Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Věstník literární

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 34 (1905), No. 1, 47--62

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123333

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1905

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

druhou dvojici bodů, a obě tyto dvojice určují střed perspektivnosti. Ostatní jest dle předcházejícího zcela jasno.

Z n řad bodových v poloze perspektivné získali jsme pomocí konstrukce Ω konstrukci křivky racionálné, ovšem ne zcela libovolné, nýbrž protínající přímku AB, jež zvolili jsme si za základní přímku konstrukce Ω, v n různých bodech. Avšak konstrukci tuto lze snadno různým způsobem zevšeobecniti. Abych aspoň jeden směr tohoto zevšeobecnění naznačil, poukáži k tomu, že při řadě konstrukcí (II), kde vycházeli jsme z n řad perspektivných, není třeba prováděti každou z těch konstrukcí vzhledem ku jediné pevné přímce; jest možno při každé z oněch $n - 1$ konstrukcí Ω za základní přímku zvoliti si přímku jinou (tedy celkem $n - 1$ přímek, z nichž některé mohou splývati a z nichž prvá jest základní pro konstrukci bodů Q_2, bodů to kuželosečky atd.). I v tomto případě kreslí bod Q_n racionálnou křivku n-tého stupně, vyjma polohy zcela zvláštní a provésti lze konstrukcí takto modifikovanou sestrojení křivek racionálných daných rovnicí a při nichž není přímky, jež by protínala křivku v n různých bodech reálných.

Věstník literární.

Federigo Enriques, Questioni riguardanti la geometria elementare. Bologna, Zanichelli, 1900. Str. VII + 532. Cena 12 lir.

K modernímu ruchu v mathematice patří snaha zlepšiti vyučování mathematické, spec. v elementární geometrii; svědčí o tom na př. diskusse, vedená předními odborníky v Německu o vyučování na vysokých školách (Klein, Pringsheim a j.), přednášky F. Kleina, které ohlásil pro prázdninový kurs učitelů středoškolských,*) živé úsilí v Anglii o reformu učby geometrické jakož i radikální změnu všeho vyučování v mathematice (Perry)**),

*) V Göttingách v době 11.—23. IV. 1904: Vyučování v elem. geometrii se zřetelem k novému vývoji v cizině. Differenciální a integrální počet ve škole.

**) Viz na př. referát R. Frickea „Über Reorganisationsbestrebungen des mathem. Elementarunterrichts in England," Jahresbericht der Deut. Math.-Verein. XIII. 1904, pg. 283—95 (květen).

nejnovější usilování o organisaci vyučování math. v Americe*) a obdobné snahy jinde. Také v Italii se snaží řešiti podobné otázky (na př. o sloučení planimetrického a stereometrického vyučování), a dokladem toho jest též Enriquesova sbírka pojednání, týkajících se elementární geometrie. Nejsou ovšem všechny návrhy stejné ceny, některé nejsou přijatelné v celém rozsahu, vyskytují se návrhy odporující, některé snahy o změnu jsou vynuceny poměry v dotyčné zemi a pod., přítomná kniha však nechce radikální změnu ve vyučování geom., vydavatel jest pro to, aby dílo Euklidovo zůstalo sice základem, avšak aby výsledky moderní kritiky a vyšších úvah math. nezůstaly bez vlivu na methodu a obsah výkladů v elem. geometrii. „Takových pokroků mají míti znalost dosti rozsáhlou učitelé škol středních, aby práce jejich byla vedena širším rozhledem.“ — Myslím, že jest zde jistý nedostatek universit: přednášky o elem. mathematice, jak už se počínají pořídku objevovati v programech přednáškových některých universit, měly by občas, ale trvale býti obsahem universitního kollegia; ovšem přednášky, spojující s žádoucí přesností nejširší rozhled, po případě i seminární diskusse.

Enriquesova sbírka**) obsahuje 14 článků a rozpadá se ve dvě části: o základech geometrie jednají články 1.—6., o řešení úloh konstruktivních články ostatní, a sice o příslušných methodách pojednání 7.—9., 12., o řešitelnosti úloh 10., 11., 13., 14. Kniha jest širšího obsahu než známá Kleinova svými výklady zvl. historickými, avšak látku sem hledící nevyčerpává (nepojednáno na př. o přesnosti a jednoduchosti konstrukcí, geometrii v prostoru věnována malá pozornost a j.); jest ovšem nehomogenní, jak přirozeno při 11 auktorech článků, pojednání mají většinou ráz dobré kompilace, literatura příslušná uváděna ne sice úplně, ale dost hojně; s typografické stránky konečně chyb tiskových není málo, ovšem při elementárnosti látky nevadí.

Podrobněji jest obsah knihy, která zasluhuje hojného čtení od těch, jimž věnována, tento:

1. *O vědecké a didaktické důležitosti otázek, jež se týkají*

---

*) E. H. Moore klade ve své presidiální řeči, On the foundations of mathematics, přednesené na 9. výročním shromáždění amer. spol. math. 29. XII. 1902 a otištěné v Bulletin of the American Mathematical Society, (2.) IX. 1903 (květen) Jednotě amer. mathematiků vedle vědeckých badání také úkol postarati se o paedagogiku math. — a kroky k tomu se činí.

**) Její překlad do němčiny očekává F. Klein v předmluvě k H. Fleischerovu překladu F. Enriquesových Lezioni di geometria projettiva (Bologna, 1898), 1903; příbuzné knihy jsou zvl.: F. Klein, Vorträge über ausgewählte Fragen der Elementargeometrie, Lipsko 1895, H. Weber-J. Wellstein, Encyklopädie der Elementar-Mathematik, Ein Handbuch für Lehrer und Studierende, vyšel dosud I. díl (algebra a analyse) 1903, II. a III. (resp. geometrie a applikace) ohlášeny na r. 1904.

základů geometrie. — F. Enriques (Bologna) mluví v úvodním tomto článku: 1. o vědeckém významu těchto otázek, 2. zda-li a jak znalost jich může učiniti práci učitelovu účinnější a prospěšnější. Problém základů geometrie jest noetický, geometrický, psychologický a filosofický. V prvním ohledu jest hlavní otázka: Je jistota geometrická vyšší než fysikální a proč? Srovnávaje poznatky geometrické a fysikální, pokud se tkne jich důkazu, poukazuje auktor k tomu, že mathem. důkaz je proces ryze redukční na jisté základní věty, kdežto do důkazu ve fysice mísí se stále empirie, nehledě k jakémusi stupni nejistoty fysikální redukce. Dospíváme tak k otázce, zda-li jsou základní data geometrie a fysiky podstatně různá. Nabyli jsme jich způsobem v podstatě týmž, jistými počitky bezprostředními a nejjednoduššími pokusy. Důvodem nejvyšší jistoty, kterou těmto základním větám přikládáme, jest jejich jednoduchost, stálá verifikace jich i jejích důsledků, logický souhlas vzájemný. Základní pozorování, na nichž spočívají postuláty geom., liší se od pozorování fysikálních pocitem nutnosti, který dodává geometrické evidenci zdání (ale jen zdání) nutnosti logické; odtud překonaný názor kantovský, že postuláty geom. vyjadřují apriorní podmínky našeho vnímání. Základ jistoty jest v geometrii i ve fysice týž, totiž empirický, rozdíl je pouze stupňový: methoda empirická v geometrii je omezena na stanovení několika základních vět, ve fysice má převahu. Co řečeno o důkazech, platí i o definicích. — Chceme-li přesně logicky uspořádati vědu geometrickou, musíme zvoliti základní pojmy (nedefinované jednoduššími) a základní věty (postuláty, nedokázané elementárnějšími) a na nich vše ostatní vybudovati. Logických formulací geometrie jest možno více, auktor vytýká tyto theoretické podmínky takové formulace: 1*a*. Všechny pojmy ve výkladu geometrie musí býti dány výslovně jako základní (bez definice) nebo býti definovány logicky na základě pojmů základních. 2*a*. Všechny věty geometrie musí výslovně býti označeny jako postuláty nebo logicky dokázány pomocí postulátů. To jsou podmínky logické přesnosti geometrie; nedbáme-li obsahu pojmů, máme abstraktní theorii logickou, kterou možno rozmanitě interpretovati (geometricky i jinak). Podmínkami více elegance výkladu jsou další: 1*b*. Jest žádoucno, aby základní pojmy byly navzájem naprosto nezávislé; 2*b*. aby totéž platilo o postulátech. Nezávislost pojmů a vět základních má tím větší cenu, čím více jsou splněny podmínky: 1*c*. obecnost pojmů zákl., 2*c*. jednoduchost postulátů. Takové ideálně dokonalé formulaci geometrie můžeme se však pouze blížiti; požadavek jasné názornosti základů klade logické konstrukci jisté meze dle stupně naší chápavosti v geometrii: 3*a*. Aby postuláty mohly slouti evidentními, musí se bezprostředně vztahovati na základní pojmy (tato podmínka nutí někdy nedbati podmínky *2a.*). *3b.* Poněvadž názornost přísluší nejprve pojmům speciálním a jde postupnou abstrakcí k obecnějším, jest větší menší schopností naší pro abstraktní věci omezena obecnost pojmů a tím i jednoduchost postulátů. *3c.* Jestliže od obecných pojmů postupujeme k speciálním, vede nás názor k řadě rekurentních postulátů, při nichž lze mluviti pouze o nezávislosti v řadě; absolutní nezávislost postulátů vyžaduje zobecnění speciálních pojmů několika různými směry. Se stupněm vývoje geometrie vůbec a s vývojem schopnosti představovací zvláště souvisí vývoj úvah o základech geom. Třem vyšším větvím geometrie (theorii kontinua t. j. obecné theorii čar, ploch a variet vícerozměrných, geometrii projektivní a geometrii metrické) odpovídají tři skupiny pojmů a vět, jež vyjadřují: 1. obecné vlastnosti čar, ploch, variet, 2. vztahy příslušnosti (di appartenenza) mezi body, přímkami, rovinami, 3. vztahy shodnosti. Odtud tři hlavní směry moderních úvah kritických. — Psychologický problém základů geom. jest otázka, jak nabýváme prostorových představ. Podmínkami zkušenosti, z níž myšlením vznikají pojmy geom., jsou orgány smyslové, a sice nabývají uvedené 3 větve geom. svých základních pojmů počitky tří druhů: resp. obecnými počitky dotykovými a svalovými celé kůže, počitky zrakovými a počitky speciálního hmatu, jehož sídlem je ruka. Postuláty, jež se zakládají na rozdílných skupinách počitků, mají menší stupeň intuitivní jistoty (na př. postulát o rovnoběžkách) než postuláty, mající základ v jedné třídě počitků. — Se stanoviska filosofického se tážeme, jaká je reální geometrie fysického prostoru. Věty naší geom. mají cenu relativní a approximativní; jsme vedeni k přesnému fysikálnímu měření. — Pokud se týče vyučování geometrii na školách, obdobných našim školám středním, jest auktor pro spojení methody empirické s methodou logické úvahy a důkazu. Radí užívati co nejvíce obrazců a modelů a prováděti skutečné pokusy geometrické, čímž se důkazy osvěží a ospravedlní. Při základech lze začíti řadou pozorování, podávati pojmy základní jako ideální představitele útvarů skutečných, postuláty pak jako výrazy elementárních faktů. Odtud vyvoditi složitější věty, po jich logickém důkazu ať následuje pokus; logická úvaha má vždy absolutní sílu průkaznosti, methoda empirická při věcech složitějších je snadno omylná, jak lze ukázati žákům na nějakém zábavném paradoxu geometrickém. Tím způsobem poznají žáci geometrii jako vědu logickou a empirickou zároveň a ovšem i rozdíl obou method. Ve vyučování geom. jest možno i nutno dostáti podmínce přesnosti, uváděti jako postulát vše, co přímo bereme z pozorování, ale není třeba, ba ani radno, snažiti se o nezávislost postulátů, je lépe vzíti ze zkušenosti větší počet evidentních vět a spojiti tak přesnost s krátkostí a snadností. Vědomosti učitele, nabyté v oboru otázek týkajících se základů geom. a duch filosofický, zmocněný takovými studiemi, učiní takto užitečnější a vydatnější práci jeho. —

2. *O pojmech přímky a roviny.* (U. Amaldi, Bologna.) Jak uvésti v elementární geometrii pojmy přímky a roviny vědecky a didakticky nejlépe? Historicky a kriticky na základě literatury jedná auktor především o definicích obou těchto útvarů, jichž je celá řada, zvl.: přímka je čára, jež leží stejně vzhledem k svým bodům (Eukleides; připouští rozmanité výklady a není myšlena jako definice v našem smyslu), jest čára, jež zachovává v každém svém bodě stálý směr (Schotten), jest nejkratší dráha mezi dvěma body (Legendre, také u Archimeda, ale ne v platnosti definice; předpokládá pojem délky, srovnávání čar co do délky, existenci a jedinečnost minima), jest čára, jež setrvává na svém místě, točíme-li jí kolem dvou její bodů pevných (Leibniz, Staudt). Podobně pro rovinu udány postupem času rozmanité výměry: jest plocha, jež leží stejně ke svým přímkám (Euklid), jest charakterisována tím, že obsahuje úplně každou přímku, jejíž dva body obsahuje (Simson), jest souhrn přímek kolmých v určitém bodě k dané přímce (Fourier), vzniká svazkem paprsků, kterým promítáme body přímky dané z bodu mimo ni (Crelle, Veronese), jest plocha, jež dělí prostor ve dvě části shodné (Leibniz; podobně přímka dělí rovinu ve dvě shodné části) a j. Jako zvláště důležité uvádí a šíře vyvozuje auktor definice roviny a přímky dle Bolyaie a Lobačevského, jakož i některé jich vlastnosti. Všechny tyto definice předpokládají pojem shodnosti (pohybu), který je však méně jednoduchý než pojmy přímky a roviny, k jichž definici slouží; jest proto logicky i didakticky vhodno zavésti přímku a rovinu jako útvary základní (nedefinované), vlastností geom. výslovně postulovaných. I zavádí jako základní pojmy bod a soustavy bodů s těmito vlastnostmi příslušnosti: 1. dva body přísluší jedné přímce, 2. tři body, ne v přímce, přísluší určité rovině, 3. rovina obsahuje přímku, určenou dvěma kterýmikoli body roviny. K tomu nutno připojiti jako postuláty vlastnosti přímky a roviny, na základě jichž by bylo možno definovati pojmy úsečky, úhlu a diedru. Takové soustavy postulátů jsou různé dle toho, postavíme-li se na stanovisko genetické nebo aktuální. Definice úsečky genetická jest: úsečka AB jest souhrn bodů přímky, jež jsou mezi A a B; aktuální: jest souhrn bodů společných části (vzhledem k A), jež obsahuje B, a části (vzhledem k B), jež obsahuje A. Třetí způsob je obrácený: jako základní zvoliti pojem úsečky, dle něho definovati pak přímku (Pasch, Peano). Pokud se úhlu týče, vyskytují se 3 skupiny výměrů: 1. úhel je rozdíl ve směru dvou přímek (tautologie), 2. je ve-

likost (míra) otočení jednoho ramene od druhého v rovině, 3. je část roviny sevřená dvěma paprsky vedenými z jednoho bodu (neodpovídají názoru úhlu, jenž se tu jeví dvourozměrný). Auktorova definice úhlu genetická zní: úhel *ab* je souhrn paprsků, promítajících z *O* body úsečky *AB*, jež má své koncové body resp. na *a*, *b*; aktuální: je souhrn paprsků, vedených z *O* a příslušných do úhlového sektoru, jenž má ramena *a*, *b*. Obdobné jsou definice diedru (souhrn polorovin). —

3. *O shodnosti a pohybu* (A. Guarducci, Lodi). Jsou dva směry, kterými se zavádí geometrická shodnost (kterou nutno lišiti od shodnosti logické čili totožnosti): buď pojímá se za základní pojem pohybu a jím se shodnost definuje (Helmholtzův důvod psychologický, že představy shodnosti nabýváme z pohybu pevných těles, jímž klademe jedno na druhé nebo do druhého; ve vyučování vlastnosti pohybu zavádějí se nepřesně), nebo přijímáme jako původní sám pojem shodnosti jednoduchých útvarů a charakterisujeme jej systémem postulátů. Druhého směru jsou, ale liší se volbou základního útvaru a soustavy postulátů: způsob Paschův, jenž považuje za danou shodnost útvarů složených z konečného počtu bodů, a připojuje 11 postulátů, způsob Veroneseův, který volí pojem shodnosti úseček za základní ve spojení s 8 postuláty, a způsob Hilbertův, jenž zavádí jako primitivní shodnost úseček a úhlů s 11 postuláty. Auktor ukazuje, jak na základě systému Hilbertova lze obdržeti hlavní věty o kolmicích; systém tento jest možno rozšířiti na prostor. — Se stanoviska didaktického jest spisovatel pro methodu Hilbertovu, jež má dvě přednosti vůči Paschově a Veroneseově; nezavádí hned z počátku abstraktní pojem korrespondence, nýbrž postupuje od konkretních shodností k obecné definici a přijímá jako základní také intuitivně jasný pojem úhlové shodnosti, nenahrazujíc ho definicí. —

4. *O applikacích postulátu spojitosti v elementární geometrii* (G. Vitali, Pisa.) Poukázav na intuitivní fakta v geometrii, při nichž nutně vystupuje představa spojitosti, formuluje auktor postulát nepřetržitosti (Dedekindův) takto: Jestliže úsečka *AB* přímky jest rozdělena ve dvě části tak, že: 1. každý bod úsečky *AB* patří do jediné z obou částí, 2. koncový bod *A* patří do první a *B* do druhé části, 3. každý bod první části předchází kterýkoli bod druhé části, v pořadu *AB* úsečky: existuje bod *C* úsečky *AB* (jenž může patřiti do jedné nebo druhé části) takový, že každý bod úsečky *AB*, který předchází bod *C*, patří do první části, a každý bod, jenž následuje po *C*, patří do druhé části uvedeného rozdělení. Na základě tohoto postulátu dokazuje pak dělitelnost úsečky, úhlu a kruhového oblouku v *n* rovných částí, větu Archimedovu (dány-li dvě úsečky, existuje vždy násobek jedné větší než druhá), dále věty: jestliže v rovině přímka (nebo

kruh) má bod vnitřní a bod vnější vzhledem ke kruhu, má s kruhem tím dva body společné, a konečně ukazuje, jak úplnou applikaci má tento postulát v theorii měření (v důkaze, že jako každé úsečce korresponduje positivní číslo — racionální nebo irrac. —, tak také každému číslu positivnímu — spec. irracionálnímu — korresponduje úsečka).

5. *O theorii ekvivalence.* (U. Amaldi, Bologna.) Za ekvivalentní (rovné) jest pokládati dva stejnorodé útvary geometrické, jež lze rozložiti v součet útvarů shodných resp.; platí přímo na př. pro polygony, pro jiné plochy (křivočaré) nutno provésti modifikaci: plochy vůbec jsou ekvivalentní, jsou-li limitami ekvivalentních polygonů a pod. Ekvivalentní jsou ovšem i útvary shodné, třebas někteří spisovatelé (Legendre, Lobačevskij a j.) užívali názvu ekvivalence jen pro útvary neshodné. — Pojem a theorie ekvivalence předpokládá, že útvary geom. jsou veličinami, a také bývaly útvary tyto a priori zařazovány do kategorie veličin. Zavedeme-li jako základní pojem shodnost úseček a příslušné postuláty (článek 3.), plyne odtud snadno, že úsečky jsou veličiny. Pojímání však také plošných a prostorových útvarů geom., spec. mnohoúhelníků a mnohostěnů, jako veličin — třebas se zdálo přímo patrné — buď zahrnuje postulát nebo vyžaduje důkazu. Základ přesné theorie ekvivalence položil De Zolt (1881); základní věta jeho zní: Jestliže mnohoúhelník (obrazec geom. vůbec) jest rozdělen v části způsobem jakýmkoli, není možno, vynechá-li se některá z nich, složiti ostatní tak, aby pokryly mnohoúhelník (obrazec) úplně. Větu tuto přijímali někteří jako postulát, jiní se snažili dokázati (De Zolt sám podal pouze rozbor); skutečný důkaz provedl teprve Schur (1892), dále Rausenberger, (Gérard), Lazzeri, Veronese. Hlavní myšlenkou důkazů těch je stanoviti korrespondenci mezi mnohoúhelníky a úsečkami; taková korrespondence dovoluje převésti na polygony (a jiné útvary) vztahy ekvivalence, definované pro úsečky. Nejjednodušší jest důkaz Veroneseův. Obdobné úvahy provedeny pro mnohostěny. — Věcmi dotčenými a příbuznými zabývá se historicky i meritorně auktor přítomného článku, podotýkaje na konec, že pro školu jeví se lepším větu De Zoltovu postulovati. —

6. *O theorii rovnoběžek a o geometriích neeuklidovských.* (R Bonola, Bologna.) Článek podává — jak praví úvod auktorův — výklad známějších a zajímavějších pokusů o důkaz proslulého 5. postulátu Euklidových Elementů, (jestliže součet vnitřních úhlů, ležících na téže straně příčky, jež protíná dvě jiné přímky, jest menší než dva pravé, protínají se ony přímky na této straně příčky), jakož i výklad moderních hledisek, jež odtud vznikla. V první části pojednání, historickokritické, vyložena krátce postupná stadia, jež zaujímal problém důkazu postulátu Euklidova

a jak i čí prací vznikly t. zv. geometrie neeuklidovské, jimiž se ukazuje jeho nedokázatelnost. Po zmínce o pokusu Proklově a Nasir Eddinově probrány více méně stručně práce sem hledící, jichž auktory jsou Wallis, Saccheri, Lambert, Legendre, Gauss, Schweikart, Taurinus, nehledě k zmínkám o jiných; badání, následující po této periodě přípravné, rozdělena — jak obvykle se činí — na tři směry: elementární (Lobačevskij, Bolyai), metrickodifferenciální (Riemann, Helmholtz, Lie) a projektivní (Cayley, Klein), a podán jich obsah, který při úvahách vyšší povahy mohl ovšem býti pouze naznačen. Druhá část článku obsahuje základy obecné theorie rovnoběžek, nezávislé na postulátu Euklidově, další dva oddíly pak základní věty neeuklidovské geometrie hyperbolické a elliptické.

V článku 7. jedná se *o elementárních methodách řešení geom. úloh* v rovině. (E. Baroni, Prato.) Všeobecné methody zde není, lze pouze zkusmo, ovšem s náležitým zřetelem k povaze úlohy, k jakosti daných a neznámých částí obrazce, hledati cestu k řešení. Obecně možno pouze říci, že elem. úlohy geom. se řeší redukcí, po případě několikanásobnou, na úlohy jednodušší a známější a konec konců redukcí na pět základních výkonů pravítkem a kružítkem. Methody pro řešení úloh jsou dvojího druhu: při jedněch řešení jde postupně tak, že nepřihlížíme hned ke všem podmínkám (methoda geom. míst a m. podobnosti), při druhých uvádíme dané a hledané části útvaru ve vhodnější polohu vzájemnou nebo dáváme podmínkám příhodnější tvar (m. transformační). Nejobecnější a nejdůležitější je m. geom. míst, ovšem při elem. úlohách jest přímé užití této omezeno na přímku, kruh a jejich části (jakož ukazuje na př. úkol: Sestroj trojúhelník, dána-li strana, úhel protilehlý a součet zbývajících stran). M. podobnosti učí vybrati ze systému obrazců hledanému podobných hledaný útvar právě podmínkami dříve vypuštěnými. Zvláštní případy této methody jsou: m. násobení obrazce vhodným faktorem vzhledem k zvolenému bodu (vyskytne se zřídka; ani příklad v knize nemluví pro ni) a m. opačných úloh, zvl. při úlohách, vepsati do daného mnohoúhelníka P jiný, podobný danému Q. Methody transformační jsou velmi často jen přípravou pro řešení úlohy některým z uvedených způsobů. Jsou to transformace, při nichž jen část daného útvaru se převádí buď rovnoběžnou translací nebo rotací kol vhodně zvoleného bodu o přiměřený úhel (počítaje k tomu násobení příhodným činitelem) nebo překlopením kol osy (m. symmetrie); konečně inverse (tr. reciprokými průvodiči), při které záleží na volbě středu a mocnosti inverse. —

Článek 8. věnován *řešení geom. úloh kružítkem* (E. Daniele, Turin). Všechny úlohy, které se řeší pravítkem a kružítkem.

(„methodou Euklidovou“), možno řešiti pouhým kružítkem, jak dokázal L. Mascheroni v známé své Geometria del compasso (Pavia, 1797). Článek rozpadá se ve dvě části: v první řídí se spisovatel v postupu i v řešení úloh spisem Mascheroniovým, podávaje jakýsi výbor z něho, v druhé rozebírá předmět dle pojednání Adlerova (Wiener Sitzungsber. 1890) na základě inverse. Důležito jest činiti rozdíl mezi obecnou methodou při důkaze řešitelnosti a mezi skutečnými konstrukcemi úloh: při speciálních úkolech přispívají zvláštní obraty a zřetel k povaze úlohy k jednoduchosti řešení (při 2. methodě na př. radno využiti co nejvíce vlastností inverse a voliti přiměřeně její kruh základní).

9. *O řešení geom. úloh elementárními nástroji.* (Stanovisko geometrie projektivní, A. Giacomini, Pisa.) Dle method projektivní geometrie pojednává auktor podrobněji o řešení elem. úloh geom. pouhým pravítkem obyčejným, potom stručně o užívání pouhého pravítka s dvěma rovnoběžnými hranami a pouhého pravoúhelného (nebo kosoúhelného) pravítka, vyšetřuje obor působnosti každého z těchto nástrojů a podávaje pro něj nejjednodušší konstrukce. — Úlohy 1. stupně dělí se na úlohy grafické (proj.) a metrické; konstrukce pravítkem dovedou vyjádřiti pouze relace grafické mezi body a přímkami, nikoli vztahy metrické. Ony se totiž projekcí nemění, kteréžto vlastnosti tyto obecně nemají. Lze tedy pouhým pravítkem řešiti toliko lineární úlohy grafické. Úlohy tyto (na př. určiti spojnici dvou daných bodů, z nichž jeden nebo oba leží mimo papír, určiti průsečík dvou přímek daných zase nepřímo, z nichž totiž jedna nebo obě leží mimo papír) řeší se soustavně dle známé věty o homologických trojúhelnících. — Metrické vztahy podřaďují se dle hlediska Laguerre-Cayleyova projektivním, pojímáme-li je totiž jako vztahy útvaru dotyčného k absolutním elementům roviny (přímce v nekonečnu a orthogonální involuci na ní); jsou-li tyto absolutní útvary také dány (totiž obecně dvě dvojice rovnoběžných přímek a dvě dvojice kolmých přímek), lze pouhým pravítkem řešiti také metrické úkoly 1. stupně. — Poučný je postup auktorův, jímž rozšiřuje obor působnosti pravítka na úlohy metrické 1. a 2. stupně. Dány-li na př. dvě rovnoběžky, možno určiti pravítkem jakýkoli násobek nebo díl úsečky ležící na jedné z nich, dán-li čtverec nebo prav. šestiúhelník, možno sestrojiti všechny metrické úlohy lineárné a některé 2. stupně atd. Dán-li konečně kruh úplně opsaný a střed jeho, možno všechny elem. úlohy 1. a 2. stupně řešiti pouhým pravítkem, jak nalezl už Poncelet. — Pravítko s dvěma hranami nebo s pravým (kosým) úhlem mají týž obor působnosti jako pravítko s kružítkem dohromady. V článku činí se málo vhodný rozdíl mezi bezprostředním užitím těchto nástrojů (zvl. pravítka dvouhranného) k přenášení úsečky

resp. úhlu a užitím, při němž se pravítkem posouvá; v prvním smyslu má ovšem pravítko s dvěma hranami jenom ten rozsah působnosti jako transporteur úseček, řešíc všechny úlohy 1. a některé 2. stupně. —

Velmi pěkný je článek *10.*, v němž G. Castelnuovo (Řím) řeší s hlediska analytické geometrie tutéž otázku, které jest věnováno pojednání 9. Problém řešitelnosti geom. úloh daným nástrojem lze rozložiti na dva: jednak totiž nalézti operaci analytickou, ekvivalentní konstrukci, kterou provádí daný nástroj, jednak na otázku, zda každou z rovnic, k nimž úloha v analytické geom. vede, jest možno řešiti dotčenou operací analytickou. (Vlastně jsou tedy u jednotlivých úloh 3 části problému: analytický význam nástroje, vyjádření úkolu rovnicemi geom. analytické, otázka řešitelnosti rovnic těchto onou operací analyt.) Castelnuovo probírá obecně pro elem. nástroje zvl. první otázku se zřetelem k důležitému pojmu novější algebry, t. zv. oboru racionálnosti; výklad je elementární. — První část článku věnuje geometrii pravítka, řeše otázku (z ohledů didaktických) nejprve formou metrickou a výsledky převáděje (centrální projekcí) na pole projektivní. Hlavní resultáty úvah jsou: 1. Dáno-li na *přímce* jedna nebo několik úseček v konečném počtu, velikosti 1, a, b, c . . ., a je-li narýsována rovnoběžka k přímce, možno pouhým pravítkem sestrojiti na přímce té každou úsečku, jejíž hodnota patří do oboru racionálnosti [1, a, b, c . . .]; obdobný je projektivní výsledek. 2. Dán-li v *rovině* rovnoběžník, jehož dvě strany přijímáme za osy a jeden vrchol za bod jedničkový systému souřadnic Cartesiových (kosoúhlých), a dány-li ev. jiné body, jichž souřadnice jsou a, b, c . . ., lze pouhým pravítkem sestrojiti každý bod roviny, jehož souřadnice obě patří do oboru rac. [1, a, b, c . . .]; projektivně: Dáno-li v rovině čtyři nebo více bodů v konečném počtu, mezi nimiž se nalézají čtyři body, jež jsou vrcholy čtyřúhelníka, a zvolíme-li tyto za základní body systému souřadnic projektivních (trojúhelník a bod jedničkový), a nazveme-li a, b, c . . . souřadnice ostatních bodů ve zvolené soustavě, jest možno sestrojiti pouhým pravítkem každý jiný bod, jehož souřadnice patří do oboru rac. [1, a, b, c, . . .]. A naopak. Z toho pak plyne, že nutnou a dostatečnou podmínkou řešitelnosti úloh geometrických pravítkem jest, aby rovnice, na něž problém vede, byly lineární a měly koefficienty, patřící do oboru racionálnosti [1, a, b, c. . .], určeného danými body (jichž souř. proj. vzhledem ke vhodně zvolenému trojúhelníku základnímu a bodu jedničkovému jsou totiž a, b, c . . .). Tato odpověď nehodí se ovšem pro úlohy metrické (nejsou-li mezi danými elementy vztahy metrické). — V druhé části pojednání ukazuje se, jaký vliv má na obor racionálnosti, do něhož patří souřadnice sestrojitelných bodů, připojení kružítka a potom některých jiných nástrojů k původnímu pravítku. Pravítkem a kružítkem lze sestrojiti každý bod, jehož pravoúhlé souřadnice patří do oboru racionálnosti $[1, a, b, c \ldots]^{\frac{1}{2}}$ jsou-li $a, b, c \ldots$ souř. pravoúhlé daných bodů; do oboru symbolem $[1, a, b, c \ldots]^{\frac{1}{2}}$ naznačeného patří jednak veličiny $1, a, b, c \ldots$ v konečném počtu, jednak každá reální hodnota, kterou obdržíme z těchto applikací libovolného, ale konečného počtu výkonů racionálních a odmocňování dvěma. A naopak. Podmínka pak nutná a dostačující toho, by úkol geom. byl řešitelný pravítkem a kružítkem, jest, aby každá z rovnic, na nichž problém závisí, byla algebraická racionální celistvá s koefficienty příslušnými do oboru rac., utvořeného danými elementy, a aby mimo to každá z řečených rovnic byla stupně ≤ 2 nebo řešitelna postupným řešením rovnic kvadratických (jichž koefficienty patří do oboru rac. původního nebo do oboru, rozšířeného kořeny řešených už rovnic). — Transporteurem úseček dovedeme sestrojiti výrazy tvaru $\sqrt{1 + m^2}$, obor rac. původní, rozšířený o veličiny takto nabyté, jest však užší než $[1, a, b, c \ldots]^{\frac{1}{2}}$ nemůže proto tento nástroj nahraditi kružítko. Dán-li však v rovině pevný kruh se středem nebo máme-li k disposici pravítko s dvěma rovnoběžnými hranami, lze pravítkem sestrojiti výrazy tvaru $\sqrt{1 - m^2}$; původní obor rac. $[1, a, b, c \ldots]$ rozšíří se takovými veličinami na $[1, a, b, c \ldots]^{\frac{1}{2}}$, lze tedy v obou případech konstruovati všechny úlohy geom., řešitelné tradicionálními nástroji pravítkem a kružítkem. —

V článku *11*. F. Enriques pojednává *o algebraických rovnicích, řešitelných druhými odmocninami, a o sestrojitelnosti pravidelných mnohoúhelníků.* Otázka řešitelnosti konstruktivního úkolu geom. převádí se geometrií analytickou — jak už pověděno v čl. 10. — na otázku algebraickou (resp. analytickou). Touto zabývá se — pokud jde o rovnice algebraické a pravítko s kružítkem — auktor v 1. díle přítomného článku. Vycházeje od věty, že nutnou a dostatečnou podmínkou, aby hledané body v úkole geom. bylo možno sestrojiti pravítkem a kružítkem na základě daných, jest, by (orthog.) souřadnice neznámých bodů bylo lze obdržeti ze souřadnic bodů daných operacemi racionálními a postupným odmocňováním dvěma (v konečném počtu), převádí tyto irracionální výrazy kvadratické na t. zv. tvar normální, a sestrojiv pro ně příslušnou rovnici, dokazuje, že algebraická rovnice nesvodná, řešitelná pouhými druhými odmocninami (v daném oboru racionálnosti, do něhož patří její koefficienty), musí býti stupně 2^n. Podmínka tato ovšem k dotčené řešitelnosti nestačí. — Delší druhý oddíl věnován je applikaci předešlého na otázku sestrojitelnosti pravidelných polygonů pravítkem a kružítkem. Úkol redukuje se na vyšetření rovnic binomických $z^n - 1 = 0$, přesněji rovnic

$$\frac{z^n - 1}{z - 1} \equiv z^{n-1} + z^{n-2} + \ldots + 1 = 0.$$

Rovnice poslední jest nesvodná (v oboru rac. [1]), je-li n číslo kmenné, jest však řešitelna postupným odmocňováním dvěma pouze pro n kmenné tvaru $2^k + 1$ (a vlastně tvaru $2^{2^\nu} + 1$). Nejnižší kmenná čísla uvedeného tvaru jsou 3, 5, 17, 257, 65537 (pro $\nu = 0, 1, 2, 3, 4$), pro $\nu = 5, 6, 7$ jsou to čísla složená. Celkem jsou udanými nástroji sestrojitelny, veskrze a pouze, ty pravidelné polygony, u nichž číslo udávající počet stran je tvaru (rozloženo jsouc v kmenné faktory)

$$2^n(2^{2^{\nu_1}} + 1)(2^{2^{\nu_2}} + 1) \ldots (2^{2^{\nu_s}} + 1),$$

kde $\nu_1, \nu_2, \ldots \nu_s$ jsou čísla různá. Pojednání končí krátkou úvahou o mnohoúhelnících, jež nelze elementárně sestrojiti (na př. sestrojení prav. 7-úhelníku redukuje se na trisekci úhlu).

12. O konstrukcích pravidelného 17-úhelníka (E. Daniele, Turin.) Gaussova obecná theorie binomických rovnic se zřetelem k otázce sestrojitelnosti pravidelných polygonů, která jest obsahem druhé části předchozího článku, specialisována zde na prav. 17-úhelník. Řešení příslušné rovnice $z^{17} - 1 = 0$ redukuje se na řešení čtyř rovnic 2. stupně. Geometrická konstrukce vybraných kořenů těchto rovnic je společným znakem všech dosavadních skutečných sestrojení pravidelného 17úhelníka; jsou tedy tato sestrojení vedena rozborem algebraickým, nikoli ryze geometricky. Z nich podává auktor výběr tří nejvýznačnějších: Serret-Bachmannovu konstrukci pravítkem a kružítkem, Staudtovu (Kleinem poněkud modifikovanou) konstrukci pouhým pravítkem při pevném kruhu daném a známém středu a nejnovější Gérardovu pouhým kružítkem. —

Oddělení *13.* týká se dvou staroznámých *úkolů 3. stupně, zdvojení krychle a trisekce úhlu.* (A. Conti, Bologna.) Především dokazuje se na základě vět, odvozených v předešlých článcích, nemožnost elementárního řešení úkolu duplikace krychle (a vůbec znásobení krychle, není-li násobitelem třetí mocnina racionálního čísla), načež podán přehled po rozmanitých methodách, jimiž v době staré i nové úloha byla řešena; vyloženo dvojí řešení (Menaechmovo) kuželosečkami, a sice dvěma parabolami, resp.

parabolou a hyperbolou, k tomu připojeno řešení parabolou a kruhem, dále podáno řešení konchoidou Nikomedovou a cissoidou Dioklovou, následuje mechanická methoda (Platonova), zmínka o řešení integrafem a na konec uvedeno několik konstrukcí přibližných. U těchto vhodná je poznámka, že theoreticky zasluhuje přednost přibližné řešení, kde postupně dosahuje se větší a větší approximace, kdežto prakticky je lepší takové, při němž jediná konstrukce vede k cíli. Řešení starých mají obecnější tvar Hippokratův, dle něhož sestrojuje se dvojí střední úměrná k dvěma daným úsečkám. Z přibližných řešení snad nejjednodušší je ono, kde hrana dvojnásobné krychle je dána přeponou pravoúhlého trojúhelníka, jehož jednou odvěsnou je hrana dané krychle a druhou rozdíl hrany této a šestiny diagonály čtvercové stěny krychle původní (chyba $< 0{\cdot}002$). — Stejným postupem jde výklad o trisekci úhlu: důkaz nemožnosti řešení pravítkem a kružítkem (obecně, elem. trisekce schopny jsou úhly $\frac{2m\pi}{n}$, kde n není dělitelno třemi), řešení kuželosečkou, vyššími křivkami, zvláštními nástroji a konečně způsoby přibližné. Nejjednodušší (ale jen pro dosti ostré úhly vhodný) způsob trisekce je asi ten, dle něhož stačí daný úhel učiniti středovým v nějakém kruhu, zdvojiti poloměr půlící úhel tento a koncový bod jeho spojiti s bodem diametrálně protilehlým jednomu z obou koncových bodů ramen úhlových. — Jest nedostatkem článku, že ve výběru novějších způsobů řešení obou úkolů nepřihlíženo k jiným auktorům než vlašským. — V posledních dvou odstavcích pojednání ukazuje se stručně, že pravítkem a kružítkem možno řešiti všechny úkoly 3. stupně (jež totiž prav. a kruž. se redukují na konstrukci kořenů jedné nebo několika — postupně — rovnic 3. st.), dána-li v rovině úplně narýsovaná parabola. Rovněž lze každý úkol 3. st. převésti na trisekci úhlu. —

Oddíl *14.* věnován konečně *úkolům transcendentním a speciálně kvadratuře kruhu* (B. Calo, Teramo). Větší část obsahuje algebraickou úvahu o číslech algebraických a transcendentních, zvl. Liouvilleův důkaz existence čísel transcendentních, Lindemann-Weierstrassův důkaz obecného theorému Lindemannova, dle něhož, jsou-li x_1, $x_2 \ldots x_r$ čísla algebraická různá a N_1, $N_2, \ldots N_r$ čísla algebraická, z nichž aspoň jedno jest různé od nuly, součet $\sum_{i=1}^{r} N_i e^{x_i}$ je vždy různý od nuly. Odtud plyne pro $r = 2$, $N_1 = 1$, $N_2 = -X$, $x_1 = x$, $x_2 = 0$ transcendentnost čísla e^x (pro x ovšem algebraické $\gtrless 0$), poněvadž pak $e^{\pi i} + 1 = 0$, jest π číslo transcendentní. Není tedy možna rektifikace a kvadratura kruhu, jehož průměr je dán, konstrukcemi geometrickými, v nichž se vyskytují pouze křivky algebraické, a obecněji není možna rektifikace jakéhokoli oblouku kruhového, jehož příslušná tětiva je vyjádřena číslem algebraickým (je-li poloměr kruhu zvolen $= 1$). A fortiori ovšem je nemožna taková konstrukce pravítkem a kružítkem. Následuje výklad o grafickém řešení rektifikace kruhu integrafem, o konstrukcích přibližných, o zvláštních plochách, omezených oblouky kruhovými, jež jsou schopny kvadratury elementární, a stručné dějiny kvadratury kruhu. —

Dr. *Jan Vojtěch.*

Federigo Enriques e Ugo Amaldi, Elementi di geometria ad uso delle scuole secondarie superiori. Bologna, Zanichelli, 1903. Stran XXII + 655 malé osmerky. Cena L. 4·50.

Enriquesova sbírka pojednání, o níž nahoře referováno, byla také přípravou k učebné knize, kterou pro školy, obdobné našim vyšším školám středním, vydali Enriques a Amaldi. Výsledkem rozsáhlých studií*) a pečlivých úvah jest kniha, jež jednak stojí na výši současné vědy, jednak vyhovuje ohledům didaktickým. Požadavky vědecké splněny především přesností celého postupu: vycházejíce od základního poznatku, že geometrie je věda pozorování a usuzování, podávají vždy na počátku řadu pozorování a jich výsledek vyjadřují postulátem, přesně vysloveným; odtud logickým usuzováním vyvinují theorémy, závislé na postulátu, vrací se však stále k objasnění názornému. Takto odvolávajíce se na názor, avšak vždy přísně rozlišujíce, co vzato z názoru a co logicky dokázáno, podávají elementární geometrii ve tvaru také didakticky velmi cenném. Zřetel didaktický vedl auktory k umírněnosti v konstrukci budovy geometrie: netrvali na tom, aby postuláty (také základní pojmy) byly logicky nezávislé, z důvodů, jež jistě každý schválí v uvážení, pro koho je kniha psána; neboť dotčená nezávislost není nutna k logické přesnosti, redukce počtu postulátů je možna pouze subtilní kritikou, didakticky nepřípustnou, a konečně nemělo by valné ceny nezávislost postulátů tvrditi bez důkazu, kdežto důkazy toho druhu vedou nezbytně do vyšších oborů mathematiky. — Požadavek vědecké přesnosti a didaktické přístupnosti i vhodnosti rozhodovaly v žádoucí harmonii dále při výkladu hlavních theorií a při jednotlivostech. Nauka o shodnosti vyložena tak, že starý euklidovský pohyb přijat pouze pro

*) Auktoři věnovali pozornost — jak uvedeno v předmluvě — téměř všem lepším knihám vlašským i cizím, jakož i speciálním článkům kritickým a didaktickým. Mimo jiné jmenují učebnice, jež vydali B. Niewenglowski-L. Gérard. (Paříž, Carrè a Naud, 1898—900) a J. Henrici-P. Treutlein (Lipsko, Teubner, 1897—901). Sluší připojiti velmi pěknou knihu J. Hadamardovu (Leçons de Géométrie élémentaire, dva sv., Paříž, Colin 1898, vydanou v Darbouxově sbírce Cours complet de Mathématiques élémentaires), kde zaveden do elementů už i pojem grupy!

shodnost (rovnost) úseček a úhlů (tím tato zavedena jako pojem základní), jakož i pro první vlastnosti její (tyto tak přijaty za postuláty); na tomto základě pak definována shodnost složitějších útvarů. Theorie rovnoběžek uvedena poměrně pozdě, až po vlastnostech shodnosti mnohoúhelníků a prvních vztazích, týkajících se kruhu; tím vhodně mnohé věci podány bez postulátu Euklidova, jako na něm nezávislé. Postulát sám přijat ve tvaru: bodem prochází jediná rovnoběžka k dané přímce; připojená delší poznámka, vycházejíc od jiného postulátu, že totiž geom. místem bodů majících pevnou vzdálenost od dané přímky (a ležících na téže její straně) jest přímka, a dokazujíc na jeho základě větu hořejší, dává tušiti možnost otázek o postulátu Euklidově u čtenářů kritičtějších, třebas u jiných nevzbuzovala žádnou nevčasnou pochybnost. Obtíže činilo, jak podati theorii ekvivalence a úměrnosti. Ekvivalence polygonů definována součtem shodných částí; při kruhu se však tento pojem obyčejně rozšiřuje limitováním, poněvadž však takové rozšíření působí u žáků zmatek, rozlišují auktorové přítomné učebnice dotčený vztah dvou obrazců rozložitelných v shodné části (obrazce ekvivalentní) a obecnější vztah dvou útvarů, jejichž plochy (resp. obsahy) jsou si rovny. Dvě plochy pak definuje (po definici plochy obrazce jako souhrnu bodů vnitřních a obvodu) jako rovné, není-li žádná větší než druhá. Postup tento dociluje jasnosti v pojmech a naznačuje methodu důkazu rovnosti dvou ploch v případech, kde jest zvykem uchylovati se k limitám. Nesnáze theorie úměrnosti jsou jednak v samé definici veličin úměrných, jednak v abstraktní formě, ve které se podává; aby se vyhnuli nesnadnosti, pokud vůbec možno, podávají spisovatelé hned po definici konkretní příklady k objasnění pojmu. Ze snahy po jednoduchosti a srozumitelnosti některé abstraktní výklady vůbec vynechány nebo položeny na poslední místo, za to podány jiné přístupnější. — Z jednotlivostí konečně budiž vzpomenuto aspoň některých: hned na počátku probrány podrobněji než obvykle rozmanité vlastnosti úseček a úhlů, jakož i částí, v něž rovina je dělena přímkami atd., potom zase částí prostoru — za účelem výchovy geometrického názoru; uvedeny útvary méně obyčejné, na př. mnohoúhelníky s obvodem se protínajícím, lomené čáry, obrazce s obvodem složeným z úseček a rozmanitých oblouků kruhových a pod. — což má dvojí účel: dáti příklady nejrozmanitějších útvarů geom. na poli elementárním a objasniti na spec. případech obecné vlastnosti, příslušící pojmu rovinné plochy. Zvláštní péče věnována také úkolům konstruktivním pravítkem obyčejným, děleným, úhelným i dvojhranným a kružítkem jednak v textu, jednak v příkladech ku cvičení. Příklady ku cvičení vůbec jsou předností knihy svou hojností a účelností. Jako příjemnou zvláštnost sluší uvésti také několik známějších sofismat, jež ku konci podána k rozřešení. Bylo by možno nahromaditi dále výčet krásně podaných míst, na př. hned úvod, pak o délce kružnice a ploše kruhu, o měření a j., nestačilo by to však k dokonalosti obrazu; toho lze nabýti nejlépe četbou celku. — Nutno ještě zmíniti se o jedné důležité věci: zmínky dosavadní týkaly se téměř výhradně geometrie v rovině, kniha však podává elem. geometrii rovinnou i prostorovou. Geometrie v prostoru zaujímá jen třetinu knihy a jest stavěna zcela v témž pořádku jako rovinná geom.; tak vyhověno — pokud bylo didakticky vhodno — fusionistům, a tato rovnoběžnost stavby obou geometrií zbavuje povinnosti mluviti zvláště o druhé.

V celku kniha podává starou geometrii Euklidovu, ale v moderním rouchu, vyhovujícím nejnovějším pokrokům vědy a spolu potřebě a výchovnému cíli školy. Celek i jednotlivosti uspokojují úplně, a třebas podstatným znakem knihy jest uspořádání pojmů a vět v logický celek, mohou i menší oddíly a leckteré jednotlivosti býti každému učiteli vyšších škol středních vítány.

Dr. *Jan Vojtěch.*

Zprávy z výboru Jednoty českých mathematiků.

Od poslední valné schůze Jednoty konané dne 5. prosince 1903 konal výbor do prázdnin šest schůzí a to: dne 5. prosince bezprostředně po valné hromadě, v kteréžto schůzi se výbor konstituoval, jak bylo již v 33. roč. „Časopisu“ str. 179. referováno, dále pak dne 15. ledna, 19. února, 18. března, 6. května a 24. června.

Za členy *zakládající* s příspěvkem 100 K jednou pro vždy přihlásili se: pp. Dr. *Bohumil Kučera*, docent české university a Dr. *Bohuslav Mašek*, professor vyšší reálné školy v Žižkově.

Největší péči věnuje Jednota, jako vždy dosud, vydávání odborných publikací.

Číslem IX. přibyl do „Sborníku J. Č. M.“ spis nad jiné cenný od osvědčeného odborníka našeho v theoretické fysice prof. Dr. *Fr. Koláčka*: *„Elektřina a magnetismus.“ Výklady theoretické.* Spis ten, jenž bude ozdobou naší české literatury, bude zajisté kruhy odbornými vřele uvítán, jak toho také pro svůj obsah plnou měrou zasluhuje. Přes velký náklad, jehož kniha ta vyžadovala, stanovena cena její dosti mírná a to pro pp. členy 12 K, krámská cena 17 K (za výtisk vázaný).