Alois Strnad
Drobné zprávy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 20 (1891), No. 3, 150--164

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/123188`

dotyčnosti trojúhelníku, tečnami způsobeného, než že bude týž trojúhelníku vepsán.

Drobné zprávy.

I.

(Z mathematiky.)

Napsal

Alois Strnad, prof. v Hradci Králové.

Z nauky o číslech. Značí-li $M_{pq\ldots s}$ největší společnou míru a $N_{pq\ldots s}$ nejmenší společný násobek čísel $a_p, a_q, \ldots, a_s$, jest pro libovolná tři čísla platným vztah

$$M_{12} M_{23} M_{31} N^2_{123} = N_{12} N_{23} N_{31} M^2_{123}$$

a pro čtyry čísla

$$a_1 \; a_2 \; a_3 \; a_4 \; M_{123} M_{234} M_{341} M_{412}$$
$$= M_{12} M_{13} M_{14} M_{23} M_{24} M_{34} M_{1234} N_{1234}. \quad (\textit{J. de Vries.})$$

Proměníme-li $\sqrt{2}$ ve zlomek řetězový a ustanovíme-li sblížené hodnoty

$$\frac{3}{2}, \frac{7}{5}, \frac{17}{12}, \frac{41}{29}, \frac{99}{70}, \frac{239}{169}, \ldots .$$

mají hodnoty na sudých místech tu vlastnost, že čítatel jich značí součet odvěsen a jmenovatel přeponu racionálného trojúhelníka pravoúhlého, jehož odvěsny líší se o 1. Tak jest

$$\frac{7}{5} = \frac{3+4}{5}, \; \frac{41}{29} = \frac{20+21}{29}, \; \frac{239}{169} = \frac{119+120}{169}, \ldots .$$

(*Godefroy*).

(*Wiskundige Opgaven*, 1890. p. 228, 318).

Kombinace. Z čísel přirozené řady 1, 2, 3, ... tvořme kombinace třídy *r*té bez opakování. Budiž $\varphi(r, n)$ počet takových kombinací, z nichž každá má součet prvků rovný danému číslu n celistvému a kladnému; $\psi(r, n]$ nechť značí počet takových kombinací, ve kterých součet prvků číslo n nepřesahuje. Je-li ku př. $n = 10$, $r = 3$, obdržíme tyto kombinace prvého spůsobu:

$$127, 136, 145, 235$$

a tyto způsobu druhého:

$$123, 124, 125, 126, 127, 134, 135, 136, 145, 235, 235.$$

Stanovení funkcí φ a ψ není úloha tak jednoduchá, jak by se na pohled zdálo; zabývali se jimi italští mathematikové *Nonni* a *Platner* a tento vyvinul je při $r = 1, 2, 3, 4, 5, 6$. Nabyl pak těchto výsledků:

$$\text{I.} \qquad \varphi(1, n) = 1, \quad \psi(1, n) = n$$

$$\text{II.} \qquad \varphi(2, n) = \frac{1}{2}(n - k), \; k = 2 \text{ neb } 1$$

dle toho, je-li n sudé neb liché.

$$\psi(2, n) = \frac{1}{4}(n^2 - 2n + k), \quad k = 0 \text{ neb } 1,$$

jak jest n sudé neb liché.

$$\text{III.} \qquad \varphi(3, n) = \frac{1}{12}(n^2 - 6n + k);$$

dle toho, jest-li $n \equiv 0, 1, 2, 3, 4, 5 \pmod{6}$,
jest $k = 12, 5, 8, 9, 8, 5.$

$$\psi(3, n) = \frac{1}{72}(2n^3 - 15n^2 + 30n - k),$$

při $n \equiv 0, 1, 2, 3, 4, 5 \pmod{6}$
jest $k = 0, 17, 16, 9, 8, 25.$

$$\text{IV.} \qquad \varphi(4, n) = \frac{1}{144}(n^3 - 15n^2 + Pn - k),$$

$P = 72$ při sudém n, $P = 63$ při lichém n a mimo to při
$n \equiv$ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 (mod 12)
$k =$ 144, 49, 92, 81, 112, 65, 108, 49, 128, 81, 76, 65.

Při $r = 5$ a 6 obdrží se vzorce téhož rázu, ovšem ještě složitější. Indukcí tou však vychází na jevo, že jest $\varphi(r, n)$ racionálná celistvá funkce argumentu n stupně $r - 1$ a $\psi(r, n)$ takovátéž funkce stupně r. K číselnému výpočtu obou slouží relace

$$\varphi(r, n + r) = \varphi(r, n) + \varphi(r - 1, n),$$
$$\psi(r, n + r) = \psi(r, n) + \psi(r - 1, n).$$

(*Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Rendiconti 1888, p. 690—695, 702—708*).

Geometrická místa. Geom. místo pro ohniska parabol, které danou ellipsu E v daném bodě p oskulují, jest kružnice, která ellipsy v bodě p uvnitř se dotýkajíc, má poloměr rovný $\frac{1}{4}$ poloměru křivosti, který křivce E v bodě p přísluší.

Geom. místo pro ohniska parabol, které s ellipsou

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

mají dotyk čtyrbodový, jest racionálná křivka 6. stupně, která má podobu osmičkovou s dvěma realnými body dvojnásobnými. Je-li o střed ellipsy, $p_1 p_2$ průměty bodu p do os, s střed obdélníka op_1pp_2, obdržíme bod m tohoto g. místa přeneseme-li na sp_1 délku

$$\overline{sm}=\frac{a^2-b^2}{\overline{os}}.$$

Je-li

$$a^2-b^2=c^2,\ \overline{op}=p,$$

a jsou-li $x=a\cos\varphi$, $y=b\sin\varphi$ souřadnice bodu p, jsou souřadnice bodu m vyjádřeny rovnicemi

$$x=\frac{a}{2}\cos\varphi\left(1+\frac{e^2}{p^2}\right),\ y=\frac{b}{2}\sin\varphi\left(1-\frac{e^2}{p^2}\right). -$$

Geom. místo pro středy kuželoseček, které mají s ellipsou E v daném bodě p dotyk čtyrbodový, jest bodem p jdoucí průměr křivky E.

Geom. místo pro středy rovnostranných hyperbol, které s danou ellipsou mají dotyk čtyrbodový, jest křivka 4. stupně daná rovnicí

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=\left(\frac{x^2+y^2}{a^2+b^2}\right)^2.$$

(Wiskundige Opgaven. Vierde deel. 1890, p. 213—217, 278—281).

Stereometrická vlastnost rovnovážné soustavy sil. Jsou-li P_r, P_s délky dvou mimoběžných úseček v prostoru, d jich vzdálenost a ω jich úhel, značí známý výraz

$$V_{r,s} = \frac{1}{6} P_r P_s d \sin \omega$$

obsah čtyrstěnu, jehož vrcholy jsou krajní body úseček daných. Máme-li v prostoru síly $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_n$, lze podmínky jich rovnováhy vyjádřiti rovnicemi

$$\sum_1^n V_{1,k} = o, \quad \sum_1^n V_{2,k} = o, \ \ldots, \ \sum_1^n V_{n,k} = o,$$

kdež

$$V_{r,r} = o, \quad V_{r,s} = V_{s,r}.$$

Rozdělme síly ty do dvou skupin S a S', po m a $m' = n - m$ silách. Kombinujeme-li síly prvé skupiny po dvou, lze z nich utvořiti

$$\frac{1}{2} m (m - 1)$$

čtyrstěnů; obdobně ze druhé

$$\frac{1}{2} m' (m' - 1)$$

čtyrstěnů. Součet čtyrstěnů ΣV skupiny prvé rovná se součtu čtyrstěnů $\Sigma V'$ skupiny druhé. Obecný tento vztah, který vyvodil professor techniky milánské *Bardelli*, obsahuje v sobě zvláštní případy, jež dříve již poznali *Möbius* a *Cayley*.

Týmž předmětem obíral se *Novarese* z jiné stránky. Značí-li ΣW součet čtyrstěnů, z nichž každý má dvá vrcholy v soustavě S a druhé dva v soustavě S', jest

$$\Sigma W = 2 \Sigma V = 2 \Sigma V';$$

výraz $6 \Sigma W$ slove soudobým invariantem obou soustav.

(Reale Istituto Lombardo die Scienze e Lettere. Rendiconti 1888, p. 167—171, 575—579).

Algebraické křivky prostorové. Z prací *Cayleye, Cremony* a j. známy jsou některé výsledky nesoucí se k algebr. křivkám prostorovým, zvláště k některým význačným pro ně číslům, jež také *H. Schubert* ve spise Kalkül der abzählenden Geometrie (1879) uvádí.

Značí-li n stupeň, r rod obecné křivky takové, která nemá skutečných bodů dvojnásobných, jest ku př.

$$2(n-2)(n-3) + 2r(n-6)$$

počet tečen, které křivku ještě v jednom bodě protínají a

$$6(n-3)(n-4)+18r(n-4)+12r(r-1)$$

počet rovin oskulačních, které se křivky ještě v jiném bodě dotýkají. Tyto a jiné výrazy vyvodil jednoduchou methodou *Kluyver* a užil jich při studiu plochy P, která jest geometrickým místem sečen protínajících křivku prostorovou K ve třech bodech. Za podmínek svrchu udaných jest plochou obsahující tyto trojnásobné sečny plocha P stupně

$$\frac{1}{3}(n-1)(n-2)(n-3)-r(n-2),$$

která má

$$\frac{1}{12}(n-2)(n-3)^3(n-4)-\frac{1}{2}r(n-3)(n-4)+\frac{1}{2}r(r-1)$$

čtyrnásobné přímky, sečny protínající K ve čtyrech bodech a

$$2(n-2)(n-3)(n-4)+2r(n-4)(n-6)-4r(r-1)$$

hrany, totiž přímky různoběžné k polohám soumezným. Tečné roviny plochy P podél křivky K obalují plochu rozvinutelnou třídy

$$\frac{1}{2}(n-2)(n-3)(3n-8)+r(n-3)(n-8)-2r(r-1).$$

Plocha P má křivku dvojnásobnou, jejíž stupeň

$$\frac{1}{72}(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(4n^2-n-12)$$

$$-\frac{1}{6}r(n-2)(n-4)(n-5)(2n+3)+\frac{1}{2}d(d-1)n(n-5)$$

ustanoven užitím zvláštní sdruženosti prostorové. Výzkum singularit této křivky dvojnásobné tvoří další část pojednání Kluyverova, kteréž ukončeno jest verifikací obecných výsledků svých pro křivky prostorové stupně 6ho.

(Verslagen en Mededeelingen der koninklijke Akademie van Wetenschappen. Amsterdam 1890, p. 117—164).

Výměr ploského obsahu křivé plochy.

Definice některých základních pojmů geometrických, zejména těch, které na pojmu limity spočívají, činí mnohé obtíže, mají-li býti podány s onou přesností, které novější analyse vyžaduje.

Tak ku př. jest velmi nesnadno definovati spůsobem úplně vyhovujícím ploský obsah omezené a vypuklé křivé plochy. Obyčejně rozumíme tím dle *Serreta* mez, které blíží se povrch vepsaného v plochu mnohostěnu, jehož stěny do nekonečna se zmenšují, roste-li jich počet do nekonečna. Výměr ten založen na mylném názoru, že limita roviny určené třemi body plochy jest vždy rovinou tečnou této plochy; postrádá pak platnosti, nemá-li součet vepsaných faset určité limity. Okolnost tuto poznal již r. 1882 *H. Schwarz* a upozornil na ni *Hermitea*; podal též následující elementarný příklad toho druhu.

Mějme kolmý kruhový válec poloměru r a výšky v. Rozdělme jej řezy ku základně rovnoběžnými na $2n$ shodných vrstev a obvod každé z jich základen rozdělme na $2m$ stejných dílů. Nechať jsou $a, b, c, \ldots$ dělící body jednoho, $a', b', c', \ldots$ druhého kruhu, $aa', bb', cc', \ldots$ buďtež povrchové přímky na oblině válcové. Potom můžeme do pláště jedné vrstvy vepsati $2m$ faset v podobě rovnoramenných trojúhelníků $ab'c$, $b'cd'$, ... Je-li p ploský obsah jednoho z těchto trojúhelníků, jest

$$P = 4mnp$$

součet všech trojúhelníků vepsaných tímto spůsobem v plášť válce. Kladouce $\pi = m\alpha$, můžeme výrazu pro P dáti podobu

$$P = 2\pi r \frac{\sin\alpha}{\alpha} \sqrt{v^2 + 16\, n^2 r^2 \sin^4 \frac{\alpha}{2}}\,.$$

Roste-li m i n do nekonečna, jest

$$\lim \alpha = o, \quad \lim \frac{\sin\alpha}{\alpha} = 1,$$

avšak výraz

$$V = 16\, n^2 r^2 \sin^4 \frac{\alpha}{2}$$

nemá určité limity. Položíme-li totiž

$$n = k m^\lambda = k \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^\lambda,$$

bude

$$V = \pi^{2\lambda} k^2 r^2 \alpha^{4-2\lambda} \left(\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}}\right)^4$$

a tedy při stálém k a

při $\lambda = 1$, jest $\lim V = 0$, $\lim P = 2\pi r v$

při $\lambda = 2$, jest $\lim V = \pi^4 k^2 r^2$, $\lim P = 2\pi r \sqrt{v^2 + \pi^4 k^2 r^2}$

při $\lambda > 2$, jest $\lim V = \infty$, $\lim P = \infty$.

(*Mathesis*, 1890. pag. 222—234).

Turinský professor *Peano*, který týmž předmětem také již od r. 1882 se zabýval, sjednává jej obdobně s výměrem délky křivé linie. Užívá k tomu jím tak zvaných vektorů a bivektorů. Vektor oblouku jakékoli křivky jest úsečka omezená krajními body oblouku, hledíme-li zároveň k jejímu směru.

Délku oblouku křivky definuje pak jakožto horní mez součtu vektorů nekonečně malých částí křivky. Bivektor jest část roviny omezená jakoukoli uzavřenou křivkou, uvažovaná co do velikosti i polohy. K uzavřené křivce prostorové lze vždy stanoviti bivektor té vlastnosti, že promítneme-li obě křivky libovolným směrem na tutéž rovinu, jsou ploské obsahy průmětů obou křivek sobě rovny. Bivektor omezené části křivé plochy jest bivektor příslušný křivce omezující. Ploský obsah omezené části křivé plochy jest pak horní mez součtu bivektorů nekonečně malých částí plochy.

Obtíž svrchu vzpomenutou nelze tím obejíti, že bychom vycházeli od mnohostěnu křivé ploše opsaného, jakož učinil *Cauchy*. Proto *Hermite* v díle svém Cours d'Analyse (3. éd. p. 36.) definuje obsah křivé plochy jakožto mez zvláštní soustavy stěn rovných plochy se dotýkajících, ale spolu nestýkavých.

Atti dela reale Accademia dei Lincei. Rendiconti. 1890, p. 54—57).

Připojujeme ještě následující příklad, sestavený dle obdoby s předešlým. Předpokládejme opět válec kruhový a užijme označení dřívějšího. K oběma kružnicím, jimiž omezeny jsou základny jedné vrstvy, sestrojme tečny v bodech střídavých, totiž ku spodní v bodech $a, c, e, \ldots$, k vrchní v bodech $b', d', f', \ldots$. Protínají-li se sousední tečny prvé kružnice po řadě v bodech $b_1, d_1, f_1, \ldots$, a tečny druhé kružnice v bodech $a_1, c_1, e_1, \ldots$, lze oblině vrstvy opsati pásmo $2m$ rovnoramenných shodných trojúhelníků $a_1 b_1 c_1$, $b_1 c_1 d_1$, $c_1 d_1 e_1, \ldots$. Obsah každého z nich

$$p' = \frac{1}{2} \overline{a_1 c_1} \,.\, \overline{b' b_1}$$

a součet všech takto o plášť válce opsaných trojúhelníků

$$P' = 4mnp'$$

čili

$$P' = 2\pi r \frac{tg\,\alpha}{\alpha} \sqrt{v^2 + 16n^2r^2 \frac{\sin^4\frac{\alpha}{2}}{\cos^2\alpha}}.$$

Výraz

$$V' = 16n^2r^2 \frac{\sin^4\frac{\alpha}{2}}{\cos^2\alpha}$$

opět nemá určité limity. Za substituce dříve použité jest

$$V' = \pi^{2\lambda} k^2 r^2 \left(\frac{\alpha^{2-\lambda}}{\cos\alpha}\right)^2 \left(\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}}\right)^4;$$

při stálém k a při $\lambda = 1$, $\lambda = 2$, $\lambda > 2$ nabývá tento výraz týchž mezných hodnot jako dříve V.

II.

(Z fysiky.)

Napsal

Dr. **Jos. A. Theurer** v Praze.

Co se děje uvnitř svítících žárovek? Otázkou touto zabýval se před nedávnem prof. *J. A. Fleming*, a přednesl výsledek svého badání dne 14. února 1890 v *Royal Institution* v Londýně. Výsledky, k nimž dospěl, jsou s nejednoho stanoviska velezajímavy. — Že každá žárovka má odměřený život, jest obecně známo; časem se vnitřek skla jejího povlékne vrstvou uhlí, jež oddělilo se ponenáhlu od uhlíku v lampě; toto prchání částic uhlíkových stává se zejména velmi rychlým při vyšších intensitách proudu, žárovkou procházejícího; pro praxi platí tu pravidlo, že nejlepší poměr elektrické práce v žárovce jest ten, kdy na 1 cm^2 vyzařující plochy připadá as 90 wattů práce.

Při studování úkazů, jež provázejí svícení žárovky, velmi důležitým jest úkaz t. zv. „molekulárního stínu". Bližším pozorováním žárovek, jež pro neúplnou homogenitu svých uhlíčků se přepálily, shledalo se, že celý vnitřek žárovky osazen byl částicemi uhlíku až na velmi úzký proužek, umístěný tam, kde rovina proložená přepáleným místem a protější částí uhlíčku protíná sklo žárovky. Tento zjev ukazuje, že ono prchání uhlíku neděje se diffusně, nýbrž že děje se od místa, kde přepálení nastalo tak, že částečky odlétají v přímých drahách, a narážejíce na protější část uhlíčku nemohou dostihnouti v téže rovině ležící části skla, čímž tato zůstává proti ostatním místům čista. — Podobný „molekularný stín“ jeví se při žárovkách, které se přepálily hned při místě, kde uhlíky připojeny jsou ku platinovým elektrodám; pak objeví se místo usazeniny uhlíkové měděná. — Příčinu tohoto přímočarého pohybu odtržených molekul od proudovodu není pouze vysoká jich teplota, ale i elektrický jejich stav — skutečně pak následuje z pokusů v té příčině konaných, že částice od proudovodu uvnitř žárovky se odtrhnuvší mají záporně-elektrický náboj. Důkaz podán tím, že dovnitř žárovky mezi obě nezakřivené části uhlíčku (majícího podobu U) umístěna volně, uhlíčku se nikde nedotýkajíc, kovová destička, od níž vedl platinový drát sklem k vnějšku žárovky. Spojen-li tento drát s jednou svorkou galvanoskopu, druhá svorka pak s anodou žárovky, procházel galvanoskopem proud: proudu takového však nebylo, spojena-li druhá svorka s kathodou. Úkaz tento nazývá se „úkazem Edisonovým“ neboť tento elektrik pozoroval jej roku 1884, později pak zabývali se jím *Preece* a *Fleming*. — Úkaz ten jest důkazem, že ona deska kovová stala se záporně elektrickou, jakož dokazuje faktum to i okolnosť, že objeví se při spojení s kathodou okamžitě velmi značná úchylka magnetky, přerušíme-li proud žárovkou procházející. — Aby se zjistilo, která část celého uhlíčku má hlavní účinek na tento úkaz, umístěna do žárovky skleněná rourka tak, že objímala jednu polovinu uhlíčku. Spojena-li tato, rourkou opatřená část s kladným pólem proudu, nastal účinek již popsaný: nebylo však účinku toho, spojena-li ona část se záporným pólem; z toho pak plyne přímo, že jest to „záporná část“ uhlíčku — smíme-li pro krátkosť nazvati tak část spojenou s kathodou — jež vysýlá částečky uhlíku opatřené záporným nábojem na desku kovovou. Týž účinek jako rourka zápornou část obklopující, má slídová deska, umístěná před onu kovovou se strany „záporné“ — tu nejeví se úkaz Edisonův, kdežto hned se objeví, umístěna-li slídová deska se strany „kladné“.

Rovněž neobjeví se úkaz Edisonův, umístí-li se kovová deska dále od uhlíčku, v části lampy v přímou neb dokonce zahnutou rourku vytažené; tím dokázáno, že negativní náboj objeví se jen tehdy, mohou-li odtrhnuvší se od negativné elektrody částečky uhlíka dosáhnouti desky kovové dříve než střetly se s částicemi zředěného vzduchu — t. j. je-li kovová deska blíže k uhlíčku, než jest dráha, kterou molekuly uhlíku vykonají bez nárazu s molekulami vzduchovými.

Další řada pokusů s žárovkami konaných jest neméně zajímava. Pomysleme si uspořádání jako dříve, pouze s rozdílem tím, že ku drátu od kovové desky ze žárovky vycházejícímu připojen jest galvanoskop, který spojí se s jedním polepem kondensatoru o veliké kapacitě, jehož druhý polep jest odveden k zemi. Počne-li žárovka svítiti, vybije se kondensator velmi brzy, byl-li se zemí spojen polep záporný: neboť záporný náboj desky kovové vyrovná se s kladným nábojem polepu s ní spojeného; byl-li však k zemi odveden náboj kladný, zůstane kondensator nevybit.

Místo kondensatoru vepnut nyní galvanický článek, jehož anoda spojena s kovovou deskou v žárovce, kathoda pak s kathodou žárovky. Jakmile žárovka počla svítiti, uchýlila se jehla galvanoskopu, vepnutého mezi článkem a deskou, což bylo důkazem, že částečky uhlíku, na desku z uhlíčku přelétající, uzavřely galvanický kruh upotřebeného článku; kommutoval-li se proud článku toho, nejevil se na galvanometru proud nižádný. Pokus tento ukazuje, že prostor mezi kathodou žárovky a kovovou deskou má jakousi jednostrannou vodivosť, že totiž vodí pouze proud určitého směru, nikoli však směru protivného: od žhavého vodiče na chladný může ve vakuu přecházeti pouze elektřina záporná, nikoli však kladná. — S touž okolností souvisí také pokus, při kterém místo kovové desky užito bylo rovněž do žárovky zapuštěného uhlíčku, jenž rozžhaviti se mohl zvláštní batterií. Od tohoto uhlíčku vedl drát ku galvanoskopu, odtud pak k anodě neb kathodě žárovky: byly-li oba uhlíčky rozžhaveny procházel proud galvanoskopem, ať byl s anodou či kathodou spojen.

Jedná se pouze ještě o otázku, jak nabývají odtrhující se od uhlíčku částice záporného náboje? Odpověď na otázku tu plyne z pokusův prof. *Guthrie*, uveřejněných r. 1873 ve Phil. Mag. — Z pokusů těch plyne, že isolovaná žhavá železná koule může sice podržeti náboj kladný, nikoli však záporný. Dejme tomu však, že v částičce, odtrhnuvší se od žhavého uhlíčku, rozloží se indukcí elektřina: tu náboj kladný nemoha se na žhoucí částici udržeti, zmizí, záporný pak zůstane; vysvětlení toto — zajisté dosti problematické — stačí pro výklad úkazů popsaných, než uvádí se výklad ten i v práci samé za „working hypothesis“.

Podobné úkazy, jako při žárovkách, objevil Fleming i při světle obloukovém. K světelnému oblouku dvou uhlíků přiblížil v poloze k oběma uhlíkům kolmé třetí uhlík, neelektrický, a způsobil přiblížením magnetu, že elektrický oblouk mezi oběma uhlíky uchýlil se od své prvotní dráhy tak, až dotýkal se i třetího uhlíku. Spojen-li tento třetí, „střední“ uhlík s anodou oblouku, ukázal vepjatý galvanoskop neb elektrický zvonek silný proud; spojen-li s kathodou, proudu nebylo. — Rovněž jednostranná vodivosť oblouku tím dokázána, tak totiž, že kathoda galvanické batterie spojena se záporným, anoda pak se středním uhlíkem: v případě tomto procházel vepjatým galvanoskopem proud, nikoli však, kommutován-li proud batterie. Zdá se, že pokusy tyto vedou ku myšlénce, že proud galvanický namířen jest směrem od kathody k anodě, tedy opáčně než obyčejně se myslí; nejsou však nijak ukončeny, naopak jsme spíše na počátku delší serie pokusů o jednostranném vedení rozžhavených elektrod. *(Nature, 1890, sv. 42.)*

Stojaté vlny světelné. Dopadá-li postupná vlna kolmo na odrážející stěnu, vzniká před stěnou touto interferencí vlny dopadající a odražené vlnění stojaté. Kdežto experimentalné stvrzení pro existenci tohoto stojatého vlnění pro vlny zvukové podal již před delší dobou *Kundt*, pro postupné vlny elektrické před nedávnem *Hertz*, scházelo podobné stvrzení dosud pro vlny světelné, a teprv as před rokem překonal *O. Wiener* ve Strassburku všechny obtíže, hojnou měrou při práci se vyskytující. Protože délka světelné vlny jest velmi malá, není snadno nalézti prostředek, kterým by bylo lze konstatovati, že poblíž zrcadla kolmo k paprskům postaveného utvořily se uzlové body ve světelném étheru. Nejcitlivější prostředek naší doby, fotografie, neslibovala potud žádného úspěchu, pokud nezdařilo se shotoviti citlivé povlaky tak tenké, aby tlouštka jejich byla pouze malým dílem délky světelné vlny na př. natriové, neboť jest patrno, že na povlaky poměrně tlusté, měřící mnohonásobné délky světelných vln, působí stojaté vlnění světla stejně, jako postupné.

Wiener staral se tedy především o to, aby zjednal si citlivých vrstev tak nepatrné tlouštky, že by proti ní byla délka světelné vlny velmi značnou. Toho dosáhl tím, že na skleněnou desku nakapal několik kapek chloridu stříbrnatého v kollodiu, rozpuštěného v 15--20násobném množství směsi z líhu a étheru v rovných dílech připravené. Aby se povlak tím vzniklý, z něhož směs lího-étherová velmi rychle se vypařuje, pokud možno rovnoměrně rozdělil, pokryje se ona skleněná deska jinou deskou skleněnou, následkem čehož se směs mezi oběma obsažená kapillaritou po obou rozdělí ve velmi tenkých vrstvách. Tlouštka vrstev, s jakými *W.* pracoval, měřila (jak nalezeno methodami optickými i přibližným počtem) pouze as $^1/_{30}$ délky vlny natriové. Vrstva tato jest úplně průhledna a vyznačuje se, ač tlouštka její jest tak nepatrna, přece značnou citlivostí vůči působení světla. Aby nahodilými vlivy se neporušila, opatřil *W.* vrstvu tuto povlakem gelatinovým, rovněž velmi tenkým, při čemž ovšem nutno dbáti různých pravidel praktických. Těchto velmi jemných citlivých desk lze užiti s prospěchem ku konstatování stojatých vln světelných na základě následující úvahy. Dopadá-li rovnoběžné, stejnorodé světlo kolmo na zrcadlící rovinu, vznikne před ní stojaté vlnění. Jest patrno, že dle názoru undulační theorie budou veškeré uzlové body nalézati se v soustavě rovin, se zrcadlem rovnoběžných, od sebe o polovinu délky vlny vzdálených; druhá soustava rovin, rovněž se zrcadlem rovnoběžných, uprostřed mezi rovinami oné soustavy „uzlové“ se nalézajících, bude pak obsahovati veškeré body největších výchvějů. Obě soustavy tyto protínaly by rovinu nějakou, se zrcadlem velmi malý úhel tvořící, ve dvou pásmech rovnoběžek, z nichž jedno odpovídalo by rovinám uzlovým, druhé pak rovinám největších kmitů; vzdálenosť těchto přímek od sebe závisí při téže délce vlny pouze na velikosti sklonu zrcadla s onou rovinou šikmou.

Když místo této k zrcadlu nakloněné roviny umístěna citlivá deska fotografická, shledáno, že když exposice trvala jistou dobu (as 2 min.) objevilo se na ní pásmo temných, rovnoběžných k sobě pruhů, jež *W.* vyložil jako průseky jedné z obou soustav rovin, nahoře uvedených: jsou-li to však přímky vzniklé průsekem té či oné soustavy, o tom rozhodnouti nelze, neboť není známo, zda chemický účinek jeví se v uzlech či na místech největšího kmitu. Vzájemná vzdálenosť oněch temných pruhů rostla, byl-li sklon citlivé desky zmenšován, takže při konečných pokusech dosaženo 0·5—2·0 *mm* vzdálenosti jednotlivých pruhův od sebe.

Ostatní experimentalní zařízení pokusův uvedených bylo toto: zdrojem světelným velmi výhodným jest elektrická lampa oblouková, jejíž světlo achromatickou soustavou čoček se učiní rovnoběžným. Aby se docílilo homogenního světla, rozloží se potom rovnoběžné ony paprsky světla bílého hranolem a užije se pouze části nejpůsobivější. Citlivá deska upevní se na zrcadlo tmelem, jímž také lze ji snadno dáti náležitého sklonu; zrcadla užíval *W.* stříbrného (na skleněné desce galvanicky sraženého a leštěného).

Proti výkladu, který *W.* pro vznik oněch temných pruhů podal, mohlo by se namítati, že temné pruhy na desce zachycené mohly býti pouhou interferencí postupných vln, způsobenou jednak odrazem na rozhraní gelatiny se vzduchem, jednak vzduchu se stříbrem. Námitku tu vyvrací *W.* několika pokusy, z nichž největší přesvědčivosť má pokus následující. Index lomu opticky citlivé vrstvy jest pro světlo natriové (dle měření Abbe-ovým totalním reflektometrem) 1·53—1·54; sklo, na němž tato vrstva se nalézá, má index lomu pro totéž světlo 1·53; nalije-li se mezi fotografickou destičku a zrcadlící rovinu benzolu, jehož index lomu jest 1·50, nemůže vzniknouti vůbec jiný odraz než od vlastní roviny zrcadlící, neboť lze pak míti za to, že deska fotografická nalézá se v prostředí opticky stejně hustém, ve kterém žádný odraz nastati nemůže; že pak i při tomto uspořádání objevily se temné pruhy jako dříve, dokazuje, že pruhy tyto způsobeny jsou stojatými vlnami světelnými.

Na základě methody pozorovací, takto nově zavedené odvodil *W.* některé důsledky ve příčině sporné otázky optické po směru výchvějů étherových částic vzhledem ku rovině polarisační, a dospívá všude ku výsledku, podporujícímu theorii Fresnelovu. Naproti vývodům těmto podotýká *Drude* (Wied. Ann. 41. 1890. str. 156), že nelze z pokusů, jež *W.* provedl souditi na prospěch žádné z obou sporných theorií, protože není známo, způsobeny-li jsou ony pruhy působením bodů uzlových či bodů největších kmitů. Spor ten není však za nynější doby již tak akutním, jako byl dříve, neboť práce Koláčkovy o elektromagnetické theorii světla ukazují, že obě theorie, Fresnelova i Neumannova dají se spojiti, ježto současně s rozruchem elektrickým děje se i rozruch magnetický v rovině k tomuto kolmé, že tedy děje se současně pohyb i v rovině polarisační i kolmo k ní. Zásluhou *W.*—ovou, ovšem ne nepatrnou jest tedy dosud pouze to, že podal novou, velmi cennou pozorovací methodu pro světelné vlny stojaté.

(*Wied. Ann. 40. 1890. str. 203*).

Poloměr sféry molekularní attrakce určil r. 1861 *Plateau*, pozoruje sbarvení glycerinových bublinek v okamžiku před jich roztržením a počítaje z něho tloušťku vrstvy oné na základě theorie o barvách tenkých vrstev. Jiným způsobem určoval tloušťku kapalného velmi tenkého povlaku v okamžiku roztržení *L. Sohncke* v Mnichově. Malá kapka oleje rozestře se na vodě ve kruh velmi rychle rostoucí, jenž při jisté velikosti se roztrhne; leč ještě po roztržení vzdalují se částice oleje rychle od bodu, kam kapka dopadla, a to tenkráte, je-li nádoba, v níž voda se nalézá, velmi veliká. Z té příčiny jest nesnadno stanoviti poloměr, jakého dosáhne kruh onen v okamžiku, kdy se trhá; pozorovaná hodnota bude vždy o něco větší než skutečná. Rychlému rozšiřování částic po roztržení hleděl Sohncke pokud možno zabrániti tím, že učinil poloměr nádoby vodní pouze o málo větším než byl poloměr kruhu olejového při roztržení; pak totiž musejí částice oleje vzhůru stoupati po menisku vodním, čímž rychlost jejich se zmenšuje. Nazveme-li p váhu olejové kapky, s její váhu specifickou, r poloměr a δ tlouštku vrstvy olejové v okamžiku, kdy kruh se roztrhne, jest patrně

$$p = r^2 \pi \delta \,.\, s,$$

ve kteréžto rovnici snadno a přesně lze určiti veličiny p a s; váhu olejové kapky po vodě se rozprostírající stanovil *S.* tím, že aluminiový drátek, na němž zachyceno nepatrné množství oleje, zvážil na velmi citlivé váze Bungově, na to se drátkem kapaliny dotkl a drátek opětně zvážil. Objem kapek, jichž užito, měřil pouze několik desetin mm^3, váha jejich (pro olej olivový) byla tedy pouze as $^1/_4$—$^3/_4$ *mg.* Velmi nesnadno bylo určiti poloměr kruhu r, neboť i při bedlivém pozorování nelze pro rychlé vzrůstání jeho učiniti na měřítku podélném odečtení zaručující výsledek na méně než 10%: z té příčiny nelze výsledkům, jichž dosaženo, přičísti jiného významu, než pouhého přibližného určení. Pro olivový olej nalezl Sohncke

$$\delta = (111{\cdot}5 \pm 7{\cdot}04) \,.\, 10^{-6}\ mm,$$

pro olej řepkový pak $(93{\cdot}6 \pm 6{\cdot}82) \,.\, 10^{-6}\ mm$. Z čehož plyne pro poloměr sféry přitažlivosti molekulární ϱ na základě toho, že

$$\delta \leqq 2\varrho,$$

výsledek, že

$$\varrho \geqq 55{\cdot}7 \,.\, 10^{-6}\ mm \text{ pro olej olivový,}$$

$$\varrho \leqq 46{\cdot}8 \,.\, 10^{-6}\ mm \text{ pro olej řepkový,}$$

kterážto čísla s udáním Plateau-ovým dobře se shodují.

(Wied. Ann. sv. 40. 1890. str. 345).

Úlohy.

Úloha 13.

Rozložiti výraz

$$[(a+b)^2+(b+c)^2+(c+a)^2]^2-2[(a+b)^4+(b+c)^4+(c+a)^4]$$

v činitele $\quad 2^4abc(a+b+c)$.

Prof. *V. Jeřábek*

Úloha 14.

Řešiti rovnici

$$4x^{-x}(8+27x^{-2x}) = 1+139x^{-2x}.$$

R.