Věstník literární. *)

F. Joachimsthal *„Elemente der analytischen Geometrie der Ebene"* II. Aufl. jest spis, kterýž zasluhuje především povšimnutí ode všech, jimž jest vyučovati mathematice ve vyšších třídách našich škol středních. Spisovatel jeho, který r. 1861 zemřel co professor mathematiky na universitě vratislavské, znám jest svým badáním co velmi důkladný znalec věci a svým působením co velmi dobrý učitel, takže od něho se může očekávati nejlepších výsledků, spustí-li se do základních vyšetřování, jaká tuto shledáváme; a jelikož právě tento spis, jak v předmluvě se uvádí, několikrát přepracoval, takže ani sám konečného vydání se nedočkal, můžeme se napřed již spolehati, že nic nepodává bez důkladného uvážení.

Že béře se tu všude k novějším výkladům a výsledkům, není ani třeba zvláště podotýkati; uvésti chceme toliko, že jde mnohem dále, nežli se ve spisech rázu tohoto děje, což nejlépe se pozná z obsahu hlavy IX., X. a XI., které jednají o příčkách neb přímkách transversálných, o všeobecných vlastnostech kuželoseků a spojení jich s příčkami jakož i o kombinaci dvou a více kuželoseků. —

Mimo to odporučujeme všem, kdož se pilněji zanášejí fysikou, aby důkladně si povšimli spisu v každém ohledu vynikajícího, jejž vydali angličtí fysikové **W. Thomson** a **P. G. Tait** a jehož první část již přeložili známí němečtí učenci *H. Helmholtz* a *G. Wertheim*.

Handbuch der theoretischen Physik, erster Band, jakž se nazývá svazek známou firmou Viewegovou v Brunšviku elegantně vydaný, obsahuje především úvod do fysiky vůbec, počíná kinematikou, naukou o prostém pohybu, kteráž tu velmi elegantním a důmyslným spůsobem jest sestavena, probírá pak zákony a základy neb principy dynamiky, přechází na to k vyšetřování fysikální zkušenosti a její důležitosti a končí stručným, avšak velmi důkladným oceněním míry vůbec a měřicích strojů zvláště.

Spůsob, jakým se tu o jednotlivých předmětech jedná, jest skoro vesměs originální a nanejvýš zajímavý, takže celý spis nazvati sluší velmi vítaným doplňkem každé literatury fysikální; němečtí překladatelové sami praví, že vyplňuje velmi citelnou mezeru literatury německé spůsobem nejvýtečnějším — a tato literatura patří zajisté k nejbohatším.

Abychom aspoň jedním příkladem odůvodnili všeobecný výrok o spisu tomto pronešený, uvádíme tuto zároveň nový a jednoduchý spůsob, jakým se v něm odvozuje jedna z nejdůležitějších pouček theorie pravděpodobnosti.

Co se tkne chyb, jež možná při pozorování nějakém učiniti, o těch platí tyto základní poučky:

---

*) Poněvadž v současně vydané *„třetí zprávě jednoty českých mathematiků"* obšírný seznam nových spisů z oboru mathematiky a fysiky jest sestaven, uvádíme tentokráte jen tři z nejdůležitějších.

a) pravděpodobnost chyb positivních a negativních jest stejně veliká — měříme-li nějakou délku, jest pravděpodobnost, že udáme méně, tak velká, jako že udáme více nežli obnáší pravá míra —;

b) pravděpodobnost menších chyb jest větší nežli větších — měříme-li délku několika palců, jest pravděpodobnost, že chybíme o nějakou desetinu čárky, zajisté větší nežli že chybíme o celou čárku —;

c) pravděpodobnost velikých chyb jest o — měříme-li délku několika palců, jest pravděpodobnost, že chybíme o celý palec, *o*, jelikož se tomu obyčejnou pozorností můžeme vyhnouti —;

d) pravděpodobnost, že chyba nějaká leží mezi x a $x + \Delta x$, kdež $\lim \Delta x = o$, *jest přiměřena veličině Δx.*

Podlé toho můžeme tedy pravděpodobnost, že nějaká chyba připadá mezi x a $x + \Delta x$, vyjádřiti součinem

$$\varphi(x^2)\,\Delta x \tag{1}$$

a poněvadž každá chyba leží nutně mezi $-\infty$ a $+\infty$, bude první podmínka, jíž musí neznámá dosud funkce φ vyhoviti, v tomto případě

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x^2)\,dx = 1, \tag{2}$$

což značí, „pravděpodobnost jest 1 neb pravda jest, že chyba připadá do těchto nekonečných mezí.“

Abychom pak ustanovili tvar funkce φ — a tu jeví se originálnost spisu jmenovaného —, představme si, že chceme, aby hmotný bod s nějaké výše spuštěný dopadl do určitého místa, do určité polohy. Vedeme-li touto polohou pravoúhelnou soustavu souřadnicovou, bude pravděpodobnost, že dopadne do vzdálenosti od osy pořadnic, která leží mezi x a $x + \Delta x$,

$$\varphi(x^2)\,\Delta x$$

a pravděpodobnost, že dopadne do vzdálenosti od osy úseček, která leží mezi y a $y + \Delta y$,

$$\varphi(y^2)\,\Delta y.$$

Jelikož oba případy jsou od sebe neodvislé, bude tedy pravděpodobnost, že dopadne do elementárního obdélníku $\Delta x\,\Delta y$, součinem obou předcházejících neb

$$\varphi(x^2)\,\varphi(y^2)\,\Delta x\,\Delta y.$$

Položíme-li tímtéž bodem začátečním jinou soustavu pravoúhelnou, obdržíme pro tutéž pravděpodobnost výraz

$$\varphi(x_1^2)\,\varphi(y_1^2)\,\Delta x_1\,\Delta y_1,$$

z čehož jde, jelikož patrně

$$\Delta x\,\Delta y = \Delta x_1\,\Delta y_1,$$

co funkcionální rovnice, jíž musí tvar funkce φ vyhoviti,

$$\varphi(x^2)\,\varphi(y^2) = \varphi(x_1^2)\,\varphi(y_1^2),$$

při čemž zároveň platí

$$x^2 + y^2 = x_1^2 + y_1^2.$$

Abychom tuto rovnici mohli co nejpohodlněji řešiti, položme

$$x_1 = o, \text{ načež bude } y_1^2 = x^2 + y^2,$$

a tudíž

$$\varphi(x^2)\,\varphi(y^2) = \varphi(o)\,\varphi(x^2 + y^2);$$

derivujeme-li pak jednou podlé x a jednou podlé y, obdržíme především

$$\varphi'(x^2)\,\varphi(y^2) = \varphi(0)\,\varphi'(x^2+y^2),$$
$$\varphi(x^2)\,\varphi'(y^2) = \varphi(0)\,\varphi'(x^2+y^2),$$

z čehož jde, značí-li a stálou veličinu,

$$\frac{\varphi'(x^2)}{\varphi(x^2)} = \frac{\varphi'(y^2)}{\varphi(y^2)} = a,$$

a integrujeme-li,

$$\varphi(x^2) = ce^{bx^2},$$

kdež b a c jsou stálé veličiny, jež nutno blíže určiti.

Jelikož pravděpodobnost větší chyby jest menší, musí býti b negativní, za kteroužto příčinou možná položiti

$$b = -\frac{1}{h^2},$$

tak že h měří hrubost neb jemnost měření neb pozorování, načež se poslední rovnice promění v

$$\varphi(x^2) = ce^{-\frac{x^2}{h^2}}. \tag{3}$$

Dosadíme-li pak tuto hodnotu do vzorce (2), obdržíme

$$c\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{h^2}}dx = 1 = ch\sqrt{\pi},$$

z čehož jde, že hodnota integrační stálé

$$c = \frac{1}{h\sqrt{\pi}}. \tag{4}$$

Použijeme-li tedy vzorce (3) a (4), obdržíme místo výrazu (1)

$$\frac{1}{h\sqrt{\pi}}\,e^{-\frac{x^2}{h^2}}\Delta x$$

pro pravděpodobnost, že byla při nějakém pozorování učiněna chyba x.

Máme-li tedy na zřeteli jen vzdálenost od bodu, do něhož máme naraziti, aniž bychom si všímali směru, bude tu zákon chyb vyjádřen integrálem

$$\frac{1}{\pi h^2}\int_0^{2\pi}\int_r^{r+dr} e^{-\frac{r^2}{h^2}}\,r\,dr\,d\varrho = \frac{2}{h^2}\int_r^{r+dr} e^{-\frac{r^2}{h^2}}\,r\,dr;$$

zákon chyb vyjadřuje tedy všeobecně vzorec

$$\frac{2}{h^2}\,e^{-\frac{r^2}{h^2}}\,r\,dr\,^{*)} \tag{5}$$

což se i potvrzuje tím, že

$$\frac{2}{h^2}\int_0^{\infty} e^{-\frac{r^2}{h^2}}\,r\,dr = 1.$$

Std.

---

*) Srovnej *Navier* „Lehrbuch der Differential — und Integralrechnung II. Bd. pag. 422.

„Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit“ nazývá se 58 stránkový spisek, jímž na slovo vzatý professor fysiky na universitě naší, **E. Mach** obohatil právě literaturu fysikální a jejž co nejvřeleji odporučujeme zejmena všem professorům fysiky k bedlivému uvážení.

Jak známo, tropí se v posledních desítiletích s rozmanitými fysikálními principy nesmírně mnoho hluku, jako by byly magickým klíčem, kterýmž se otevírají všecky brány k tajuplným základům všech nynějších i budoucích zjevů přírodních, ač nevyjadřují, když je rozložíme a na původní pojmy uvedeme, obyčejně než základní jakési pravdy dávno již v jiné formě známé. Podobně to vypadá s principem, jemuž věnován jest spis tento.

Na širokém základě historickém dokazuje tu Mach, že *učení o nezrušitelnosti práce* (síly) se nezakládá než na starém učení, že *nemožno jest práci z ničeho vyvoditi* (ex nihilo fit nihil) aneb že *perpetuum mobile jest nemožné,* a dokládá, že tedy tento, krátce řečeno, axiom jest historickým základem známého vzorce *)

$$\tfrac{1}{2}\Sigma mv^2 - \tfrac{1}{2}\Sigma mv_0{}^2 = \Sigma\int (X\,dx + Y\,dy + Z\,dz).$$

Dále dokazuje spůsobem velmi duchaplným, místy i překvapujícím, že toto učení o nemožnosti stroje věčně jdoucího, které vedlo k vynalezení mnohých mechanických a později i fysikálních pravd, nemá co dělati s mechanickým názorem do moderní fysiky uvedeným a že není než zvláštní tvar *zákonu příčinnosti,* kterým se stanoví jen *souvislost zjevů přírodních.*

Účel věd přírodních jest pak vyzpytovati tuto souvislost všestranně.

Jakých theorií se při tom používá, jest pro *konečný* výsledek lhostejno; neb jak ku konci spisovatel praví „die Theorien sind wie dürre Blätter, welche abfallen, wenn sie den Organismus der Wissenschaft eine Zeit lang in Athem gehalten haben.“

Ku konci připojeny jsou spisu tomuto velmi zajímavé poznámky, z nichž jedna obsahuje doklad, jak i u vědě panuje smutné *cechovnictví.*

Závěrek pak činí všeobecné věty tyto:

„Wir lernen sehr bald unsere Vorstellungen von unseren Empfindungen (Wahrnehmungen) unterscheiden. Die Aufgabe der Wissenschaft kann es nun sein:

1. Die Gesetze des Zusammenhanges der Vorstellungen zu ermitteln (Psychologie).
2. Die Gesetze des Zusammenhanges der Empfindungen (Wahrnehmungen) aufzufinden (Physik).
3. Die Gesetze des Zusammenhanges der Empfindungen und Vorstellungen klar zu stellen (Psychophysik).“ *Std.*

---

*) Co se týne významu jednotlivých písmen tohoto vzorce, viz *H. Laurent* „Traité de Mécanique rationelle“, Paris 1867. Tome II. pag. 20. neb *Duhamel* „Lehrbuch der analytischen Mechanik“ deutsch von Schlömilch, Leipzig 1858. II. Bd. pag. 97.