

Constantin P. Popovici

Fonctions: 1°) bornées en chaque point d'un intervalle et pourtant 2°) non bornées dans l'intervale

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 6, 163

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123600>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1935

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Fonctions: 1^o) bornées en chaque point d'un intervalle et pourtant 2^o) non bornées dans l'intervale.

C. Popovici, Jassi.

I. On dirait un paradoxe, car il paraît que ces deux propriétés, d'une même fonction sont en contradiction; mais la contradiction n'est qu'apparente. Ainsi $f(x) = 1 : x$ satisfait à la condition 2 dans tout intervalle qui contient $x = 0$ et n'y satisfait pas à la condition 1. Nous pouvons pourtant construire des fonctions dotées d'une expression analytique telles que les conditions 1 et 2 soient remplies à la fois. Ainsi p. ex. on peut employer la technique de construction suivante: Prenons une fonction $\varphi(x, c)$ qui a un point singulier essentiel $x = c$ sur ab sans γ avoir des pôles, alors on pourra en général choisir convenablement λ tel que

$$f(x, c) = \varphi(x, c) - \varphi[\lambda(x), \lambda(c)] + \psi(x)$$

(ψ holomorphe sur ab) satisfasse sur ab aux conditions énoncées en titre.¹⁾ On peut donner d'autres combinaisons.²⁾

II. Dès maintenant nous pouvons construire des fonctions $F(x)$ qui jouissent de ces deux propriétés:

1. $F(x)$ est bornée en chaque point sur ab .
2. $F(x)$ est non-bornée en chaque intervalle, si petit soit'il, sur ab .

La technique pour construire de telles fonctions consiste à prendre un ensemble partout dense de points $c_{p,q}$ sur ab et de prendre ensuite:

$$F(x) = \sum_p \sum_q a_{p,q} f(x; c_{p,q})$$

$f(x, c)$ étant des fonctions du § I et $a_{p,q}$ fonctions, ou constantes, choisies pour la convergence. Bien entendu l'arc ab doit être choisi tel que aucun pôle des $f(x; c_{p,q})$ ne s'y trouve pas; ensuite il faut que cet arc traverse les régions où les f dépassent toute valeur donnée. P. ex: Voir.

Nouvelles Intégrales de l'Equation de Fredholm.

C. Popovici, Jassi.

Nous allons montrer par des exemples évidents, qu'il existent des équations de Fredholm qui admettent une infinité de solutions

¹⁾ P. ex. on peut choisir λ telle qu'elle admette $x = c$ comme point double de la transformation $x_1 = \lambda(x)$.

²⁾ Voir ma note dans les C. Rendus Ac. Paris t. 196 p. 234, Janvier 1933. De plus: à la classe des fonctions dotées d'une expression analytique, on peut ajouter une autre classe, p. ex. celle des fonctions auxquelles on assigne une valeur forcée au point singulier essentiel.