$$\overline{mu} = \frac{\sqrt{4r^2 - r_1^2}}{3}. \qquad (2)$$

Výsledek to shodný s výsledkem v (1) odvozeným, čímž věc dokázána.

Poznámka. Za usnadněním přehledu sneseny uvedené tu konstrukce tečny v jediný obrazec (obr. 6.).

Nové pokusy o volném pádu ve vzduchu.

Studujícím referuje

Boh. Mašek,

assistent fys. ústavu české university.

Důležitý problém kinematiky — přímočarý pohyb bodu při stálém urychlení — jest za jistých okolností uskutečněn ve přírodě ve známém úkazu volně padajícího tělesa, když pád totiž děje se v ústředí velmi málo odporujícím a když všechny částice hmoty padající mají postupný pohyb přímočarý. Pád nad to díti se musí z mírné výše, aby změna v urychlení, které se vzdáleností od země se menší, neměla patrného vlivu. Ideálný případ, kdy není vůbec ústředí odporujícího, tedy pád v prostoru vzduchoprázdném, lze jen v malých rozměrech experimentálně studovati. Pokusy velmi četné v tomto směru konané ukázaly, že pohyb v tomto případě jediné závisí na *urychlení*, které charakterisuje „gravitační pole“ zemské, kdežto ani tvar ani qualita neb quantita tělesa tu nerozhodují, takže padá stejně rychle jemné pírko jako olověná koule.

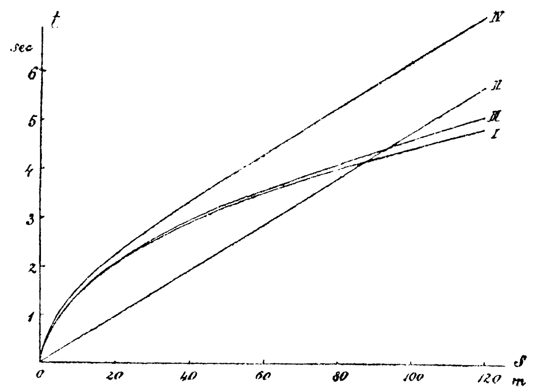
Děje-li se však pád v ústředí odporujícím, na př. ve vzduchu, změní se, jak již povrchní denní zkušenost učí, pohyb tak značně, že o rovnoměrném zrychlení nelze vůbec mluviti. Známy jsou případy, že měření — ovšem jen přibližné — hloubky studní aneb šachet, pomocí doby, které těleso — kámen na př. — volně nahoře puštěný ku proběhnutí potřebuje, nesouhlasí ani tehdy s měřením přímým, i když v úvahu vezme se rychlost zvuku. Otázka o vlivu ústředí odporujícího byla záhy diskutována a hlavní vlivy rušivé správně udány; jest to na prvém místě odpor vzduchu, který zdržuje pád tak, že *doba* pohybu se zvětšuje. Jest zajímavo, že quantitativná stránka tohoto zjevu studována byla experimentálně na pohybech mnohem složitějších, totiž při tak zv. šikmém vrhu ve vzduchu. Problém tento zvaný *ballistickým* má velikou důležitost zvláště ve vojenství a dosud nebyl v celé své obsažnosti řešen z příčin snadno pochopitelných, uvážíme-li značnou jeho složitost; neboť nejen vrh šikmý jest výsledkem dvou pohybů — rovnoměrného, a rovnoměrně zrychleného event. zpozděného — ale záleží tu na tvaru tělesa, jeho rychlosti, jakož i na všech úkazech mechanických, kolem letícího tělesa, které podstatně mění pohyb, jenž v ústředí vzduchoprázdném by byl parabolickým.

Nejdůležitější otázka, která se zde mezi četnými jinými vyskytuje, jak souvisí odpor ústředí se tvarem a rychlostí tělesa, studována byla již několikráte, ale vždy za okolností velmi složitých — při pohybu rotačním; výsledky dle toho byly jen přibližné. Snadno lze nahlédnouti, že cesta nejjednodušší a nejsprávnější jest, studovati *přímo* volný pád těles v ústředí. Methoda tato vyžaduje, aby experimentator měl k disposici značnou výši a prostor okolní co možná volný na všechny strany, což bylo posud asi největší obtíží. Všem podmínkám těmto vyhovuje úprava pokusu, kterou zvolili francouzští fysikové *L. Cailletet a E. Colardeau* *), známí pracemi svými o zkapalnění t. zv. permanentních plynů. Ze druhého poschodí věže Eiffelovy v Paříži, ve výši 120 m. nad zemí, pouštěli k zemi tělesa a studovali pohyb jejich za velmi různých podmínek.

Pohyb tělesa jest dokonale určen, známa-li jeho poloha v prostoru pro kterýkoliv okamžik. V tomto případě stačí, jak pokusy ukázaly, znáti doby, v nichž těleso urazí vždy stejnou dráhu, zde na př. *20 m.* Při pohybu rovnoměrně zrychleném pak by doby potřebné ku proběhnutí *20*, *40*, *60* . . . *m* byly τ, $\tau\sqrt{3}$, $\tau\sqrt{5}$, $\tau\sqrt{7}, \ldots$ počítaje od počátku pohybu; při čemž τ má hodnotu: 2·02 sec. Mnohem přehledněji poznáme všechny poměry z grafického znázornění (obr. 1. kř. I.) za osu úseček

*) Srv. v Comptes Rendus CXV. 1892, pojednání Recherches expérimentales sur la chute des corps et sur la résistance de l'air à leur mouvement etc.

berouce dráhu (vždy 20 *m*), za osu pořadnic čas ve vteřinách. Křivka, jež vznikne spojením příslušných bodův, jest tedy při rovnoměrně zrychleném pohybu konkavní k ose úseček (parabola 2 st.). Pohyb *rovnoměrný*, kdy dráha jest úměrna době, znázorněn jest za těchto okolností *přímkou* jdoucí bodem *O* (čára II.).

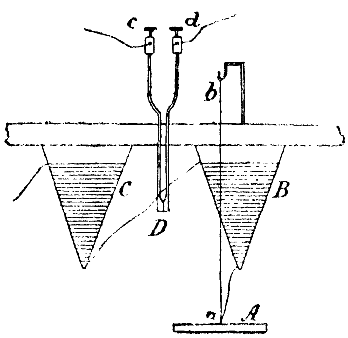


Obr. 1.

Podobným způsobem sestrojíme křivky pro další pozorované případy, a jediným pohledem snadno rozeznáme všechny důležité okolnosti při pohybu, což by počtem bylo nepřehledné i nesnadné.

Nejdůležitější úlohou při tomto pozorování jest přesné stanovení doby, které dálo se methodou grafickou užitím elektromagnetické ladičky známého počtu výchvějů (*n*) za 1 sec. Mysleme si válec mosazný s vodorovnou osou, jež šroubem a klikou jest opatřena tak, aby se mohl otáčeti a současně postupovati. Plášť válce polepen papírem a očazen. Když ostrý hrot, jenž jest na jednom rameni ladičky vodorovné upevněn, dotýká se válce, pak, pokud ladička nezní, vytvoří se na pohybujícím se papíru spirála podobná šroubu na ose. Jakmile počne ladička zníti, vzniknou na spirále sinusoidy, čáry vlnitého tvaru, odpovídající výchvějům ladičky. Učiněno-li mimo to opatření, aby na tomže válci hrotem jiného stroje registrujícího určitá událost se zaznamenala, povstane na vytvořující se spirále zvláštní znamení v příslušnou dobu, takže časový intervall mezi oběma událostmi lze velmi přesně pomocí vlnek mezi tím se vytvořivších, na sekundy přepočítati. Methoda tato, které často při vědeckých pracích se užívá, tedy převádí měření času na stanovení veličiny prostorové (zde délky). Jde ještě o způsob, jak dá se na registrujícím přístroji znamení, že opět dalších 20 *m* těleso uběhlo. Nahlédneme, že věc díti se musí automaticky, k čemuž výborně hodí se proud elektrický.

Francouzští fysikové rozhodli se pro úpravu, mající tu výhodu, že všechny přístroje umístěny jsou pohromadě, čímž přístup i kontrolla jsou velmi usnadněny.



Obr. 2.

Těleso, se kterým pokus konati se má, *A* (obr. 2.), upevněno jest na vlákně velmi jemném a lehounkém, takže s padajícím tělesem nad míru snadno — bez tření a značného odporu — odvinuje se ze svého místa; aby toto vlákno před spuštěním tělesa se nepřetrhlo, těleso zavěšeno jest na jiném silnějším vlákně, (*ab*), které při počátku pokusu se přepálí.*) Vlákno navinuto jest v délce 120 *m* spiralovitě na 6 kuželů (*B*, *C*) — ostatní čtyry zcela stejné úpravy vynechány na obr. — přímých o výškách 10·6 *cm* o poloměrech 3·4 *cm* ve dvou řadách po třech vedle sebe ve vzdálenostech vrcholů 11·3 *cm* upevněných. Při přechodu z kuželu na kužel, tedy po odvinutí vždy 20 *m*, projde vlákno mezi dvěma kontakty platinovými velmi snadno pošinutelnými (*D*),

*) Při pádu obavy té není, neboť těleso volně padající *nemá váhy*, t. j. netlačí na podložku aneb závěs současně padající.

takže proud svorkami (*c*, *d*) na okamžik se přeruší, čímž vznikne na očerněném válci jisté znaménko. Všech šest těchto míst ku přerušení spojeno jest za sebou ve kruh vodivý, obsahující mimo články registrující přístroj elektromagnetický.

Při úpravě této přísně vzato není pád úplně volný, neboť i jemné vlákno zdržuje pohyb nejen odporem a třením vzduchu ale i odporem při přechodu jednotlivými kontakty. Předběžnými pokusy shledáno, že účinek posledně jmenovaného odporu činí při 20 *m* zpozdění tělesa sotva o 0·2 *mm*, tedy veličinu bezvýznamnou.

Mnohem větší vliv má odpor při odvinování vlákna a tření o vzduch. O vlivu tomto přesvědčili se pozorovatelé tím, že srovnávali doby ku pádu potřebné, jednou kdy těleso padalo s vláknem, podruhé bez vlákna úplně volně. Ukázalo se při pádu 2080 *g* těžkého válce měděného, že zpozdění působením všech odporů činí při celé době pádu 5 sec nanejvýše 0·04 sec, takže možná chyba činí sotva $1^0/_0$, výsledek to pro methodu velmi uspokojivý. Rovněž jiný zajímavý pokus svědčí, že vliv vlákna jest velmi malý. Puštěn byl totiž válec úzký dřevěný ve způsobu šípu, na konci opatřený hmotou kovovou, ve velmi ostrý hrot vybíhající, aby odpor vzduchu se co možná zmenšil. V případě tomto děje se pohyb vzduchem právě jak theorie volného pádu vyžaduje, aspoň do 60 *m*, načež volné zpozďování nastává, jak ukazuje křivka (III.).

Nejprve studována otázka, jak závisí odpor vzduchu při pádu rovinné desky padající stále v poloze vodorovné na jejím tvaru a velikosti. Pokusy dály se s deskami omezenými čtvercem, rovnostranným trojúhelníkem a kružnicí. Vždy byl způsob pohybu stejný, takže vyplývá z toho, že odpor vzduchu, pokud jeden rozměr desky valně nepřevládá nad druhý, *nezávisí na tvaru.* Podrobnosti zjevu ukazuje křivka (IV.), vidíme tu jasně značné zpozdění již při prvých 20 *m*, takže celý pád děje se o 2 sec déle, jak z pořadnic seznáváme, než pád volný ve vzduchoprázdném prostoru; mimo to nastává velmi zajímavý úkaz. Křivka totiž velmi brzy, již po druhé vteřině stává se přímkou, ukazujíc, že pohyb jest *rovnoměrný*, na těleso nepůsobí síla urychlující, neboť účinek tíže měřený výrazem *mg* jest vyvážen akcí protivnou, totiž odporem vzduchu *R*.

Pokud týká se závislosti odporu ústředí na *velikosti* desky, ukázaly pokusy *úměrnost* obou veličin. Pokus zařízen tak, aby pohyb v obou případech byl úplně stejný, což vyžaduje, aby hmoty těles padajících byly v stejném poměru jako podstavy desk, takže pak po stejné době v obou případech přejde pohyb zrychlený v rovnoměrný. Na př. při dvou čtvercových deskách v poměru postav 1 : 2, které byly zatíženy závažími tak, aby jejich hmoty byly rovněž v poměru 1 : 2, nalezena doba pádu téměř stejná totiž 6·92 a 6·96 sec, z čehož jde dle hořejšího, že odpor jest ve případě druhém dvojnásobný než v prvním.

Když se deska různým závažím zatíží, shledá se, že tím spíše přejde pohyb zrychlený v rovnoměrný, čím padající těleso jest lehčí. Známe-li rychlosti rovnoměrného pohybu v, váhu tělesa $p = mg$, lze snadno stanoviti dle hořejší poznámky odpor vzduchu r číselně ze vztahu $r = p = mg$ a srovnati jej s rychlostí tělesa v. Odpor ústředí zvětšuje se, jak snadno nahlédnouti lze, s rychlostí tělesa; nejjednodušší vztahy, které mohou tu býti; jsou

$$r = C_1 v \quad \text{(vztah lineárný)}$$

a

$$r = C_2 v^2 \quad \text{(„ parabolický)},$$

kdež C_1 a C_2 jsou konst. závislé na volbě jednotek i do jisté míry na rozměrech.

Dosavadní známé pokusy ukazují, že závislosti prvé jest vyhověno, pokud rychlost v není značná, tedy na př. při pohybech kyvadlových atd. Stává-li se rychlost větší, pak nastupuje závislost daná rovnicí druhou. Pokusy v Paříži konané v tomto směru ukazují, že při značných rychlostech až i 25 $\frac{m}{sec}$, ani vztah 2. úplně nevyhovuje, neboť konstanta C_2 poněkud se mění s rychlostí.

Nehledí-li se k této nepatrné změně, lze číselnou hodnotu konstanty C_2 stanoviti. Měří-li se síla p staticky váhou kilogrammu, na 1 m^2, rychlost v v $\frac{m}{sec}$, jest $C_2 = 0·71$. Hodnota tato leží v mezích 0·70—0·90, které *Langley* udává pro rychlosti 4·48 $\frac{m}{sec}$—11·20 $\frac{m}{sec}$.

Pokusy tyto, mají-li býti schopny srovnání, nesmí díti se při značnějších větrech, neboť pak přistupují ku zjevu komplikace, které není tak snadno v počet uvésti.

(Comptes rendus 1892. CXV.)

Řešení úloh.

Úloha 11.

Jak velké jsou ostré úhly trojúhelníka pravoúhlého, stojí-li na sobě kolmo společné tečny oněch kružnic, které mají odvěsny za průměry?

Řešení. (Zaslal p. *Frant. Nachtikal*, stud. VIII. tř. gymn. v Klatovech).

Budiž ABC trojúhelník pravoúhlý, M, N středy kružnic, které mají odvěsny $BC = a$, $AC = b$ za průměty a P průsečík společných tečen těchto kružnic. Veďme poloměry MQ, NR bodů dotyčných jedné z těchto tečen. Je-li $a > b$ a položíme-li

$$\sphericalangle MPQ = \varphi,$$

obdržíme z trojúhelníků pravoúhlých MPQ, MPR

$$MQ = \frac{a}{2} = (MN + NP)\sin\varphi,$$

čili

$$\frac{a}{2} = \left(\frac{c}{2} + NP\right)\sin\varphi,$$

$$NR = \frac{b}{2} = NP\sin\varphi.$$

Vyloučíme-li z posledních dvou rovnic neznámou NP, bude

$$\sin\varphi = \frac{a-b}{c}.$$

Avšak

$$\frac{a-b}{c} = \frac{\sin\frac{\alpha-\beta}{2}}{\cos\frac{\gamma}{2}},$$

tedy

$$\sin\frac{\alpha-\beta}{2} = \sin\varphi\cos\frac{\gamma}{2}.$$