

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

František Josef Studnička
O kvadratuře kruhu

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 1 (1872), No. 1, 35--38

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123418>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1872

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

$$s = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Delta^k u_1}{2^{k+1}},$$

což se shoduje s Eulerovým vzorcem.

Podle toho možná na př. proměnění známou řadu Leibnicovu

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

v rychleji konvergující

$$\frac{\pi}{2} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{3 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9} + \dots$$

O kvadratuře kruhu *)

(Podává dr. F. J. Studnička.)

Každým skoro rokem domnívá se někdo, že sestrojil *perpetuum mobile* aneb vynalezl *kvadraturu kruhu*, ač věda, do kteréž tyto otázky patří, dávno již dokázala, že i toto i ono jest nemožné.

Co se zejména tkne kvadratury kruhu, možná způsobem dosti jednoduchým dokázati, že i π i π^2 značí *irracionální* číslo, a tím se přesvědčiti, že nelze u kruhu poměr obvodu k poloměru vyjádřiti číslem racionálním aneb že obvod jest nesměřitelný poloměrem.

Třebať tu jen znáti z theorie řetězců

$$a) \text{ vzorec } tg x = \frac{x}{1 - \frac{x^2}{3 - \frac{x^2}{5 - \frac{x^2}{7 - \dots}}}}$$

b) poučku, že nekonečný řetězec

$$\frac{a_1}{b_1 + \frac{a_2}{b_2 + \frac{a_3}{b_3 + \dots}}}$$

*) Článek tento uveřejňujeme za tou příčinou, abychom mohli k němu poukázati, když nám někdo, jakž často se děje, oznámí, že se mu pomocí boží podařilo nalézt kvadraturu kruhu.

má irracionální hodnotu mezní, značí-li všeobecně a_k, b_k celistvá čísla pozitivní, o nichž platí aspoň od některého članku počínajíc

$$a_k < b_k.$$

Podle toho jest tangenta čísla racionálního veličinou irracionální; a poněvadž

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1,$$

musí býti $\frac{\pi}{4}$ a tudíž i π veličinou irracionální.

Podobně možná důkaz provésti o π^2 ; třebať jen použití známého vzorce

$$2 = \frac{\pi^2}{6 - \frac{\pi^2}{10 - \frac{\pi^2}{14 - \dots}}}$$

jen o vyšších mocninách π neví se dosud určitě, jsou-li též irracionální jako mocniny stálé e čili nic. K poučce „každá racionální mocnina stálé e jest veličinou irracionální“ nejspíše se druží podobná „každá racionální mocnina stálé π jest veličinou irracionální.“

Docela jiného významu nabývá však otázka o kvadratuře kruhu, jedná-li se o to, aby se *vypočítala* neb *znázornila* hodnota tohoto stálého poměru π co možná nejurčitěji aneb tak určitě, jak kdo chce.

Co se tkne tohoto úkolu, zná se mnoho rozmanitých způsobů, jakými se pomocí pravítka a kružidla dá sestrojiti přibližně až na 5 míst desetinných hodnota poměru π *); máme-li pak na zřeteli pouze přibližné vypočítání hodnoty π , tu nejlépe slouží nekonečné výrazy algebraické, jako nekonečné součty (řady), součiny aneb podíly (řetězce), jakými analysis vyjadřuje π a jichž ode dávna bylo též používáno.

Wallis na př. uveřejnil již r. 1655 vzorec součinnový

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdots,$$

krajan jeho Brouncker r. 1658 vzorec řetězcový

*) Viz Tilšer „Soustava deskriptivní geometrie“ pag. 40.

$$\frac{\pi}{4} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3^2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{5^2 + \dots}}}}}$$

a Leibniz r. 1682 jednoduchý vzorec řadový

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots,$$

od kteréžto doby poznala se hojnost podobných, mnohem však přiměřenějších vzorců na vypočítání hodnoty π .¹⁾

Jak se během času postupovalo v určitosti, jakou byla vyměřena tato hodnota, poznati lze nejlépe z tohoto sestavení:

Určilt π

roku	250 př. Kr.	<i>Archimedes</i> ²⁾	na	2	místa desetinná
„	120 po Kr.	<i>Ptolomæus</i>	„	3	„ „
„	1464 „ „	<i>Regiomontanus</i>	„	3	„ „
„	1580 „ „	<i>J. Rheticus</i>	„	8	míst desetinných
„	1585 „ „	<i>A. Metius</i>	„	8	„ „
„	1579 „ „	<i>F. Vieta</i>	„	11	„ „
„	1597 „ „	<i>A. Romanus</i>	„	16	„ „
„	1616 „ „	<i>L. v. Ceulen</i> ³⁾	„	32	„ „
„	1621 „ „	<i>W. Snellius</i>	„	34	„ „
„	1717 „ „	<i>A. Sharp</i>	„	72	„ „
		<i>Machin</i>	„	100	„ „
„	1719 „ „	<i>de Lagny</i>	„	114	„ „
„	1742 „ „	<i>Euler</i> ⁴⁾	„	127	„ „
„	1790 „ „	<i>Vega</i>	„	136	„ „
„	1842 „ „	<i>Rutherford</i>	„	152	„ „
		<i>(Anonymus)</i>	„	154	„ „
„	1844 „ „	<i>Z. Dahse</i>	„	200	„ „
		<i>Clausen</i>	„	256	„ „
„	1853 „ „	<i>Shanks</i>	„	318	„ „
„	„ „ „	<i>Richter</i>	„	330	„ „
„	1854 „ „	<i>Richter</i>	„	400	„ „
„	1853 „ „	<i>Rutherford</i>	„	440	„ „
„	1855 „ „	<i>Richter</i>	„	500	„ „
„	1853 „ „	<i>Shanks</i>	„	530	„ „

Výsledek posledně uvedeného výpočtu Shanksova zní takto :

$\pi = 3 \cdot$ 141 592 653 589 793 238 462 643 383 279
 502 884 197 169 399 375 105 820 974 944
 592 307 816 406 286 208 998 628 034 825
 342 117 067 982 148 086 513 282 306 647
 093 844 609 550 582 231 725 359 408 128
 481 117 450 284 102 701 938 521 105 559
 644 622 948 954 930 381 964 428 810 975
 665 933 446 128 475 648 233 786 783 165
 271 201 909 145 648 566 923 460 348 610
 454 326 648 213 393 607 260 249 141 273
 724 587 006 606 315 588 174 881 520 920
 962 829 254 091 715 364 367 892 590 360
 011 330 530 548 820 466 521 384 146 951
 941 511 609 433 057 270 365 759 591 953
 092 186 117 381 932 611 793 105 118 548
 074 462 379 962 749 567 351 885 752 724
 891 227 938 183 011 949 129 833 673 362
 440 656 643 086 021 394 88...

O původu zemského magnetismu.

Stojí-li koule pozitivní elektřinou opatřená proti izolované kouli kovové, stane se indukcí polokoule odvrácená taktéž pozitivní, polokoule však k ní obrácená negativní. Otáčí-li se pak tato koule kolem své osy, pohybují se navedené elektřiny v opačném směru, čímž povstává elektrický proud, jdoucí tímto

1) Viz „O kvadratuře kruhu.“ Historicko-mathematické pojednání od Fr. Müllera. 1865.

2) *Archimedes* dokázal, že hodnota π jest mezi $3\frac{1}{7}$ a $3\frac{1}{8}$. *Eudoxus* komentátor praví, že *Apollonius* a *Claudius Ptolomeus* ustanovili určitěji π , že tím ale není zastíněna sláva Archimedova, poněvadž poměr jím vyšetřený jest jednoduchý a „ π ρός τὰς τοῦ βίου χρείας ἀναγκαῖον.“

3) Po *Ludolfu* v. C. nazváno π též číslem Ludolfovým aneb zkrátka Ludolfinou.

4) „De variis modis circuli quadraturam proxime exprimendi“ Comm. Petrop. T. VIII. pag. 227.