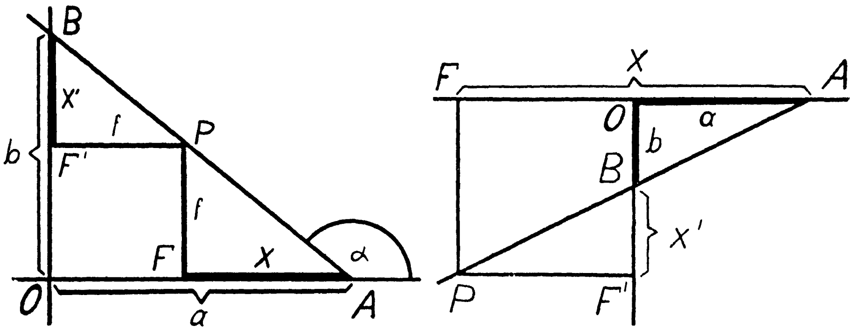
Není tu jednotnosti, ani v jednotlivých sloupcích, nicméně stopa jakési pravidelnosti přece jen vystupuje, a to na obou levých stranách společně, na pravých pak v každé kategorii zvlášť. Hledati odchylky žáky jistě zaujme. Shledají je především v tom $\sin a$ a $\operatorname{tg} b$, a zkusí-li pak nabízející se odtud „kofunkcionální" záměnu u odvěsen také na pravou stranu sloupce druhého, kde jsou funkce v rovnováze, budou zajisté příjemně překvapeni objevem další pravidelnosti. Proklestili si totiž cestu k výhledu, že v úlohách bude jim možno sestaviti si vztah kterýchkoli 3 prvků pravoúhlého trojúhelníka sférického zpětně z jednotného schematu

$$\cos B = \operatorname{cotg} A \operatorname{cotg} C \text{ nebo } \sin D \sin E$$

onou „kofunkcionální" záměnou u odvěsen. Odvození nebylo prací didakticky zbytečnou, neboť řada kroků za řešením problému, orientace v útvaru a vypětí pozornosti na mimořádné postavení odvěsen daly žactvu projíti vydatnou a pro nastávající aplikace účelnou propedeutikou. *Friedrich.*

Mezinárodní výbor pro dějiny věd (Comité international d'Histoire des Sciences, CIHS) pořádá svůj příští (čtvrtý) kongres v Praze r. 1937. Za hlavní téma sjezdového jednání byl stanoven „Vývoj reálných věd v XVIII. a první polovině XIX. století", jako téma vedlejší „Dějiny reálných věd ve vyučování". Pro organisaci sjezdu byl utvořen výbor, jehož předsedou je prof. dr. Q. Vetter, jednatelé prof. dr. Jar. Klika a dr. Frant. Ulrich. Zároveň byli zvoleni referenti, kteří převezmou péči o řízení přípravných prací kongresových. Čsl. národní skupina CIHS si vytkla za úkol připraviti do sjezdu a vydati tiskem aspoň přehledné dějiny vývoje jednotlivých věd na území našeho státu. V rámci sjezdu bude pořádána výstava dokumentů k dějinám reálných věd v Československu. Jako průprava jsou na příští rok stanoveny podobné výstavky v menších rozměrech v Brně a v Košicích. Všichni, kdož mají zájem o tyto otázky a chtějí činně spolupracovati, nechť se přihlásí u tajemníka čsl. národní skupiny CIHS prof. dr. Frant. Ulricha, Praha II, Albertov 6. *R.*

Jak si lze snadno zapamatovati rovnice pro zobrazování v optice. — Doplněk k článku dr. Jos. Štěpánka „O rovnicích kulového zrcadla vypuklého a čoček rozptylných", Příloha did.-met., ročník III, 1927/28, str. 17. — Jak známo, dá se rovnice $1/a + 1/b = 1/f$, kde a, b, f pokládáme za relativní čísla, graficky znázorniti takto: V pravoúhlé soustavě souřadné vedu přímku pomocným bodem P o souřadnicích P (f, f). Pak (plyne to z její úsekové rovnice) znamenají její úseky na osách souřadnice a, b; na př. osa x je osou předmětu A, osa y osou obrazů B. Je-li a kladné, je předmět před čočkou, je-li b kladné, je obraz skutečný, pro záporné b zdánlivý. Ze znázornění snadno přehlédneme, jak se mění poloha i reálnost obrazu, probíhá-li předmět z nekonečna až k čočce. Ale i zvětšení lze posouditi. Lineární zvětšení, jak se známým způsobem odvodí, je $k = -b/a$. Vidíme, že znamená (i co do znaménka) směrnici pomocné přímky. Je-li kladná, je obraz přímý, jinak je převrácený. — Označíme-li kolmé průměty bodu P na osy F a F', znamenají délky $\overline{FA} = x$ a $\overline{F'B} = x'$



Newtonovy souřadnice. Při tom x je kladné napravo od F, x' nahoru od F'. Zvětšení, jak patrno z obrázku, je $k = \text{tg}\, \alpha = -b/a = -f/x = -x'/f$. Rovnice $xx' = f^2$ odtud přímo plyne. To vše je dobře známo pro spojku a duté zrcadlo. Bohužel však ani v Strouhalově „Optice", kde se důkaz provádí projektivní geometrií, tedy způsobem, neužívaným na střední škole, se nedělá správný důsledek pro záporné f, čímž vznikají pro rozptylku a vypuklé zrcadlo podobné obtíže, jako nedbá-li se znaménka ohniskové dálky při výpočtech. Konstrukce však zůstává správná, má-li bod P obě souřadnice záporné a rovněž i všechny její důsledky, t. j. i pro rozptylku a vypuklé zrcadlo je a, b kladné napravo a nahoru od počátku, x a x' napravo a nahoru od F a F', také všecky tři vztahy pro zvětšení. Kdo si na tyto jednoduché obrázky zvykne, nalezne v nich snadno odpověď na mnohé otázky; vidím z něho, že na př. velikost fotografie je ohniskové dálce úměrná přímo, hloubka objektivu nepřímo, a j.

Josef Šoler.
