Vilém Jung

Poznámka o řetězcích

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 21 (1892), No. 2, 88--90

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/123512`

Konstrukce této s výhodou užijeme, kde nemůžeme celou čáru kruhovou rýsovati.

Poznámka 1. Tyto konstrukce lze provésti již čarami vytaženými v obrazcích plně.

Poznámka 2. Považujeme-li čáru kruhovou K_1 (obr. 2.) za onu, již máme rektifikovati, jest patrno z konstrukce, že prodloužíme-li si určitý průměr, můžeme ji celou provésti pomocí dělícího kružidla.

Poznámka o řetězcích.

Žákům středních škol sděluje

Vilém Jung,
professor při státní průmyslové škole v Praze.

Dán-li řetězec

$$(1)\qquad \overset{n}{\underset{k=1}{F}} \frac{b_k}{a_k} = b_1 \,/\, a_1 + b_2 \,/\, a_2 + \ldots + b_n \,/\, a_n,$$

jest $(m-1)$ sblíženou hodnotou jeho

$$(2)\qquad \overset{m-1}{\underset{k=1}{F}} \frac{b_k}{a_k} = b_1 \,/\, a_1 + b_2 \,/\, a_2 + \ldots + b_{m-1} \,/\, a_{m-1} = \frac{p_{m-1}}{q_{m-1}},$$

kdež značí

$$\begin{cases} p_{m-1} \\ q_{m-1} \end{cases} \text{jejího} \begin{cases} \text{čitatele} \\ \text{jmenovatele.} \end{cases}$$

Učiníme-li

$a't$ v tečce, jíž dvojnásobná vzdálenosť od tečky b' rovná se hodnotě 3·14190 poloměru. Liší se tedy od pravé hodnoty o hodnotu 0·0003 poloměru, což znamená, pro poloměr 1 *m*, chybu 0·3 *mm*.

Tato konstrukce má však jen potud význam, pokud onen rozdíl nástroji postihnouti lze.

Z konstrukce této, jak zřejmo, přímo můžeme odměřiti kružidlem délky π, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{4}$, o které nám často jde.

$$(3) \qquad x_{m-1} = \overset{n}{\underset{k=m}{\mathrm{F}}} \frac{b_k}{a_k} = b_m \,/\, a_m + \ldots + b_n \,/\, a_n\,,$$

obdržíme z (1)

$$(4) \quad \overset{n}{\underset{k=1}{\mathrm{F}}} \frac{b_k}{a_k} = b_1 \,/\, a_1 + b_2 \,/\, a_2 + \ldots + b_{m-1} \,/\, a_{m-1} + x_{m-1}\,.$$

Srovnáním tohoto tvaru obdržíme obyčejný zlomek, jehož čitatel i jmenovatel jsou linearnými funkcemi veličiny x_{m-1}, t. j.

$$(5) \qquad \overset{n}{\underset{k=1}{\mathrm{F}}} \frac{b_k}{a_k} = \frac{\mathrm{K} + \mathrm{M}x_{m-1}}{\mathrm{L} + \mathrm{N}x_{m-1}}\,,$$

kde jsou K, L, M, N funkcemi veličin a_k a b_k.

K ustanovení jich položme v (5) $x_{m-1} = 0$, pak srovnáním s (2) vychází

$$(6) \qquad \begin{aligned} \mathrm{K} &= p_{m-1} \\ \mathrm{L} &= q_{m-1}\,, \end{aligned}$$

čímž vzorec (5) nabývá tvaru:

$$(7) \qquad \overset{n}{\underset{k=1}{\mathrm{F}}} \frac{b_k}{a_k} = \frac{p_{m-1} + \mathrm{M}x_{m-1}}{q_{m-1} + \mathrm{N}x_{m-1}}\,.$$

Nahraďme zde

$$x_{m-1} = \frac{b_m}{a_m + x_m}\,,$$

při čemž

$$x_m = \overset{n}{\underset{k=m+1}{\mathrm{F}}} \frac{b_k}{a_k}\,,$$

obdržíme ze (7)

$$(8) \qquad \overset{n}{\underset{k=1}{\mathrm{F}}} \frac{b_k}{a_k} = \frac{a_n p_{m-1} + \mathrm{M}b_m + p_{m-1}x_m}{a_m q_{m-4} + \mathrm{N}b_m + q_{m-1}x_m}\,.$$

Dle (6) lze položiti

$$(9) \qquad \begin{aligned} p_m &= a_m p_{m-1} + b_m \mathrm{M}\,, \\ q_m &= a_m q_{m-1} + b_m \mathrm{N}\,, \end{aligned}$$

tak že

$$(10) \qquad \overset{n}{\underset{k=1}{\mathrm{F}}} \frac{b_k}{a_k} = \frac{p_m + p_{m-1}x_m}{q_m + q_{m-1}x_m}\,.$$

Zmenšením indexu m o 1 možno, poněvadž jsme m neomezili, psáti:

$$\underset{k=1}{\overset{n}{\mathrm{F}}} \frac{b_k}{a_k} = \frac{p_{m-1} + p_{m-2}\, x_{m-1}}{q_{m-1} + q_{m-2}\, x_{m-1}}, \tag{11}$$

z čehož plyne srovnáním se (7)

$$\begin{aligned} M &= p_{m-2}, \\ N &= q_{m-2}. \end{aligned} \tag{12}$$

Dosazením těchto hodnot do (9) obdržíme hledané formule:

$$\begin{aligned} p_m &= a_m p_{m-1} + b_m p_{m-2}, \\ q_m &= a_m q_{m-1} + b_m q_{m-2}, \end{aligned} \tag{13}$$

jež se obyčejně odvozují způsobem induktivním.

Různé věty arithmetické. *)

Abiturentům píše

M. Lerch,

docent mathematiky na české vysoké škole technické.

I.

Každému kladnému číslu realnému x odpovídá celistvé číslo udávající jeho celky, t. j. největší celistvé číslo obsažené v x; tyto celky čísla x znamenejme po příkladu Legendreově $E(x)$ (E jako začáteční písmě slova entier = celistvý) aneb dle Gausse $[x]$. Pro všecka x hovící podmínce $0 \leqq x < 1$ jest $E(x) = 0$, pro $1 \leqq x < 2$ pak $E(x) = 1$, dále pro $2 \leqq x < 3$ bude $E(x) = 2$ atd., obecně při $n \leqq x < n + 1$ pak $E(x) = n$. Studiem vlastností tohoto v podstatě prajednoduchého výrazu $E(x)$ chceme se zabývati v této stati.

1. Buďtež n, k dvě celistvá kladná čísla; zlomky $\frac{n}{k}$,

*) Ukázky z přednášek konaných na české vysoké škole technické v zimním semestru 1891—2.