

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Vilém Jung

Příspěvek k nauce o číslech

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 8 (1879), No. 4, 184--185

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123543>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1879

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Příspěvek k nauce o číslech.

Napsal

Vilém Jung v Pardubicích.

Značí-li a, p čísla nesoudělná a utvoříme-li si

$$Z\left(\frac{a}{p}\right) = \alpha_1$$

$$Z\left(\frac{2a}{p}\right) = \alpha_2$$

$$Z\left(\frac{3a}{p}\right) = \alpha_3$$

⋮

$$Z\left(\frac{(p-1)a}{p}\right) = \alpha_{p-1},$$

pak jsou $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots \alpha_{p-1}$ zbytky od sebe různé.*)

Zároveň tu platí zákon:

$$\alpha_k = \alpha_1 + \alpha_{k-1} \quad \text{a je-li} \quad \alpha_1 + \alpha_{k-1} > p$$

$$\alpha_k = Z\left(\frac{\alpha_1 + \alpha_{k-1}}{p}\right)$$

neb obecněji

$$Z\left(\frac{\alpha_k}{p}\right) = Z\left(\frac{\alpha_1 + \alpha_{k-1}}{p}\right).$$

Tento zákon jest zvláštním případem všeobecnějšího, jehož odvození krátce tuto podám. Patrně, že

$$Z\left(\frac{(k+i)a}{p}\right) - Z\left(\frac{ka}{p}\right) = Z\left(\frac{ia}{p}\right)$$

to jest $\alpha_{k+i} = \alpha_k + \alpha_i$ a je-li $\alpha_k + \alpha_i > p$

$$\alpha_{k+i} = Z\left(\frac{\alpha_k + \alpha_i}{p}\right)$$

neb obecněji

$$Z\left(\frac{\alpha_{k+i}}{p}\right) = Z\left(\frac{\alpha_k}{p}\right) + Z\left(\frac{\alpha_i}{p}\right). \quad (1)$$

*) Viz Dr. *Studničky*: „Nauka o číslech“ pag. 88. —

Z tohoto vzorce si odvodíme jiný, který nám k rychlému vyčíslení jakéhokoli α_n poslouží, při čemž třeba jen α_1 znáti které snadno odvodíme.

Položme $i = (n-1)k$, kde $n < \frac{p}{k}$ pak

$$\alpha_{nk} = \alpha_k + \alpha_{(n-1)k}$$

a je-li

$$\alpha_k + \alpha_{(n-1)k} > p, \quad \alpha_{nk} = Z\left(\frac{\alpha_k + \alpha_{(n-1)k}}{p}\right)$$

obecněji

$$Z\left(\frac{\alpha_{nk}}{p}\right) = Z\left(\frac{\alpha_k}{p}\right) + Z\left(\frac{\alpha_{(n-1)k}}{p}\right)$$

obdobně

$$Z\left(\frac{\alpha_{(n-1)k}}{p}\right) = Z\left(\frac{\alpha_k}{p}\right) + Z\left(\frac{\alpha_{(n-2)k}}{p}\right)$$

$$Z\left(\frac{\alpha_{(n-2)k}}{p}\right) = Z\left(\frac{\alpha_k}{p}\right) + Z\left(\frac{\alpha_{(n-3)k}}{p}\right)$$

⋮

$$Z\left(\frac{\alpha_{2k}}{p}\right) = Z\left(\frac{\alpha_k}{p}\right) + Z\left(\frac{\alpha_k}{p}\right)$$

$$Z\left(\frac{\alpha_k}{p}\right) = Z\left(\frac{\alpha_k}{p}\right).$$

Sečtením na obou stranách povstane pak

$$Z\left(\frac{\alpha_{nk}}{p}\right) = nZ\left(\frac{\alpha_k}{p}\right) = Z\left(\frac{n\alpha_k}{p}\right). \quad (2)$$

Znamená-li α_{nk} , zbytek absolutně menší než p , pak jest

$$\alpha_{nk} = Z\left(\frac{n\alpha_k}{p}\right)$$

je-li $n\alpha_k > p$.

Je-li konečně $k=1$, plyne z toho

$$\alpha_n = Z\left(\frac{n\alpha_1}{p}\right), \text{ kde } \alpha_n < p \text{ a } n\alpha_1 > p$$

Tento vzorec má praktickou cenu v případech, kde je α velké, α_1 pak poměrně malé.

Je-li $\alpha < p$, pak postrádá vzorec ceny, když nejmenší zbytek $\alpha_1 = \alpha$.