Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Augustin Pánek

Poznámka o cissoidě Dioklově

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 16 (1887), No. 1, 33--35

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123502

Poznámka o cissoidě Dioklově.

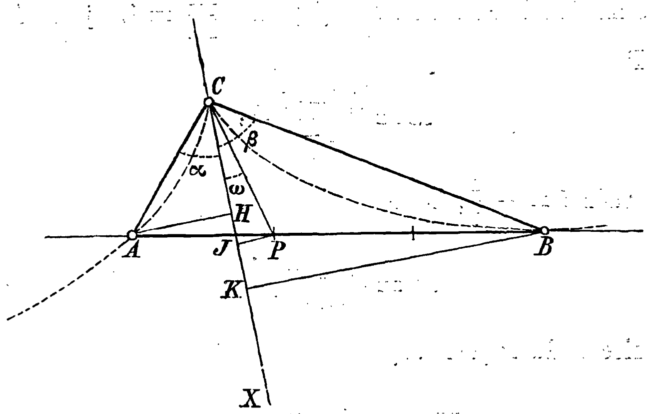
Pro žáky středních škol napsal

Augustin Pánek.

Rozdělme základnu $\overline{AB}$ trojúhelníku ABC na tři sobě rovné díly a spojme první dělící bod P s vrcholem C; strany $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ a spojnice $\overline{PC}$ nechť svírají s přímkou $\overline{CX}$, vrcholem C procházející, posloupně úhly α, β, ω. Je-li o těchto úhlech v platnosti rovnice

$$\cot \omega = \operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha,$$

pak jsou vrcholy trojúhelníku ABC na cissoidě Dioklově, a sice jest strana $\overline{AB}$ tečnou cissoidy, tak že vrchol A jest tangencialným bodem dotyčného bodu B, vrchol C jest bodem úvratu cissoidy a přímka $\overline{CX}$ jest symetralou její.



Pokládáme-li vrchol C trojúhelníku za počátek pravoúhlé soustavy souřadnic, přímku $\overline{CX}$ za osu úseček, jest, jak povědomo, rovnice cissoidy

$$(p - x)\, y^2 - x^3 = 0,$$

kde značí p průměr kruhu základního.

Nazveme-li souřadnice bodu dotyčného B(x_1, y_1) jest rovnice tečné

$$y = \frac{x_1^{\frac{1}{2}}}{2(p-x_1)^{\frac{3}{2}}}\left\{(3p-2x_1)x - px_1\right\}.\text{*)}$$

Spojíme-li rovnici tečné a křivky, nabudeme rovnici

$$(x-x_1)^2\{(4p-3x_1)x-px_1\}=0,$$

ze kteréž plyne hodnota úsečky tangencialního bodu A

$$x=\frac{px_1}{4p-3x_1}=\overline{\mathrm{CH}}$$

a tedy příslušná pořadnice

$$y=-\frac{px_1^{\frac{3}{2}}}{2(4p-3x_1)(p-x_1)^{\frac{1}{2}}}=\overline{\mathrm{HA}}.$$

Označíme-li charakteristický poměr $\frac{\mathrm{AP}}{\mathrm{BP}}=\lambda$, jest úsečka bodu P

$$\overline{\mathrm{CJ}}=\frac{\overline{\mathrm{CH}}-\lambda x_1}{1-\lambda},$$

a poněvadž $\lambda=-\frac{1}{2}$, bude

$$\overline{\mathrm{CJ}}=\frac{x_1(2p-x_1)}{4p-3x_1};$$

pořadnice bodu P jest tedy

$$\overline{\mathrm{JP}}=\frac{x_1^{\frac{3}{2}}(p-x_1)^{\frac{1}{2}}}{4p-3x_1}.$$

Z pravoúhlých trojúhelníků CJP a CHA nabudeme

*) Srovnej: *Pánek*, Elementární způsob vyšetřování křivek rovinných. Časopis pro pěst. math. a fys., roč. IV., str. 225.

$$\cot \omega = \frac{\overline{CJ}}{\overline{JP}} = \frac{2p - x_1}{x_1^{\frac{1}{2}}(p - x_1)^{\frac{1}{2}}}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\overline{CH}}{\overline{HA}} = - \frac{2(p - x_1)^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}},$$

načež součet obou těchto rovnic

$$\cot \omega + \operatorname{tg} \alpha = \frac{x_1^{\frac{1}{2}}}{(p - x_1)^{\frac{1}{2}}}.$$

Ale poněvadž $\operatorname{tg} \beta = \frac{y_1}{x_1}$, a máme-li zření k rovnici cissoidy, též

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{x_1^{\frac{1}{2}}}{(p - x_1)^{\frac{1}{2}}},$$

tudíž, srovnajíce poslední výsledky, nalezneme

$$\cot \omega = \operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha.$$

Poznámka o jisté kapalině fluorescenční.

Napsal

Jan Kroutil

professor ve Valašském Meziříčí.

Chtěje opakovati pokusy Bezoldovy o obrazcích, jaké vznikají prouděním kapalin*), vzal jsem k tomu mimo jiné také obyčejný kovový inkoust červený.**) Pokusy ty na tvrdé vodě studniční nijak se inkoustem tímto nedařily. Avšak hned při prvním pokusu poutala pozornost mou věc jiná: vlákénko utvořené z inkoustu ve vodě klesajícího jest, díváme-li se na ně svrchu dolů, krásně zeleným, nikoliv červeným, jak bychom

---

*) W. v. Bezold „Über Strömungsfiguren in Flüssigkeiten“ Wied. Annalen d. Phys. und Chem. Neue Folge, B. XXIV. p. 569 a násl.

**) Inkoust ten pochází od firmy „H. Roedl v Praze“, která ho v obchod uvedla v malých láhvičkách čtyřbokých opatřených vinětkou s nápisem „Jemný červený inkoust kovový, H. Roedl v Praze“. Dostati ho lze kdekoliv.