Josef Fuhrich

Über die numerische Ermittlung von Periodizitäten

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 6, 211--212

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123588

On trouvera une confirmation numérique de notre assertion générale, par exemple, dans un mémoire de E. B. Wilson et M. M. Hilferty, Proc. Nat. Acad. Wash., vol 15, 1929, p. 124, où, sur 24 séries de 500 (et non plus, comme ici, 3) observations, la médiane s'est trouvée plus souvent mieux déterminée que la moyenne.

Über die numerische Ermittlung von Periodizitäten.

Dr. *Josef Fuhrich*, Prag.

Wenden wir auf eine kontinuierliche Beobachtungsreihe von der Ausdehnung N, die nur periodische Elemente in der nicht beschränkten Anzahl n enthält:

$$y_\nu = \sum_{i=1}^{n} A_i \sin (\nu\varphi_i + \delta_i) \tag{1}$$

die Transformation

$$Y_k = \frac{\int\limits_0^{N-k} y_\nu y_{\nu+k}\, d\nu}{\sqrt{\int\limits_0^{N-k} y_\nu^2\, d\nu \cdot \int\limits_0^{N-k} y_{\nu+k}^2\, d\nu}} \tag{2}$$

an, so erhalten wir mit Rücksicht auf bekannte Eigenschaften der trigonometrischen Funktionen die transformierte Reihe

$$\eta_\nu^{(1)} = \sum_1^n C_i^{(1)} \cos \nu\varphi_i, \text{ wo } C_i^{(1)} = \frac{A_i^2}{\Sigma A_i^2} \text{ und } \Sigma C_i^{(1)} = 1 \text{ ist.} \tag{3}$$

Bei wiederholter Anwendung der Transformation (2) ändert sich die Funktion $\cos \nu\varphi_i$ nicht, während die Koeffizientenverhältnisse $C_i^{(\alpha)} : C_j^{(\alpha)} = A_i^{2\alpha} : A_j^{2\alpha}$ eine konvergente Folge bilden, sodaß $\lim\limits_{\alpha\to\infty} C_i^{(\alpha)} = 1$ wird, wenn A_i die größte der in (1) enthaltenen Amplituden bedeutet. Die zugehörige Frequenz ergibt sich eindeutig aus

$$\lim \eta_\nu^{(\alpha)} = \cos \nu\varphi_i. \tag{4}$$

Sind in (1) r Glieder mit gleicher Amplitude vorhanden, so haben wir $\lim \eta_\nu^{(\alpha)} = \frac{1}{r} \sum\limits_1^r \cos \nu\varphi_i$ und r läßt sich aus dem Grenzwert der Dispersion $\lim \sigma_\alpha^2 = 1/2r$ berechnen.

Bricht man das Verfahren nach einer endlichen Anzahl von Schritten ab, so erhält man mit Rücksicht auf $\lim \sigma_\alpha^2 = \frac{1}{2}$ als obere Schranke des mittleren Fehlers $\mu_\alpha^2 < \frac{1}{2} - \sigma_\alpha^2$.

Da die Transformierten einer Reihe von Zufallswerten sämtlich verschwinden, sind Zufallsstörungen des Ansatzes (1) nach zweimaliger Anwendung von (2) eliminiert.

Setzt man die Streuung der ersten Transformierten $\sigma_1^2 = 1/2n$, so erhält man n als Minimalzahl der in (1) enthaltenen Perioden.

Ein Kriterium für das Vorhandensein aperiodischer Terme ist die Relation $\frac{1}{N'}\int\limits_0^{N'} \eta_\nu^{(1)}\, d\nu \gtrless 0$, wobei das obere Zeichen insbesondere dann gilt, wenn dieselben monoton sind.

Betrachten wir an Stelle von (1) ein System von gedämpften Schwingungen in der Form

$$y_\nu = \sum_{i=1}^{n}{}' A_i e^{-\gamma_i \nu} \sin(\nu\varphi_i + \delta_i), \tag{5}$$

so finden wir, daß die einzelnen Perioden dem Grenzwerte $\cos \nu\varphi_i$ zustreben und die Koeffizientenverhältnisse sich von den für (1) angegebenen nur dadurch unterscheiden, daß A_i durch A_i/γ_i zu ersetzen ist.

Über eine interpretative Betrachtungsweise in der Versicherungsmathematik.

Dott. *M. Jacob*, Trieste.

In der Versicherungsmathematik begegnet man oft Problemen mannigfacher Art, welche im Wesen auf die Untersuchung der Differenz zweier, auf verschiedene Rechnungsgrundlagen bezogener Ausdrücke führen. Betrachtet man eine solche Differenz von rein formalem Standpunkte, so gelangt man zur „versicherungsmathematischen Fehlerrechnung", welche kürzlich von B. Ziezold behandelt wurde. Es ist aber, wie Verf. bereits in speziellen Fällen dargelegt hat, vorzuziehen, einen anderen Weg zu befolgen u. zw. einen solchen, der die Möglichkeit eröffnet, den auftretenden Differenzen eine versicherungstechnische Deutung zu geben und so über das Formale hinaus einen qualitativen Überblick zu gewinnen.

Als besonders geeignete Grundlage für eine solche Betrachtungsweise erweist sich die von Cantelli entwickelte Theorie der Kapitalsansammlung. Diese ermöglicht durch einen Kunstgriff, Formeln, die auf verschiedenen Rechnungsgrundlagen beruhen, durch allg. Formeln auszudrücken, die sich auf eine und dieselbe Rechnungsgrundlage beziehen. Auf diese Weise gelangt man zu einer Darstellung der fraglichen Differenzen durch eine Anzahl von