Václav Láska

Užití kotovaného promítání v nomografii

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 52 (1923), No. 1-2, 87--90

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123267

Le problème des axes des surfaces du second ordre.

(Extrait de l'article précédent.)

Si l'on ne dispose d'aucune conique précisément dessinée, on construit ordinairement les axes d'un cône du second ordre à l'aide d'une hyperbole équilatère d'Apollonius, et d'un cercle dont les points d'intersection nous offrent, dans le plan de la directrice, les pieds du trièdre trirectangle des axes. Chaque cône, concentrique au cône donné et ayant une de ces deux coniques auxiliaires pour sa directrice, est le lieu des droites orthogonales conjuguées à un faisceau, dont le centre se trouve au sommet du cône.

Dans cet article on donne une simple construction projective de ce cercle auxiliaire dans le problème des axes de la quadrique; on suppose que la directrice du cône possède un centre, ou bien qu'elle n'en possède pas. Outre cela l'auteur construit les axes d'un ellipsoïde (et, par suite, de deux hyperboloïdes) donné par trois diamètres conjugués, à l'aide d'un cône auxiliaire ayant une des sections diamétrales données pour directrice et l'extrémité du diamètre conjugué pour sommet.

Užití kotovaného promítání v nomografii.

Napsal *V. Láska.*

Při přechodu od tří ke čtyřem argumentům jest na snadě užití method deskriptivní geometrie, jež řeší prostorové problémy konstrukcemi v rovině. Z jejich method hodí se zvláště methoda kotovaného promítání k applikaci nomografické.

Je-li možno na př. rovnici

$$F(a, b, c, d) = 0$$

dáti tvar

$$f_1(a) . f_4(d) + f_2(b)\ \varphi_4(d) + f_3(c)\ \psi_4(d) + \chi_4(d) = 0$$

a položíme-li

$$x = f_1(a), \quad y = f_2(d), \quad z = f_3(c),$$

můžeme krátce psáti

$$x . f_4(d) + y . \varphi_4(d) + z . \psi_4(d) + \chi_4(d) = 0.$$

To jest však rovnice roviny, jejíž stopu v rovině $[XY]$ určuje přímka

$$x . f_4(d) + y . \varphi_4(d) + \chi(d) = 0.$$

Tuto rovinu zobrazujeme v kotovaném promítání kotovanou přímkou kolmou k její stopě.

Odvodíme jednoduchý příklad takovéto applikace.

Mějme úplnou rovnici třetího stupně:

$$\xi^3 + a\,\xi^2 + b\,\xi + c = 0$$

a položme

$$x = a, \quad y = b, \quad z = c;$$

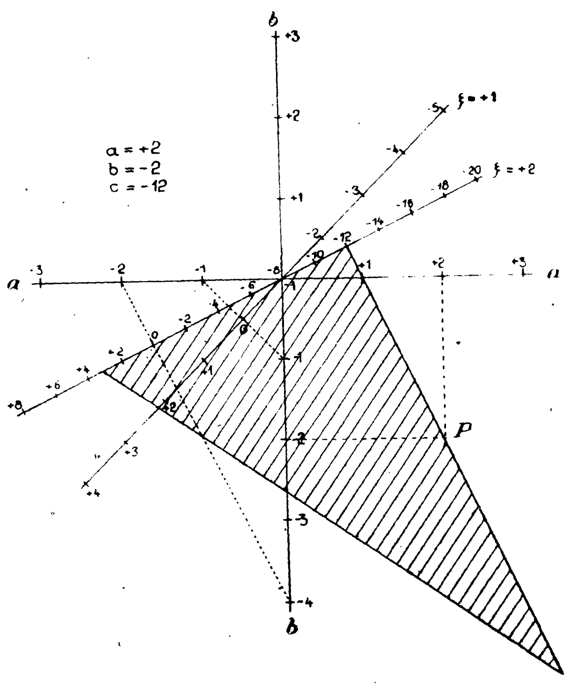
pak bude

$$\xi^3 + x\,.\,\xi^2 + y\,.\,\xi + z = 0\,.$$

To jest rovnice roviny, která protíná rovinu $[XY]$ v stopě

$$\xi^2 + x\,.\,\xi + y = 0.$$

Za obraz této roviny volíme kotovanou přímku procházející počátkem souřadnic a kolmou k stopě této roviny.



Obr. 1.

Abychom zobrazili přímku patřící k jisté hodnotě, nakreslíme přímku

$$-1 = \frac{x}{\xi} + \frac{y}{\xi^2}$$

a vedeme k ní počátkem kolmici. Její průsečík s přímkou jest zároveň nulovým bodem dělení na této kolmici.

Abychom obdrželi míru jednotky, stačí připomenouti, že pro

$$x = 0, \quad y = 0$$

jest

$$z = -\xi^3$$

takže nulový bod souřadné soustavy obdrží kotu $-\xi^3$. Těmito dvěma údaji jest kotování oné kolmice dáno.

V obrazci 1. jsou pro přehled nakresleny jen dvě kotované přímky a to pro

$$\xi = 1 \text{ a } \xi = 2.$$

Máme-li nyní řešiti rovnici

$$\xi^3 + a\xi^2 + b\xi + c = 0$$

najděme bod o souřadnicích

$$x = a \; ; \; y = b$$

a připišme mu výškovou kotu

$$z = c.$$

Přiložíme-li k tomuto bodu trojúhelníkové pravítko tak, aby se tento bod orthogonálně promítnul na některou z přímek ξ, do koty c, udává nám index této přímky hned kořen dané rovnice.

Můžeme také užíti regule falsi. Nepadne-li totiž průmět bodu P na některou z přímek ξ přímo do koty c, vyhledáme nejbližší sousední přímku ξ_1, na níž padne průmět do koty c_1 $(c - c_1 > 0)$ a přímku ξ_2, na níž padne do koty c_2 $(c - c_2 < 0)$. Přibližnou hodnotu kořene pak obdržíme ze vzorce

$$\xi = \frac{\xi_2 (c - c_1) - \xi_1 (c - c_2)}{(c - c_1) - (c - c_2)}.$$

Na př. pro rovnici

$$\xi^3 + \xi^2 - 2\xi - 3 = 0$$

najdeme v nomogramu pro

$$\xi_1 = 2 \; , \; \xi_2 = 1$$

hodnoty

$$c - c_1 = 5 \; ; \; c - c_2 = -3$$

a tedy přesnější hodnotu kořenu

$$\xi = 1,4.$$

*

Sur l'application de la projection cotée en nomographie.

(Extrait de l'article précédent.)

De toutes les méthodes empruntées à la géométrie descriptive celle de la projection cotée est la plus convenable pour les applications en nomographie. Malgré cela, on n'en a pas encore tiré tout le profit possible, quoiqu'elle puisse conduire certainement — comme le fait voir la résolution nomographique d'une équation cubique, exécutée dans ce travail — à des résultats précieux.

Příspěvek k synthetické theorii skupin bodových na obecné kubické křivce rovinné.

Dr. Bohumil Machytka.

Analytické studium skupin bodových na obecné kubické rovinné křivce — a tudíž i na algebraických křivkách rodu 1 — jest usnadněno v podstatě tím, že lze souřadnice bodů této křivky vyjádřiti parametricky užitím elliptických funkcí.

Pracemi Emila Weyra, zavedením obecných involucí n-ho stupně k-ho řádu J^n_k, byl dán v jistém smyslu pro toto studium synthetický equivalent k funkcím elliptickým. Tím dána možnost ryze geometrickou cestou dospěti k vlastnostem objeveným analyticky, při čemž, — ježto stálý bezprostřední styk s útvarem geometrickým nebyl přerušen, — poznatky známé jsou rozšiřovány a věty ryzí mathematiky cestou geometrickou verifikovány. Tak ukázal na př. Emil Weyr[1]) souvislost Steinerova problému uzavřených polygonů vepsaných obecné křivce C^3 pro číslo n (vepsané $2n$ rohy) se skupinou n-násobných bodů involuce J^n_{n-1} a s n-nárně cyklickými jednoznačnými necentrickými korrespondencemi E_n. Chci ukázati syntheticky souvislost některých skupin bodových a odvoditi některé vlastnosti charakterisující jisté druhy skupin.

I. Ke skupinám bodovým, které jsou invariantní vzhledem ke gruppě G_{18} kollineací, jež reprodukují danou kubickou křivku rovinnou C^3, — a tudíž i ke všem jejím podgrupám, — náleží jisté skupiny bodové význačné se stanoviska projektivního.

Soustava všech křivek m-ho stupně v rovině obecné křivky C^3 vytíná na této křivce určitou involuci n-ho stupně $(n-1)$ho řádu J^n_{n-1}, kde $n = 3m$. Body n-násobné této involuce, — jest jich n^2, — jsou tím význačny, že v nich lze ke křivce C^3 sestrojiti oskulační křivky m-ho stupně, které s ní mají styk $3m$-bodový. Značme stručně skupinu těchto bodů znakem S_m. Skupina S_m má celkem $n^2 = 9\,m^2$ bodů. Projektivný charakter této skupiny bodové jest evidentní.

---

[1]) *Emil Weyr:* Über eindeutige Beziehungen auf einer Curve dritter Ordnung. Wiener Berichte, Bd. 87, 1883. — Ein Beitrag zur Gruppentheorie auf den Curven vom Geschlechte 1. Wiener Berichte, Bd. 88, 1883. — Über Vervollständigung von Involutionen auf Trägern vom Geschlechte 1 und über Steiner'sche Polygone I, II. Wiener Berichte, Bd. 101, October 1892, December 1892.