Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Rodolphe Raclis

Formule sommatoire générale

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 6, 164--165

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/123583`

dépendant même de fonctions arbitraires, comme nous l'avons montré[1]) pour l'équation de Volterra.

Considérons l'équation integrale

$$\varphi(x) - \lambda \int_0^1 G(x, s)\, \varphi(s)\, ds = 0 \tag{1}$$

où, comme cela arrive dans des problèmes de physique mathématique, $G(x, s)$ n'est pas la même fonction depuis 0 jusqu'à 1. Ainsi soit

$$\begin{aligned} G(x, s) &= g(x, s) \text{ pour } 0 < s < a(x) \\ G(x, s) &= g_1(x, s) \text{ pour } a(x) < s < 1 \end{aligned} \tag{2}$$

alors (1) peut s'écrire

$$\varphi(x) - \lambda \int_0^{a(x)} g(x, s)\, \varphi(s)\, ds - \lambda \int_{a(x)}^1 g_1(x, s)\, \varphi(s)\, ds = 0 \tag{1'}$$

qui est une équation de ce genre que nous avons nommé intégro-fonctionnelles et dont nous avons démontré que la solution dépend de fonctions arbitraires.[1]) On pourra faire coïncider l'intégrale φ avec une fonction (ou un arc) arbitraire dans un intervale $x_0 \ldots a(x_0)$ où x_0 est arbitraire, pourvu que cet intervale ne contienne pas l'intervale $0 \ldots 1$ entier (y compris les limites). Cette fonction arbitraire étant choisie, l'intégrale φ sera en général unique; mais il y a des cas où l'intégrale dépend en plus d'un certain nombre (quelque fois même dénombrable) de constantes arbitraires.

Formule sommatoire générale.

Rodolphe Raclis, Bucarest.

On donne la suite $\{a_n\}$, où $a_0 = 1$ et on en déduit la suite $\{b_n\}$, définie par $\sum_{\nu=0}^{n} a_\nu b_{n-\nu} = 0$, $n = 1, 2, \ldots$; on désigne par D le symbole de la dérivation et par q un entier positif ou nul, on pose

$$\overset{q}{\Lambda} = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{a_\nu}{\nu!} D^{q+\nu}, \quad \overset{q}{V} = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{b_\nu}{\nu!} D^{q+\nu}.$$

Soient $A_n(x)$ et $B_n(x)$ les polynomes d'Appell, inverses l'un

[1]) Voir C. Rendus Ac. Paris 1914 p. 1866—69. T. 158. J'y ai annoncé des nouvelles solutions de l'équation de Fredholm; voir aussi: Nouvelles solutions de l'équation de Volterra, Circolo Palermo 1915 p. 341—44 T. 39; Id Mathematique Cluj T. 30. 2. 1927; Congrès de Bologne 3. 1928 p. 121—32; C. R. Ac. Paris Mars 1929; Bulletin des Sc. Math. Paris 1929; Rendiconti Lincei 1929; 1930 fasc. 1, 12; Math. Cluj 1930 p. 49—63; C. R. Ac. Paris 16 Janvier et 3 Juillet 1933.

de l'autre, définis par

$$\mathrm{A}_n(x) = \overset{0}{\Lambda} x^n, \quad \mathrm{B}_n(x) = \overset{0}{V} x^n, \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Nous avons en $\mathrm{A}_n(x)$ l'expression la plus générale d'un polynome d'Appell, car la suite $\{a_n\}$ est arbitraire.

Lorsque $\mathrm{P}(x)$ est un polynome de degré $(m + q)$, on a la formule sommatoire

$$\mathrm{P}^{(q)}(x + h) = \sum_{\nu=0}^{m} \frac{\mathrm{B}_\nu(h)}{\nu!} \overset{q}{\Lambda} \mathrm{P}^{(\nu)}(x)$$

et lorsque $\varphi(x)$ est une fonction arbitraire, qui admet une dérivée d'ordre $(m + 1)$, continue pour les valeurs de la variable qui entrent en considération, on a

$$\varphi(x + h) + \tau_q = \sum_{\nu=0}^{m} \frac{\mathrm{B}_{q+\nu}(h)}{(q + \nu)!} \overset{q}{\Lambda} \varphi^{(\nu)}(x) + T_{m+1}$$

où les termes complémentaires ont les expressions

$$\tau_q = -\left(\overset{q}{\Lambda} \int_h^z \frac{\mathrm{B}_{q-1}(h - t + z)}{(q - 1)!} \varphi(x + t)\, dt\right)_{z=0}$$

$$T_{m+1} = -\left(\overset{q}{\Lambda} I_{m+1}(z)\right)_{z=0}$$

$$\mathrm{I}_{m+1}(z) = \int_h^z \frac{\mathrm{B}_{m+q}(h - t + z)}{(m + q)!} \varphi^{(m+1)}(x + t)\, dt.$$

Cette formule sommatoire générale contient, comme cas particuliers, toutes les formules sommatoires du Calcul aux différences finies; elle donne le développement d'une fonction arbitraire, en série de polynomes arbitraires d'Appell, avec l'expression du terme reste; elle me sert à définir la solution principale de l'équation différentielle linéaire, d'ordre fini ou infini, et en particulier de l'équation aux différences finies, d'ordre infini, comme je l'ai fait dans ma Thèse de Paris, publiée en 1929 aux Presses Universitaires de France, pour les équations aux différences finies, d'ordre fini.

Institut Mathématique Roumain.

Sur les équations aux dérivées partielles du type parabolique à deux variables indépendantes.

Alfred Rosenblatt, Kraków.

J'ai entrepris l'étude de la généralisation des conditions classiques de l'existence et de l'unicité des solutions des équations