Vincenc Jarolímek

O určité imaginárné kuželosečce třetího druhu

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 51 (1922), No. 3, (153)--154

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/123209`

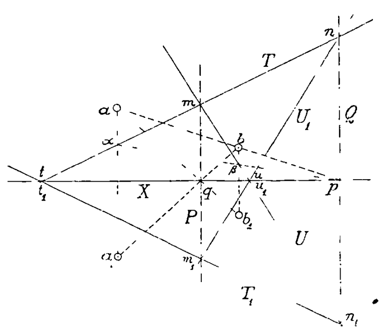
O určité imaginárné kuželosečce druhu III.

† prof. Dr. V. Jarolímek.

Imaginárná kuželosečka druhu III. (*G. P. III. 86.*)*) má obecně pomyslné osy a střed, dva nebo čtyři reálné body a tolikéž reálných tečen. Ale jedna osa může býti reálná (co do polohy), na př. X. Byly-li by dány mimo osu X tři reálné body nebo tečny, byla by kuželosečka reálná (konstrukci podává *G. P. V. 19.* nebo také *Č. M. XLVII, 3.*)**). Zbývají tedy ještě tyto dva případy:

1. Kuželosečka buď dána reálnou osou X, dvěma reálnými body a, b a reálnou tečnou T (viz připojený obraz). Na této kuželosečce budou zajisté ležeti i body a_1, b_1, souměrné k bodům a, b podle osy X. Realita kuželosečky závisí na poloze tečny T k řečeným čtyřem bodům: kdyby všecky čtyři ležely na téže straně tečny T, nebo oddělovala-li by tečna T dva body od ostatních dvou, byla by kuželosečka reálná. Příslušná konstrukce je známa s dostatek; výsledky budou dva: v případě prvém dvě ellipsy, ve druhém dvě hyperboly.

Aby tyto křivky byly imaginárné, musí tečna T oddělovati jeden bod, na př. a (viz připojený obraz) od ostatních tří a_1, b, b_1.



Tyto kuželosečky mají další tři tečny reálné; druhá T_1 je souměrná k dané tečně T podle osy X. Ostatní U, U_1 sestrojíme takto: Spoj-

*) Značí spis „Jarolímek, Základové geometrie polohy v rovině a v prostoru", svazek III., str. 86

**) Značí tento Časopis, ročník XLVII, str. 3.

nice bodů ab, a_1b protnou osu X ve dvou bodech p, q, jež jsou sdruženými póly kuželosečky (*G. P. V. 19.* nebo *Č. M. XLVII, 2.*, odst. 4); $qP \perp X$ je polára pólu p, $pQ \perp X$ polára pólu q. Kuželosečka je sama s sebou v perspektivné involuci pro střed p a osu P; sestrojíme tedy třetí tečnu U přímkou homologickou k tečně T v soustavě (pP) : bod $(PT) \equiv m$ je samodružný; k bodu $(T, \overline{aa_1}) \equiv \alpha$ obdržíme homologický β v průsečíku paprsku $p\alpha$ s tětivou bb_1, která je sdružena s tětivou aa_1, načež spojnice $m\beta \equiv U$. Čtvrtá pak tečna U_1 je souměrná k tečně U podle osy X. Obě imaginárné kuželosečky, jež hoví úloze, mají tedy reálnou osu X, reálné body a, a_1, b, b_1, reálné tečny T, T_1, U, U_1.

2. Imaginárná kuželosečka buď dána reálnou osou X, dvěma reálnými tečnami T, U a reálným bodem a (týž obraz); sestrojiti jest ostatní dvě její reálné tečny a tři reálné body. Tečny T_1, U_1 jsou symmetrické k tečnám T, U podle osy X. Tyto čtyři tečny omezují čtyřúhelník $tmum_1$ a určují osnovu kuželoseček Ω, jejíž reálné ellipsy leží vnitř čtyřúhelníka, reálné pak hyperboly (a jedna parabola) v plochách, jež leží za vrcholy čtyřúhelníka (*G. P. III. 88.*). Aby tedy kuželosečka byla imaginárná, musí daný bod a ležeti v některé z ostatních částí roviny, danými tečnami rozdělené. Spojnice $mm_1 \equiv P$, $nn_1 \equiv Q$ jsou sdružené poláry (*G. P. V.* str. 20. odst. 6. nebo *Č. M. XLVII*, str. 3., odst. 6), body pak p, q na ose X sdružené póly. Druhý reálný bod kuželosečky obdržíme v bodě a_1 symmetrickém k a podle osy X, třetí b v průsečíku $(pa, \overline{a_1q})$ a čtvrtý b_1 symmetrický ku b.

Analytické vyjádření pohybu v prostoru.

Napsal Dr. *Jan Vojtěch* v Brně.

1. Libovolnému bodu P o souřadnicích X, Y, Z (v soustavě rovnoběžkových souřadnic pravoúhlých) ať odpovídá bod P' se souřadnicemi X', Y', Z', souměrně sdružený k bodu tomu podle roviny

$$ax + by - cz + d = 0.$$

Transformační rovnice vyjadřující souřadnice X', Y', Z' jako funkce souřadnic X, Y, Z (a konstant určujících rovinu souměrnosti) obdržíme krátce odtud, že pravoúhlé průměty vzdálenosti $P'P$ na osách souřadnic jsou jednak $X - X'$, $Y - Y'$, $Z - Z'$, jednak $2v \cos x$, $2v \cos \beta$, $2v \cos \gamma$, kde v je vzdálenost bodu P od dané roviny a $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \gamma$ směrové kosiny normály k rovině. Protože pak jest

$$\cos \alpha = \frac{a}{s},\ \cos \beta = \frac{b}{s},\ \cos \gamma = \frac{c}{s},\ \text{kde } s^2 = a^2 + b^2 + c^2,$$

$$\text{a } v = \frac{1}{s}(aX + bY + cZ + d),$$