Antonín Sýkora

Jak vypočteme povrch a obsah šikmého rotačního kužele

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 34 (1905), No. 1, 92--94

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/123337`

šroubovice o stejné oblouky od souhlasných poloh na sousedních kruzích odlehlé, a jsou tedy body cykloidy, — jakož patrno, připomeneme-li si známou konstrukci této křivky.

Šikmý průmět šroubovice jest tedy za uvedených výminek *cykloida.*

Snadno pak již nahlédneme, že jdou-li paprsky rovnoběžně s některou tečnou šroubovice, vznikne jakožto šikmý průmět této křivky *cykloida normálná*; jsou-li promítající paprsky od roviny průmětné více odchýleny, vznikne *cykloida prodloužená,* a jsou-li paprsky ty od průmětny méně odchýleny, vznikne *cykloida zkrácená.*

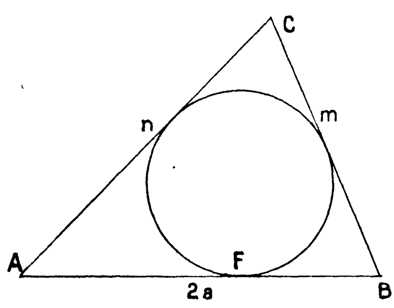
Jak vypočteme povrch a obsah šikmého rotačního kuželе.

Napsal

Antonín Sýkora,

professor v Rakovníku.

Nejdelší strana šikmého rotačního kužele budiž $AC = n$, nejkratší $BC = m$ a spojnice jejich pat $AB = 2a$; vypočísti jest jeho obsah a povrch.



Ježto podstava tohoto kužele jest ellipsa o hlavní ose $2a$, jest jeho obsah

$$V = \frac{\pi}{3} abv,$$

kdež *b* vedlejší poloosu ellipsy a *v* výšku kužele znamená.

Poloosu *b* vypočteme, uvážíme-li, že koule vepsaná do kužele dotýká se základny v ohnisku F příslušné křivky; výstřednost této křivky jest*)

$$c = \frac{n - m}{2},$$

a tedy

$$b = \sqrt{a^2 - \left(\frac{n - m}{2}\right)^2}.$$

A poněvadž *av* značí plochu trojúhelníka ABC $= \Delta$, máme

$$V = \frac{\pi}{3} \Delta \sqrt{a^2 - \left(\frac{n - m}{2}\right)^2}.$$

Povrch P určíme dle věty, že obsah mnohostěnu opsaného kouli, rovná se povrchu jeho násobenému třetinou poloměru *r* koule. — Uvažovaný kužel lze považovati za mez mnohostranné pyramidy opsané kouli. — Jest tedy

$$V = \frac{1}{3} Pr \quad \text{a naopak} \quad P = \frac{3V}{r}.$$

Poloměr *r* koule vepsané kuželi, t. j. poloměr kruhu vepsaného trojúhelníku ABC, jest

$$r = \frac{2\Delta}{2a + m + n},$$

a tedy, klademe-li zároveň za V jeho hodnotu výše uvedenou,

$$P = \pi \left(a + \frac{m + n}{2}\right) \sqrt{a^2 - \left(\frac{n - m}{2}\right)^2}.$$

---

*) Jest totiž $\quad BF = \frac{2a + m - n}{2} = a - \frac{n - m}{2}$

a $\quad c = a - BF = \frac{n - m}{2}.$

Výrazu pro obsah lze dáti patrně podobu

$$V = \frac{\pi}{24}[4a^2 - (n-m)^2]\sqrt{(m+n)^2 - 4a^2},$$

kdež ještě výrazy $4a^2 - (n-m)^2$, $(m+n)^2 - 4a^2$ známým způsobem na činitele rozložiti lze.

Jde-li jen o plášť p uvažovaného kužele, jest

$$p = \mathrm{P} - \pi ab = \pi . \frac{m+n}{2}\sqrt{a^2 - \left(\frac{n-m}{2}\right)^2}.$$

Úlohy.

Úloha 1.

Řešte soustavu rovnic

$$(x+y)(z+v) = \lambda$$
$$(x+z)(y+v) = \mu$$
$$(x+v)(y+z) = \nu$$
$$xyzv = \sigma^2$$

obecně i zvlášť pro hodnoty $\lambda = 162$, $\mu = 152$, $\nu = 140$, $\sigma = 30$.

Dr. *Marian Haas.*

Úloha 2.

Řešte soustavu rovnic

$$xy + zv = \lambda$$
$$xz + yv = \mu$$
$$xv + yz = \nu$$
$$x + y + z + v = 2s$$

obecně a zvlášť pro hodnoty $\lambda = 111$, $\mu = 84$, $\nu = 76$, $s = 14$.

Dr. *M. Haas.*

Úloha 3.

Řadu zvanou Fibonacciovu

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, \ldots\ldots\ldots,$$

jejíž každý člen rovná se součtu dvou bezprostředně předcházejících, lze obdržeti sčítáním stejnolehlých členů dvou řad geometrických. Vyjádřiti na základě tom obecný člen této řady a součet prvých n členů, jakož i dokázati uvedenou vlastnost řady.

Prof. *Ant. Sýkora.*